





LEÇONS

DE

COSMOGRAPHIE

DE L'IMPRIMERIE DE CRAPELET
RUE DE VAUGIRARD, 9

LEÇONS

DE

COSMOGRAPHIE

RÉDIGÉES

d'après les Programmes officiels d'admission à l'École Polytechnique et à l'École de Saint-Cyr



PAR H. FAYE

MEMBRE DE L'INSTITUT (ACADÉMIE DES SCIENCES)
DE LA SOCIÉTÉ PHILOMATIQUE DE PARIS, ET DE LA SOCIÉTÉ ROYALE ASTRONOMIQUE DE LONDRES
UN DES ASTRONOMES DE L'OBSERVATOIRE DE PARIS

PARIS

LIBRAIRIE DE L. HACHETTE ET Cie

RUE PIERRE-SARRAZIN, N° 14

(Près de l'École de Médecine)

1852



PRÉFACE.

L'enseignement de la cosmographie n'étant point encore aussi rigoureusement arrêté que celui des autres sciences, malgré l'excellence et la netteté des programmes nouveaux, MM. les professeurs trouveront peut-être que j'ai traité certaines parties avec trop de détails, d'autres d'une manière trop concise. J'appelle et je sollicite leurs critiques, bien décidé à les mettre à profit, si ce livre atteint une seconde édition. En tout cas je leur dois, dès aujourd'hui, quelques explications sur le plan que j'ai adopté.

Les hommes distingués, auxquels la rédaction des programmes d'examen a été confiée, n'ont point voulu sans doute écrire la table des matières d'un cours de cosmographie, mais en indiquer l'esprit, en poser les limites. Les méthodes sont laissées au choix des professeurs et des auteurs. Celle que j'ai suivie me semble tenir le milieu entre l'ordre d'idées où s'est placé l'abbé de La Caille, chef de l'ancienne école astronomique en France, et le mode d'exposition préféré par Lalande, Delambre et Biot, dont les grands traités ont rendu et rendent encore tant de services.

Dans presque tous les traités, l'auteur se donne un auditeur fictif, espèce de statue de Condillac, étranger par hypothèse aux notions vulgarisées à notre époque, et il lui fait recommencer le long circuit que les hommes ont dû parcourir pour arriver au but. On commence donc par décrire les phénomènes, en s'arrêtant aux premières impressions que le spectacle du ciel produit sur les sens; on en donne une explication provisoire dont les enfants mêmes savent d'avance la fausseté; on constate ensuite longuement que l'explication n'est pas

bonne, et alors on en vient à la théorie véritable. Il m'a semblé plus simple, plus rapide, plus rationnel de commencer par la théorie véritable qui est si aisée à concevoir; d'en déduire successivement les apparences, et de montrer, par la description, dès lors bien plus facile à saisir, des phénomènes observables, que c'est là précisément ce qui se passe autour de nous. La marche historique procède autrement; mais, pour la suivre, il faudrait gratuitement replacer le lecteur dans une situation intellectuelle qui a disparu depuis longtemps. Les générations auxquelles nous nous adressons sont déjà préparées à accueillir le vrai système du monde avec confiance, non avec l'ancienne hostilité. Elles seront bien plus frappées, j'imagine, de l'exposition franche et dogmatique de la science, que de tous les détours auxquels il fallait recourir jadis pour conduire pas à pas un lecteur récalcitrant à renoncer au témoignage illusoire de ses sens, et à adopter les conceptions de la science moderne.

Quelque soin qu'un auteur prenne de se conformer à des programmes, il y a toujours chez lui une préoccupation qui imprime à son œuvre un cachet particulier. Mon but personnel sera atteint, si le lecteur s'est formé une idée juste du système solaire, et s'il se trouve en état de répondre nettement à cette question : Comment un marin, un voyageur parviennent-ils à lire dans le ciel la position qu'ils occupent actuellement sur le globe terrestre?

Malgré les soins que M. le professeur Sainte-Preuve a bien voulu donner à l'impression de cet ouvrage, malgré la surveillance intelligente d'un habile correcteur, il s'est glissé quelques fautes dans les premières feuilles qui ont été tirées avant les planches correspondantes. Je prie le lecteur de tenir compte de l'errata qu'il trouvera à la fin de cet ouvrage.

LEÇONS

DE COSMOGRAPHIE.



INTRODUCTION.

IDÉE GÉNÉRALE DU SYSTÈME DU MONDE (fig. 1).

S'il était possible de se placer en un point quelconque des espaces célestes d'où l'on pût embrasser d'un coup d'œil l'ensemble du système solaire, on verrait au centre un globe lumineux, corps principal de ce système, entouré de vingt-trois globes beaucoup plus petits, les planètes, qui tournent autour de lui à des distances inégales, et accomplissent leurs révolutions avec des vitesses différentes. Les plus grosses de ces planètes apparaîtraient, à leur tour, comme les centres de systèmes secondaires, petits mondes à part reproduisant en miniature le système général, et formés de satellites qui circulent autour de la planète centrale et la suivent dans son orbite.

Outre ces grands mouvements de révolution qui s'accomplissent autour du Soleil et autour des plus grosses planètes, l'observateur verrait tous ces globes planétaires, tous ces globes satellites tourner sur eux-mêmes avec des vitesses différentes. Le Soleil lui-même est animé d'un mouvement de rotation.

Ajoutez que toutes ces rotations, toutes ces révolutions s'accomplissent dans le même sens, en sorte que si l'on vient à découvrir dans cet ensemble une petite planète jusqu'alors inaperçue, on peut tenir d'avance pour certain qu'elle marchera comme les autres dans le sens général.

Rien de plus simple que la structure de ce système, dont les

détails imitent et reproduisent plusieurs fois le dessin. Tous les corps sont presque sphériques; tous les mouvements sont presque circulaires, aussi bien ceux des planètes autour du Soleil que ceux des satellites autour des planètes; toutes les rotations sont uniformes; enfin, loin d'être arbitrairement distribuées autour du Soleil, toutes les orbites sont presque couchées sur un même plan*. Il y a là évidemment un ensemble de corps formant système, régi par les lois ordinaires du mouvement, maintenu par l'action d'une force centrale prépondérante, celle qu'exerce l'énorme masse du Soleil, de même que les satellites sont retenus par l'attraction plus faible des planètes qu'ils accompagnent. Sans cette force centrale, inhérente et proportionnelle aux masses, un tel système ne pourrait durer un seul instant : si, par impossible, elle était anéantie tout à coup, ces corps animés de vitesses énormes se disperseraient dans l'espace en suivant leur dernière direction, comme une pierre lancée par la fronde. Cette force, dont toute particule de matière est douée, est encore celle qui a donné à tous ces globes la forme sphérique et qui retient, sous le nom de pesanteur, les corps reposant librement à leur surface.

En appliquant à ces corps en mouvement, et sollicités par leurs attractions mutuelles, les lois de la mécanique, l'esprit humain est parvenu à pouvoir prédire, avec une admirable exactitude, les positions que tous ces globes occuperont dans l'espace à un moment donné, et à démontrer que ce système, quels que soient ses antécédents, est arrivé à un état de stabilité où le jeu naturel des forces ne présente aucune chance de destruction spontanée. Le monde solaire est fait pour durer.

En dehors, bien loin de ce système, l'espace paraît semé d'autres soleils brillant aussi de leur propre lumière. Peut-être sont-ils les centres de mondes analogues au nôtre; mais ces mondes ne sont pas destinés à nous être connus. Les distances qui nous en séparent sont telles, que les planètes et le Soleil peuvent être considérés comme de simples points, que les dimensions mêmes du système solaire tout entier ne sont presque rien en comparaison de ces distances. Si nous dirigeons nos regards

* Les satellites d'Uranus sont les seuls qui fassent exception à la règle générale.

vers ces étoiles blanches, jaunes, rouges, vertes et bleues accumulées çà et là, il nous est impossible de reconnaître un plan, une loi quelconque dans leur distribution. Elles paraissent être en général aussi indépendantes les unes des autres que notre monde solaire l'est par rapport à elles.

Loin de se mouvoir rapidement et sans cesse, comme les planètes, elles restent constamment au même lieu; elles sont *fixes*; si quelques-unes paraissent se déplacer, c'est avec une lenteur qui rend leurs mouvements presque imperceptibles. Peut-être toutes les étoiles sont-elles animées en réalité de vitesses considérables, dans des directions et suivant des lois inconnues; mais leurs déplacements sont insensibles pour nous, à cause de l'immensité qui nous en sépare; il a fallu des siècles pour que les moins lents d'entre eux aient pu être nettement constatés.

L'univers nous présente donc, d'une part, le monde solaire dont notre Terre fait partie, monde accessible pour nous et objet spécial de notre étude; de l'autre, les étoiles innombrables, soleils distribués tout autour de nous dans l'immensité des espaces célestes, et échappant par leur distance même à presque toute investigation. Puisqu'elles sont fixes, elles pourront du moins servir de points de repère auxquels nous rapporterons les mouvements des planètes de notre monde.

Si au lieu de nous transporter en idée en dehors de ce monde, de le regarder avec les yeux de l'esprit, en restant étrangers à ses mouvements, nous nous plaçons sur un des globes qui en font partie, le tableau de l'univers changera complétement d'aspect. D'abord les yeux seuls ne peuvent nous servir à apprécier les distances, sitôt qu'elles dépassent notablement celles que nous sommes accoutumés à juger à l'aide du contrôle des autres sens. L'œil nous indique fidèlement les directions; mais, dépourvus de tout renseignement sur les distances réelles, nous serons déterminés instinctivement à les juger toutes égales, ou du moins à les rapetisser à l'échelle de l'horizon borné qui nous entoure. L'univers va se rétrécir; les astres paraîtront cloués à ce que l'on nomme le ciel, espèce de voûte surbaissée qui a pour toute base l'horizon, et dont la sensation est produite en nous par le segment atmosphérique qui recouvre nos têtes.

Bien plus, les perceptions relatives au mouvement seront toutes altérées, car, participant désormais au double mouvement de

rotation et de translation de la planète, l'observateur n'en sera point averti par ses sens. Il a beau *savoir* qu'il est rapidement emporté dans l'espace, il ne le sent pas; aucun organe ne perçoit et ne transmet l'impression matérielle d'un mouvement auquel toutes les parties du corps, tous les objets voisins participent d'une manière égale.

L'observateur se jugeant immobile avec sa planète, attribuera instinctivement ses propres mouvements aux autres astres; par exemple, il transportera aux points fixes, aux étoiles presque infiniment éloignées, la vitesse de rotation de sa planète, et il les verra toutes tourner autour de lui comme autour d'un centre qu'aurait l'univers. Et ce n'est pas là une de ces illusions qui disparaissent au moment même où la cause d'erreur se trouve dévoilée. Lorsque nous regardons dans le crépuscule des objets voisins faiblement éclairés, il nous arrive quelquefois d'en mal apprécier la distance et d'attribuer par suite, à ces objets, une grandeur surnaturelle, effrayante; mais, que l'erreur sur la distance cesse, et aussitôt l'illusion s'évanouit, les objets reprennent à nos yeux leur grandeur véritable. Ici l'illusion persiste pour l'ignorant et pour celui qui en sait la cause.

Les anciens ont dû s'en tenir aux témoignages des sens; ils ont placé le Soleil et les planètes tout près de la Terre, les étoiles un peu plus loin, et par suite ils ont attribué à tous ces corps des dimensions d'autant plus faibles qu'ils les rapprochaient davantage. Pour eux la Terre occupait une place énorme dans ce tout petit univers; par son immobilité supposée et l'énormité frappante de son volume, elle devenait naturellement le centre de tous les mouvements de la sphère céleste. Plutôt que de lui supposer le moindre mouvement, ils attribuaient tout aux astres. Pour qu'on renonçât à des idées si naturelles, si bien d'accord avec le témoignage immédiat de nos sens, il a fallu que les contradictions et les impossibilités d'une telle théorie s'accumulassent pendant des siècles, jusqu'à devenir enfin intolérables. D'ailleurs les anciens ignoraient les lois rationnelles de la mécanique; ils voyaient autour d'eux les mouvements terrestres finir toujours par se ralentir et s'épuiser, tandis que les mouvements célestes duraient toujours inaltérables. Ils concluaient de là que les astres n'étaient point de la même nature que les éléments grossiers de la Terre; ils devaient être

formés d'une substance plus subtile, d'un élément *éthéré* ou *sidéral;* si même ils avaient connu les lois de la mécanique des corps bruts, ils n'auraient osé les appliquer aux essences du ciel.

Mais s'ils avaient pu mesurer exactement les distances (ils les ignorèrent toujours, non pas faute de géométrie, mais faute d'instruments délicats), s'ils avaient pu augmenter comme nous la puissance de la vision par des lunettes ou des télescopes, nul doute qu'ils n'eussent repoussé bientôt leur grossier système.

Voyons en effet comment les erreurs engendrées par l'illusion des sens seraient tombées une à une. Les mesures de distances sont fondées sur les premiers théorèmes de la géométrie élémentaire ; l'astronome opère comme l'arpenteur chargé de déterminer la distance d'un point inaccessible. On commence par mesurer avec soin une *base* sur la surface même du globe terrestre; puis on mesure les angles du triangle formé par cette base et par les rayons visuels dirigés au même instant vers le même astre. Le triangle se trouve déterminé; la résolution graphique, ou plutôt numérique, donne la distance de l'astre observé, et voilà déjà une erreur qui disparaît. La Terre n'est plus immense, les astres ne sont plus tout près de nous. C'est le contraire qui est vrai. La distance de l'astre étant connue, le diamètre de son disque apparent étant mesuré, rien de plus simple que d'en déduire le diamètre réel, la surface, le volume. Les anciens auraient appris par là que ces astres, en apparence si petits, sont presque tous bien plus gros que la Terre, et que le Soleil surpasse de beaucoup en volume toutes les planètes réunies, y compris notre globe. Puis les télescopes leur auraient appris que ces planètes sont des globes opaques, sans lumière propre, dont la superficie présente une ressemblance frappante avec celle de la Terre; que le Soleil, malgré sa vive lumière et sa chaleur, n'est lui-même qu'un corps matériel, non une essence incorruptible comme l'antiquité grecque l'a toujours soutenu ; que tous ces globes isolés dans l'espace, libres de tout support, tournent sur eux-mêmes et sont animés en même temps d'un rapide mouvement de translation; que plusieurs de ces planètes sont accompagnées de satellites qui circulent autour d'elles comme la Lune autour de la Terre. Comment résister à tant d'analogies? Comment hésiter dès lors à ranger la Terre au nombre des pla-

nètes, et à chercher enfin si les lois qui règlent autour de nous les mouvements des corps bruts, ne régleraient pas aussi les mouvements célestes?

Allons plus loin et montrons encore comment le plus simple usage des instruments actuels aurait suffi pour reconnaître l'isolement caractéristique de notre monde au milieu de l'univers stellaire, immense, indéfinissable. En dirigeant une lunette vers un des astres de notre système, on voit, à mesure qu'on augmente le grossissement, son image grandir et s'amplifier comme si l'astre se rapprochait de nous. On peut ainsi grossir cent fois, mille fois, six mille fois les images des planètes et les placer, pour ainsi dire, à une distance cent fois, mille fois, six mille fois moindre. Mais, pour les étoiles, les télescopes les plus puissants échouent complétement; ils ne peuvent les grossir ni les rapprocher, ou, pour parler plus exactement, il ne sert de rien de rendre leurs distances six mille fois moindres, car ces distances sont comme infinies par rapport à celles qui nous séparent des planètes.

On voit par là qu'il n'est pas nécessaire, à la rigueur, d'approfondir les lois du mouvement des astres pour parvenir à connaître le rôle et la situation de notre globe dans le système solaire et de celui-ci dans l'univers. On voit combien il serait aisé, de nos jours, de convaincre les plus incrédules, en opposant à un sentiment d'immobilité qu'on trouve si souvent trompeur, le témoignage plus précis de nos autres sens guidés par la plus simple géométrie, aidés des ressources actuelles de l'optique. Mais ce n'est pas ainsi que le vrai système a été découvert. Il faut dire, à l'honneur de l'esprit humain, qu'il l'a été avant l'invention des lunettes et de ces instruments de mesure si précis qu'on possède actuellement. La vérité s'est fait jour, lorsque le système des anciens commençait à se trouver en contradiction par trop évidente avec les faits et avec la raison, lorsque la découverte d'un nouveau continent et l'immense extension de la navigation eurent fait sentir que l'astronomie allait avoir besoin de précision, car elle allait servir de guide sur l'immensité des mers.

Il était utile d'indiquer aux commençants sur quels faits simples on pourrait, en définitive, baser la preuve matérielle de la science moderne. Nous allons donc en exposer les théories

élémentaires, sans supposer à personne la moindre répugnance pour des idées dont la démonstration se complétera d'ailleurs à chaque pas que nous ferons. Voici le plan de cet ouvrage.

LIVRE I. *Mouvement de rotation diurne de la Terre.*

Systèmes de coordonnées sphériques qui servent à fixer et à définir les positions des astres.

Applications : Instruments de mesure appropriés aux divers systèmes de coordonnées; mesure de temps....

LIVRE II. *Figure et dimensions de la Terre.*

Système de coordonnées sphériques qui servent à fixer la position des points à la surface du globe; géodésie.

Applications : Système métrique; cartes géographiques; navigation....

LIVRE III. *Mouvement annuel de translation de la Terre.*

Système de coordonnées sphériques spécialement consacrées au monde solaire; lois de Képler.

Applications : Mesure du temps; calendrier; théorie des climats et des saisons; cadrans solaires....

LIVRE IV. *Système secondaire formé par la Terre et son satellite (la Lune).*

Généralisation des lois de la pesanteur terrestre.

Applications : Calendrier; longitudes en mer; éclipses; sélénographie; marées....

LIVRE V. *Système solaire, planètes et satellites; comètes.*

Lois de Képler. Dimensions absolues du système solaire.

Analogies matérielles entre la Terre et les autres planètes.

Applications : Mesure de la vitesse de la lumière; longitudes géographiques.

LIVRE VI. *Étoiles.*

Mesure de leurs distances; aberration; étoiles doubles; amas d'étoiles. Mouvements propres des étoiles. Analogie entre les étoiles et le Soleil.

LIVRE PREMIER.

MOUVEMENT DE ROTATION DIURNE DE LA TERRE.

CHAPITRE PREMIER.

RONDEUR DE LA TERRE. — DÉTERMINATION APPROXIMATIVE DE SES DIMENSIONS. — DISTANCES DES ASTRES.

Avant de passer à l'étude directe du mouvement de rotation de notre globe, il est nécessaire de préciser quelques idées qui ont été énoncées dans l'introduction sur la sphéricité approximative de la Terre, son isolement dans l'espace, ses dimensions, etc. Ces idées sont les premières, parce qu'elles sont les plus simples et les plus faciles à constater.

Rondeur de la Terre. — Les preuves de la *rondeur* de la Terre sont assez évidentes pour avoir, presque de tout temps, frappé les esprits. En quelque lieu que l'on se place, à quelque hauteur que l'on s'élève au-dessus du sol, toujours l'horizon est terminé circulairement, s'il est libre, c'est-à-dire si des accidents du terrain n'en masquent aucune partie à l'observateur; toujours celui-ci occupe le centre de ce cercle. Or, il n'y a que cette alternative : ou l'horizon est borné par la faiblesse de notre vue, qui ne pourrait distinguer les objets placés au delà d'une petite distance; ou il est formé par le *contour apparent* du globe terrestre, par la *ligne de séparation* entre les parties visibles et les parties invisibles sur un globe partout convexe; cette ligne étant d'ailleurs la courbe de contact d'un cône circonscrit, dont le sommet serait à l'œil même de l'observateur, et dont les génératrices toucheraient partout le globe terrestre.

Il est impossible d'hésiter un seul instant entre ces deux suppositions. Voici un fait, mille fois et partout constaté, qui se trouve en contradiction absolue avec la première hypothèse et en accord complet avec la seconde.

Soit un observateur placé en A (fig. 2), à une hauteur quelconque, sur le rivage de la mer, par exemple, et regardant un vaisseau qui s'éloigne dans la direction AB. Du point A menons AB tangentiellement au globe terrestre : le point de contact B sera un point du contour apparent de ce globe; tous les points de la surface seront visibles de A en B et invisibles à partir de B. En fait, le vaisseau sera visible *tout entier* du point A, tant qu'il n'aura pas dépassé le point B; mais, à partir de B, en C, D, E, par exemple, le vaisseau paraîtra s'enfoncer de plus en plus au-dessous de l'horizon, à commencer par la coque du navire; puis les voiles inférieures disparaîtront en D; puis les hautes voiles et enfin le navire tout entier en E. Toujours les dernières parties visibles sont les parties supérieures, celles qui dépassent la tangente AB prolongée indéfiniment. Les phénomènes du coucher du Soleil ou de la Lune sont tout à fait analogues; on pourrait dire que le vaisseau s'est couché pour l'observateur A, lorsqu'il a atteint le point E. Si l'observateur veut revoir le vaisseau qui vient de disparaître pour lui en E, il lui suffira de s'élever un peu plus au-dessus du sol, de se placer en A', par exemple. De là, la tangente au globe terrestre aura son point de contact par delà le point B, et le vaisseau restera visible beaucoup plus longtemps sur un horizon élargi. C'est ainsi qu'une vigie, placée au haut des mâts d'un vaisseau, voit les navires ou les rivages éloignés lorsqu'ils sont encore au-dessous de l'horizon pour le marin placé sur le tillac. Ce phénomène vulgaire démontre donc aux yeux la courbure de la Terre; il en donnerait aisément la mesure, en supposant que l'arc ABCDE soit un arc de cercle; on obtiendrait assurément une détermination assez approchée du rayon terrestre, si on mesurait l'arc A'E compris entre la station de l'observateur et le point où le vaisseau disparaît entièrement à ses regards. Les éléments du calcul se réduisent, en effet, à la longueur de l'arc A'E et aux deux hauteurs A'A, EK; et comme on trouvera toujours à très-peu près la même courbure, en quelque point de la Terre que l'on répète cette opération, il faut bien en conclure que la Terre est sensiblement sphérique.

Mais la première preuve que nous avons énoncée n'est pas moins convaincante, et va nous conduire plus aisément encore aux mêmes résultats. Dire qu'en un lieu quelconque l'horizon

est toujours terminé circulairement, à quelque hauteur que l'on s'élève, c'est évidemment dire que la Terre est sphérique. Précisons davantage cette première notion.

D'abord l'horizon n'est nettement accusé qu'à la mer : là la courbure de la Terre est exempte de ces petites irrégularités qui se présentent autour de nous sur les continents. C'est donc sur la mer que nous devons chercher la forme véritable de notre globe. Or, c'est un fait d'observation que partout la surface des mers, et, en général, la surface des eaux tranquilles est perpendiculaire à la direction de la pesanteur, accusée par celle du fil à plomb ou des corps qui tombent librement. Cette direction se nomme *verticale;* ce n'est autre chose, comme nous allons le voir, que le prolongement du rayon terrestre qui aboutit en chaque point de la surface. Si un observateur se place en A à une hauteur AB mesurée verticalement au-dessus de la surface de la mer (fig. 3), et qu'il mesure de là l'angle DAB, formé par la verticale et le rayon visuel dirigé vers l'horizon, il trouvera que cet angle reste le même tout autour de la verticale BA. S'il monte en A' et qu'il répète la même mesure, l'angle D'A'B se trouvera plus petit que DAB, mais il sera encore le même pour le tour entier de l'horizon. Donc, les cônes formés par les rayons visuels dirigés de A ou de A' tangentiellement à la terre, sont des cônes de révolution ayant la verticale AB pour axe commun; donc, la portion visible de la Terre est elle-même une surface de révolution autour de la verticale AB. Et comme la même opération conduit partout aux mêmes résultats, il en résulte que la Terre est une sphère dont le centre est le point de concours de toutes les verticales.

Rayon terrestre. — Déterminons actuellement, par ce procédé, le rayon du globe terrestre. On peut mesurer : 1° la hauteur $AB = h$ de l'œil de l'observateur au-dessus de la surface; 2° l'angle DAB formé par la verticale et le rayon visuel AD, tangent à la Terre et dirigé par conséquent vers un point de l'horizon. Dès lors le triangle CDA, rectangle en D, se trouve déterminé; car on y connaît un angle et la différence AB des deux côtés AC et DC. On pourra donc calculer le rayon CD ou CB par la relation élémentaire

$$\frac{CD}{CA} = \frac{CD}{CD + h} = \sin CAD = \cos H'AD.$$

Évidemment l'angle CAD différera toujours très-peu de 90°; car on ne peut jamais s'élever beaucoup au-dessus du sol. Cette différence, c'est-à-dire le complément de l'angle CAD, se nomme la *dépression de l'horizon apparent*; c'est la quantité angulaire H'AD, dont le rayon visuel AD, qui détermine un point de l'horizon sensible, se trouve abaissé ou déprimé par rapport à l'horizontale AH. L'horizon proprement dit (*horizon rationnel*) est le plan perpendiculaire en B, en A ou en A' à la verticale du lieu; c'est encore le prolongement de l'élément superficiel du globe terrestre en B; tandis que l'horizon visible ou *apparent*, s'abaisse d'autant plus au-dessous du plan horizontal de la station que celle-ci est plus éloignée du sol.

Les élèves de l'école de la marine, à Brest, ont déterminé, par ce procédé, le rayon de la Terre. Leur station était placée à 75^m au-dessus du niveau de la mer; ils ont trouvé 15′ 30″ pour la dépression de l'horizon, c'est-à-dire pour l'angle H'AC; en substituant ces valeurs dans la formule précédente, on trouve

$$\frac{CD}{CD + 75^m} = \cos 15'\,30''\,*;$$

d'où $CD = 7\,400\,000^m$ environ. Ce nombre est trop fort de $\frac{1}{7}$; la vraie valeur est de $6\,366\,000^m$. Les anciens étaient loin de connaître le rayon de la Terre à $\frac{1}{7}$ près; il n'y a même pas très-longtemps que nous le connaissons mieux; car, en 1666, Newton lui supposait une valeur trop faible de $\frac{1}{6}$.

Ce moyen de mesurer la Terre n'est pas susceptible d'une grande précision, puisqu'il fait dépendre la valeur du rayon terrestre d'une quantité h, qui est nécessairement fort petite: la moindre erreur commise sur l'angle de dépression H'AD a une influence considérable sur le résultat. Nous verrons en outre, à propos des réfractions atmosphériques, d'autres imperfections inhérentes à cette méthode, à laquelle on a substitué des procédés bien plus précis.

Toutefois, cette première approximation suffit pour montrer

* Pour adapter la formule au calcul des tables, il faut remplacer cos H'AD par $1 - 2\sin^2 \frac{1}{2}$ H'AD, ce qui donne

$$CD = \frac{75^m}{2\sin^2 \frac{1}{2} H'AD} - 75^m.$$

combien les irrégularités de la surface terrestre, les vallées profondes, les protubérances continentales, les montagnes même qui nous paraissent si grandes, sont peu de chose en comparaison du globe tout entier. La plus haute montagne de la Terre, le Dhawalagiri (chaîne de l'Himalaya, en Asie), a 8500^{m} de hauteur; c'est $\frac{1}{740}$ environ du rayon terrestre. En représentant la Terre par un globe de 74 centimètres de rayon, il faudrait donner à cette montagne une saillie d'un millimètre. Quant aux massifs continentaux, leur hauteur moyenne est, d'après M. de Humboldt :

Pour l'Europe.............	200^{m}
Pour l'Amérique du Nord...	230
Pour l'Amérique du Sud....	340
Pour l'Asie................	350
Pour l'Afrique.............	?

La profondeur des mers est du même ordre de grandeur que la saillie des terres émergées; l'une et l'autre seraient insensibles sur un globe de 74 centimètres de rayon.

Toutefois, ne perdez pas de vue que c'est toujours de la surface régulière des mers qu'il s'agit, lorsqu'on parle mathématiquement de la figure du globe terrestre*; il faut alors supposer cette surface idéalement prolongée à travers les continents, dont la hauteur se compte toujours à partir de ce niveau général. C'est encore sur mer que l'horizon se dessine le mieux; quand le ciel est beau, l'horizon paraît terminé par un cercle bleuâtre bien tranché, qui limite le ciel et le sépare nettement de la surface terrestre.

Au fond, le raisonnement qui vient de nous dévoiler la forme sphérique de notre planète s'applique à tous les astres dont le diamètre est sensible pour nous. Si on est autorisé à dire que le Soleil et les planètes sont des sphères, c'est qu'ils nous apparaissent toujours terminés circulairement, quoique nous les voyions successivement de différents points de vue. La seule différence consiste en ce que le contour apparent du Soleil et des planètes (vues à l'aide de lunettes) peut être considéré

* Les mers occupent d'ailleurs près des trois quarts de la surface entière du globe (fig. 45).

comme un grand cercle de ces globes, à cause de leur grande distance; tandis que le contour apparent de la Terre est toujours pour nous un très-petit cercle de cette sphère.

De la sphéricité actuellement bien établie de notre planète, on déduit que les verticales de deux lieux ne peuvent être rigoureusement parallèles, si rapprochés qu'ils soient; car ces verticales doivent concourir au centre de la Terre. Mais, dans toute l'étendue que nous pouvons embrasser du regard autour de nous, leur défaut de parallélisme est bien peu sensible; il échappe à nos organes. Par exemple, dans la mesure des élèves de l'école de Brest, on voit que l'angle des deux verticales DC et AC, ou DCA = H'AD, était de 15′ 30″ seulement, quoiqu'elles fussent éloignées de 15 ½ milles marins ou de 7 lieues de poste. Quand on marche toujours dans le même sens, on rencontre successivement des verticales de plus en plus inclinées sur celle du point de départ; mais la transition se fait d'une manière graduelle, et nous n'en avons point conscience. Il ne semble pas que les arbres, les maisons aient changé de direction dans l'espace, parce qu'ils ont toujours la même direction par rapport au sol que nous avons sous les yeux. Aussi les peuples primitifs ont-ils jugé la Terre plane et indéfinie, idée qui n'est au fond que la traduction même de notre impression immédiate. Le lever et le coucher des astres n'a pu les détromper; plutôt que d'imaginer un globe isolé dans l'espace et les astres tournant autour de lui, ils crurent longtemps que les astres et le Soleil lui-même allaient se plonger à l'occident dans la mer; les peuples de la Bétique (l'Espagne) entendaient, disait-on, le sifflement que le Soleil produisait en s'enfonçant, comme un fer rouge, dans l'océan Atlantique. On retrouve dans la mythologie grecque bien des traces de cette grossière et antique cosmographie. Il faut encore rattacher à la même cause d'illusion la difficulté qu'on a éprouvée si longtemps à se représenter les *antipodes*, c'est-à-dire des habitants placés aux deux extrémités d'un même diamètre de la Terre.

Distances des astres.—Maintenant que nous connaissons d'une manière au moins approchée les dimensions véritables de notre planète, il est possible d'apprécier les ressources qu'elle nous offre pour la mesure des distances. Lorsqu'un arpenteur veut déterminer la distance qui sépare une de ses stations A (fig. 4) d'un

point inaccessible X, il y procède, comme on sait, d'une manière indirecte, en mesurant sur son terrain une base AB, ainsi que les angles DAX, DBX formés par cette base avec les rayons visuels dirigés vers le point inconnu. Mais il est évident qu'il doit proportionner cette base à la distance AX; il se gardera bien de choisir une base trop petite, non que le problème cesse d'être alors théoriquement soluble, mais parce que, dans la pratique, les erreurs inévitables de l'observation joueraient alors un trop grand rôle, et affecteraient par trop gravement la distance cherchée. Cette distance est en effet donnée par la relation trigonométrique $\frac{AX}{AB}=\frac{\sin B}{\sin X}$ et X est lui-même la différence des angles DAX et DBX. Si la base AB est très-petite par rapport à la distance cherchée AX, X sera pareillement très-petit par rapport à B; la moindre erreur commise sur la mesure de $X=A-B$ ou sur celle des angles à la base A et B, aura donc une influence considérable sur le résultat. On peut s'assurer graphiquement que si deux lignes AX, B'X forment entre elles un angle très-petit, et doivent déterminer un point X par leur intersection, ce point sera mal déterminé en ce que la moindre variation des angles A et B' produira une variation très-grande dans la situation du point de rencontre. Or, c'est un résultat de l'expérience que les erreurs des mesures angulaires ne dépendent nullement en général de la grandeur des angles mesurés. L'angle X sera donc obtenu avec la même exactitude absolue, qu'il soit grand ou petit; mais s'il est grand, l'erreur commise sur X n'en sera qu'une petite fraction, et par suite l'erreur commise sur la distance cherchée AX sera une petite fraction de AX; si cet angle X est petit, au contraire, l'erreur inévitablement commise sur la mesure en sera une fraction notable, et l'erreur résultante sur la distance cherchée AX sera de même une fraction notable de cette distance. Le procédé géométrique des arpenteurs repose, comme on voit, sur cette simple remarque qu'un point inaccessible X étant vu de la station A dans la direction AX, si l'observateur se déplace *suffisamment*, jusqu'en B, par exemple, le point X sera vu dans une direction BX différente de la première. La *différence* X (en grec παράλλαξις) de ces deux directions prend en astronomie le nom de *parallaxe*; quand elle est connue, le rapport de la distance cherchée à la

ligne prise pour base se calcule immédiatement, avec d'autant plus d'exactitude que cette parallaxe est elle-même plus grande. Les arpenteurs peuvent toujours obtenir une parallaxe suffisante, un triangle ABX *avantageux*, parce qu'il leur est toujours permis d'employer une base AB suffisamment étendue. Au contraire, les astronomes ne rencontrent que des triangles *désavantageux*, des parallaxes très-petites, parce que leur base est limitée, comme nous allons voir, par les dimensions mêmes de la petite planète que nous habitons.

La sphéricité du globe terrestre étant démontrée, son rayon étant connu, la distance d'un astre X au centre C (fig. 5) pourra être déterminée par un procédé absolument semblable à celui des arpenteurs. Il suffira de mesurer dans une direction convenable à la surface du globe, un arc AB dont la corde AB servira de base. Le triangle ACB formé par AB et les verticales CA, CB des deux stations permettra de calculer cette corde d'après la longueur de l'arc AB; car l'angle en C sera donné par la proportion $\frac{\text{arc}AB}{2\pi r} = \frac{\text{angle C}}{360^\circ}$. Supposons maintenant que deux observateurs postés en A et B attendent qu'un astre X vienne se placer, par l'effet de son mouvement réel ou apparent, dans le plan ACB, et qu'ils mesurent au même moment les angles ZAX, Z'BX formés par les verticales AZ, BZ' avec les rayons visuels AX et BX dirigés vers l'astre. Les angles et la base du triangle ABX se trouvent déterminés, et ce n'est plus qu'un problème élémentaire de trigonométrie plane que d'en déduire la distance cherchée CX.

Plus l'astre est éloigné, plus l'angle X ou la *parallaxe* devient faible, et plus le triangle ABX est *désavantageux*. En pareil cas, l'arpenteur augmenterait sa base; l'astronome ne le peut pas; il est limité par les dimensions de la planète; il est réduit à tourner ses efforts vers le perfectionnement de ses procédés de mesure et la connaissance exacte de cette unique base que lui fournit la Terre. Les anciens mesuraient les angles à $\frac{1}{4}$ de degré près, tout au plus. Les modernes ont poussé la précision à 1′ ou 2′, avant l'invention des lunettes. Aujourd'hui les erreurs des mesures angulaires ne dépassent guère 1″ dans les cas ordinaires; et lorsqu'on met en jeu toutes les ressources modernes, on parvient à l'exactitude de 0″,1 et même

de 0″,03 ou 0″,04. Tout angle inférieur à ces limites-là nous échappe; il est comme nul pour nous, de même que tout angle de ¼ de degré échappait aux mesures des anciens astronomes. Or, les parallaxes des astres de notre propre monde (sauf celle de la Lune) sont bien inférieures à ¼ de degré, pour la plus longue base que nous puissions choisir sur notre globe. Il ne faut donc pas s'étonner que les anciens aient complétement ignoré les vraies distances des astres.

Quant aux étoiles, non-seulement le triangle basé sur le rayon ou le diamètre entier du globe est désavantageux, mais encore il n'y a plus pour ainsi dire de triangle. Les rayons visuels dirigés de deux points opposés de notre globe vers une même étoile ne sont pas sans doute géométriquement parallèles, parce qu'aucune étoile n'est située à une distance infinie dans le sens strict du mot, mais l'angle de ces deux rayons visuels est si petit qu'il échappe entièrement aux mesures les plus délicates; et quand bien même nos mesures deviendraient 1000 fois plus précises, cet angle serait encore insensible. Vouloir mesurer la distance des étoiles avec le diamètre de la Terre pour base, c'est comme si un arpenteur voulait déterminer la distance d'un clocher éloigné d'une lieue, à l'aide d'une base d'un demi-millimètre. Vue de ce clocher, une telle base se réduirait à un simple point. De même, vue des étoiles, la Terre peut être considérée comme un point sans dimensions sensibles. Cette conséquence doit toujours être présente à l'esprit dans la lecture des chapitres suivants. Lorsqu'on voit les étoiles tourner chaque jour autour de la Terre, qui n'est elle-même qu'un point dans l'espace, avec un ensemble si parfait, malgré la distance infinie qui nous en sépare, il est bien évident qu'il s'agit là d'une illusion d'optique, non d'une réalité. La théorie des mouvements apparents engendrés par la rotation diurne de notre propre globe va nous expliquer ces illusions, jusque dans les moindres détails, avec la même facilité que s'il s'agissait d'un voyageur courant en chemin de fer ou en ballon, et voyant fuir en sens inverse les objets fixés au sol.

CHAPITRE II.

THÉORIE DES MOUVEMENTS APPARENTS : 1° MOUVEMENT DE TRANSLATION RECTILIGNE ; 2° MOUVEMENT DE ROTATION.

Description de l'œil. — L'œil est le seul organe des sens dont nous puissions nous servir pour étudier les mouvements célestes. Il est donc utile de se rendre compte de la manière dont cet organe reçoit et transmet ses impressions. En voici une description succincte. C'est un globe à peu près sphérique (fig. 6), enveloppé par une membrane *ccc'c'c* que l'on nomme *cornée* ou *sclérotique*; celle-ci est partout blanche et opaque, sauf sur un petit segment antérieur *c'c'*, un peu plus bombé que le globe oculaire, où la sclérotique devient translucide et prend le nom de *cornée transparente*. L'intérieur présente la structure suivante : 1° en avant, près de la cornée transparente, se trouve un diaphragme *ii'*, l'*iris*, percé d'une ouverture circulaire et variable, la *pupille*, par où les rayons lumineux sont admis. En arrière de l'iris se trouve le *cristallin* C, lentille solide, biconvexe, transparente, maintenue par une membrane également transparente. L'intervalle compris entre la cornée antérieure et le cristallin est rempli d'un liquide incolore (*humeur aqueuse*); le reste de l'œil est rempli d'une humeur transparente, mais non liquide; c'est l'*humeur vitrée* qui a l'aspect et la consistance d'une gelée un peu jaunâtre. Enfin, le fond de l'œil est recouvert d'une couche mince de matière noire, sur laquelle s'étend la *rétine*, sorte de tissu léger, grisâtre et mou, formé par l'épanouissement du nerf optique *n*. L'œil est donc une sorte de chambre obscure où la rétine remplit la fonction d'une plaque daguerrienne, à cette différence près que l'impression formée par les images qui viennent s'y peindre n'y est pas permanente. Tout est disposé, dans cet admirable appareil optique, pour percevoir et rendre sensible la *direction* des rayons lumineux émanés d'un point extérieur ; rien, pour en faire aprécier immédiatement la *distance*, pour peu qu'elle dépasse une certaine limite. Sous ce dernier rapport, les plus puissants télescopes n'ajoutent point au pouvoir de la vision. Les rayons lumineux émis par le point A

sont admis par le trou de l'iris ou la pupille; ils subissent dans l'œil une série de réfractions qui les concentre en un faisceau conique, dont le sommet atteint la rétine au point *a*, image du point extérieur A. Dans ce pinceau lumineux, il y a un rayon A*a* qui n'est point dévié; c'est l'axe du pinceau et c'est aussi la direction dans laquelle l'œil voit l'objet extérieur; mais au delà d'une limite fort rapprochée, le point A produira la même impression à quelque distance qu'il soit placé sur la ligne *a*A. L'éclat de son image *a* variera, il est vrai, mais l'effet produit serait encore le même, si au lieu de s'éloigner il restait en place, en diminuant peu à peu d'éclat *. Mais si l'objet A vient à se déplacer dans tout autre sens, vers B, par exemple, l'image *a* marchera en sens contraire sur la rétine vers le point *b*, et l'œil nous avertit aussitôt du changement de direction de la ligne *a*A. Cependant, l'effet produit serait encore le même, si l'objet A, restant encore immobile, l'œil était transporté en sens contraire d'une quantité égale à AB; en sorte que l'observateur n'a réellement aucun moyen de savoir, *par sa seule impression visuelle*, si c'est lui qui se meut dans un sens, ou si c'est l'objet A qui a marché en sens contraire. Que d'autres impressions lui donnent, à tort ou à raison, la conscience de sa propre immobilité, et il jugera nécessairement, dans tous les cas, que le

* Quand il s'agit d'objets voisins, la vision nous offre quelques ressources pour en faire apprécier la distance. La plus habituelle consiste dans la relation qui existe entre la distance et l'*angle visuel* de l'objet. Cet angle, auquel les astronomes donnent le nom de *diamètre apparent*, quand il s'agit des astres dont le disque a une grandeur sensible, est formé par les rayons extrêmes qui se croisent dans l'œil. Dans la figure 6, l'angle sons lequel l'objet AB est vu est l'angle A*p*B ou son égal *apb*. Il détermine évidemment la grandeur de l'image, et, tant qu'il reste dans les limites de petitesse ordinaire, il varie en raison directe de la distance de l'objet AB. Les enfants acquièrent, par une expérience continuelle, le sentiment de cette relation pour tous les objets voisins; ils rectifient aisément leurs erreurs en parcourant les distances d'abord mal appréciées. Quand ces distances ne dépassent pas une certaine limite, nous avons encore une ressource dans la convergence qu'il faut donner aux axes des deux yeux pour fixer un objet. L'écartement des deux yeux est alors une véritable base géométrique dont nous nous servons pour apprécier la distance, et l'angle de convergence des axes optiques pourrait être assimilé à ce que nous avons nommé parallaxe. Ces ressources naturelles ou acquises deviennent inutiles lorsqu'il s'agit de grandes distances, ou d'objets dont la grandeur réelle nous est inconnue.

point A est en marche, du moment où la direction *a*A lui aura paru changer.

Ainsi, la vue nous informe du changement de direction, elle nous avertit des mouvements relatifs; mais, seule, elle ne peut servir à trancher la question de savoir à qui appartient le mouvement absolu, de l'objet ou de l'observateur. Examinons donc si nos autres sens peuvent nous éclairer à ce sujet.

Voici l'énoncé d'un principe fondamental en mécanique, dont chacun de nous a eu de fréquentes occasions de vérifier expérimentalement l'exactitude*. Si un système de corps est emporté dans l'espace d'un mouvement *général* et commun à toutes les parties, les mouvements *relatifs* de ces corps ne sont nullement modifiés par le mouvement général de translation; ils en sont indépendants et s'accomplissent, par exemple, comme si le système était en repos.

Lorsque nous faisons partie d'un tel système, voiture, wagon de chemin de fer, vaisseau ou ballon, nos gestes, nos mouvements et ceux des objets voisins, entraînés avec nous, s'opèrent librement comme si tout était en repos. Rien ne nous avertit du mouvement dont l'ensemble est animé, tant que nous ne nous mettons point en relation, par les sens de la vue ou du tact, avec les objets extérieurs. A la vérité, lorsque le système dont nous faisons partie éprouve une altération subite dans sa vitesse, un choc, une secousse quelconque, nous le sentons par la communication plus ou moins rapide qui s'en fait dans nos organes; mais alors il ne s'agit plus d'un mouvement général, rigoureusement commun à toutes les parties, comme le principe cité plus haut le suppose.

Il résulte de là que les mouvements généraux ne sont pas sentis par nous : nos impressions ne peuvent nous en avertir lorsqu'elles se rapportent aux objets voisins, puisqu'elles ont lieu comme si tout le système était en repos; naturellement nous nous croyons immobiles. C'est surtout dans les voyages en ballon que l'illusion est complète à cet égard. Sauf la secousse

* La composition des forces et des vitesses repose essentiellement sur ce principe.

du départ et celle de l'arrivée, l'aéronaute n'a aucune conscience du mouvement rapide qui l'entraîne. C'est le baromètre seul qui lui indique s'il monte ou s'il descend.

Puisque nous nous jugeons immobiles et que les impressions de la vue ne peuvent rien décider, qu'elles s'accommodent également bien des deux hypothèses contraires, il est évident que nous devrons attribuer notre propre mouvement en sens inverse à tous les objets extérieurs, qu'ils soient d'ailleurs eux-mêmes fixes ou en mouvement. Dans le second cas, leur vitesse réelle se combinera pour nous avec notre propre vitesse, et l'effet perçu sera la résultante ou la différence de ces deux mouvements, l'un vrai, l'autre illusoire.

Examinons de plus près ce résultat.

Illusions produites par un mouvement de translation rectiligne. — 1° L'œil se meut de O en O' (fig. 7), tandis que l'objet A reste fixe : dans la position O, l'œil reçoit en *a*, sur la rétine, l'image du point A; dans la position O', il la reçoit en *b*. L'espace parcouru sur la rétine est *a'b*, *a* et *a'* étant le même point physique de l'organe. Cet espace et tout l'effet produit sur nos sens reste le même si l'œil est fixe en O, pendant que l'objet A parcourt avec la même vitesse la ligne AB, égale et contraire à OO'. C'est, du reste, ce qui a déjà été indiqué plus haut. Donc, si l'observateur est en mouvement, sans en avoir conscience, il se croira immobile, et il attribuera le déplacement de l'image du point A à un transport effectif de ce point, dont le mouvement apparent sera dès lors égal et contraire au mouvement réel de l'observateur, *vu du point* A.

Si l'objet A est à l'infini, ou, plus exactement, à une distance très-grande, le mouvement réel de l'observateur, vu du point A, sera insensible; il en sera donc de même du mouvement apparent du point A pour l'observateur; et, en effet, dans ce cas, les images formées en *a* et *a'* sur la rétine, dans les deux positions O et O' de l'œil, seront déterminées par les rayons parallèles ou sensiblement parallèles A*a*, A'*a'*; *a* et *a'* seront un seul et même point physique de la rétine; l'objet paraîtra donc immobile. Ainsi l'illusion ne se produit pas pour les objets situés à l'infini quand il s'agit d'un mouvement de translation limité. En chemin de fer, sur un vaisseau, dans un ballon, si on regarde les astres ou même des objets très-éloignés, à la limite de

l'horizon, par exemple, on ne les voit point *fuir en arrière* comme les objets voisins, tant que le système mobile ne *tourne* pas.

A la vérité, si on *fixe* l'œil sur un objet A un peu éloigné (un arbre, un clocher) placé en rase campagne, mais non à l'horizon, il semble alors que ce point reste fixe et que le paysage tourne autour de lui : les objets placés entre le point A et l'observateur fuient toujours en arrière avec une vitesse apparente inversement proportionnelle à leur distance, mais les objets situés au delà du point A marchent en avant, dans le sens du mouvement de progression de l'observateur. Ces apparences ne contredisent nullement la théorie précédente, car l'œil n'est plus ici animé d'un simple mouvement de translation : pour *rester dirigé* sur le point A, il faut, de toute nécessité, que l'œil accomplisse un mouvement de rotation sur lui-même. C'est là le second cas dont nous allons parler.

Illusions produites par un mouvement de rotation. — Nous supposerons l'observateur placé sur une planète quelconque tournant, autour d'un diamètre, avec une vitesse uniforme. Si par l'œil on fait passer un plan perpendiculaire à l'axe de rotation, l'orbite de l'œil sera un cercle compris dans ce plan et ayant son centre sur l'axe. Mais il faudra bien se garder de confondre le mouvement de l'œil avec un simple mouvement circulaire de translation. Voici en quoi consiste géométriquement la différence : dans le premier cas, l'œil fixé au globe qui tourne fait face successivement à toutes les régions de l'espace; dans le second cas, l'œil emporté par un mouvement de translation circulaire, sans rotation, fait toujours face à la même région. Si, dans toutes ses positions successives, on imagine que l'œil soit transporté parallèlement, en un même point quelconque de l'espace, il se trouvera que cet œil fictif aura tourné sur lui-même, dans le premier cas, et sera resté immobile dans le second *.

* Quelques personnes éprouveront peut-être de l'embarras à saisir cette distinction : cela tient à ce que les mouvements de translation que l'on réalise *géométriquement*, par exemple celui d'une bille que l'on attache à l'extrémité d'une verge ou d'un fil et qu'on fait circuler autour de l'autre extrémité fixe, sont toujours accompagnés d'une rotation d'égale durée du mobile sur lui-

Si rien n'existait en dehors de ce globe, l'œil de l'observateur ne percevrait que les objets voisins, fixés comme lui à la surface tournante, et conservant par rapport à lui leurs positions respectives; l'observateur ne pourrait donc recevoir aucune impression de mouvement, et sa raison n'aurait à saisir aucun indice capable de lui ôter la conviction instinctive d'un repos absolu. Mais s'il existe au loin un objet fixe, les sens de l'observateur attribueront à cet objet un mouvement de translation circulaire en sens inverse de la rotation du globe, et si de plus la distance de l'objet est comme infinie par rapport aux dimensions du globe, l'observateur devra se croire au centre de ce mouvement apparent.

Soient, en effet, O, O', O''... (fig. 8) les positions successives de l'œil tournant avec le globe autour d'un diamètre perpendiculaire au plan du dessin. Soit AO la direction dans laquelle l'œil voit un astre A placé à une distance infinie; l'image de cet astre viendra se peindre en *a* sur la rétine. L'œil étant en O', il verra l'astre A par le rayon AO' parallèle au premier, et l'image se formera en *b*, à moins que l'observateur ne tourne sur lui-même pour faire face à l'astre, comme en O, ce que nous n'admettons pas en ce moment. De même en O'' l'image sera en *c*. Or, l'observateur se croit immobile en un point quelconque O, par exemple, et les objets voisins venant toujours former leurs images aux mêmes points de la rétine, il juge que son œil n'a point changé de direction; mais comme l'image seule de l'étoile s'est transportée de *a* en *b* et en *c* sur sa rétine, ou en *a*, *b'* et *c'* qui en sont les mêmes points physiques, il rapportera successivement la position de l'astre fixe A dans les prolongements *a*A, *b'*A', *c'*A'' et les choses se passeront pour lui comme si l'astre avait tourné autour de lui avec

même. En coupant le fil, la bille s'échappera par la tangente au cercle et décrira ensuite une parabole, sous l'influence de la pesanteur, mais elle continuera à tourner en même temps autour d'un diamètre perpendiculaire au plan du cercle primitivement décrit. Si on voulait réaliser un mouvement de rotation pur de toute rotation, il faudrait laisser la bille libre et lui donner une impulsion (un coup de masse, par exemple), passant exactement par le centre de gravité. Tel est le cas des balles forcées, tirées avec un fusil dont les rayures ne sont point contournées en hélice.

une vitesse angulaire égale, mais de sens contraire à la sienne (les angles OCO′, OCO″ sont égaux à AOA′, AOA″).

Nous avons supposé que l'œil reste immobile par rapport au globe et aux objets voisins. Quand il se dirige vers un astre et qu'il veut le suivre malgré le mouvement de rotation, de manière à percevoir son image sur le même point physique de la rétine, il est évident que l'œil, ou l'observateur, est obligé de tourner sur lui-même en sens inverse du globe terrestre; or, l'observateur ne pourra méconnaître le mouvement qu'il se donne relativement aux objets voisins, d'abord parce qu'il est volontaire, puis parce que les images de ceux-ci cesseront de se peindre sur les mêmes points physiques de la rétine.

Nous venons d'examiner le cas où le rayon visuel OA est situé dans un plan perpendiculaire à l'axe de rotation du globe: examinons maintenant celui où ce rayon visuel est parallèle à l'axe, en supposant qu'une étoile se trouve précisément dans cette direction-là. Soit P′CP (fig. 9) l'axe de rotation du globe, et O la première position de l'œil, un rayon AO parallèle à PP′ viendra faire image en a, puis en a' dans la position O′ et en a'' dans la position O″. Or, ces points a, a' a''... seront un seul et même point physique de la rétine; car si l'axe de l'œil placé en O est dirigé vers l'étoile, il le sera encore en O′, en O″ puisque le mouvement de rotation de cet axe optique autour d'une ligne parallèle PP′, engendre un cylindre ayant pour base le cercle décrit par l'œil. Cette étoile-là ne paraîtra donc pas se mouvoir, puisque nous supposons sa distance infinie, car elle semblera toujours située sur une parallèle à PP′ menée par chaque position de l'œil et toutes ces parallèles aboutissent, à l'infini, au même point de concours.

Si l'étoile n'est située ni dans le plan de l'orbite de l'œil, ni dans la direction de l'axe de rotation du globe, mais dans une position intermédiaire, le rayon visuel ne paraîtra plus décrire un plan perpendiculaire à l'axe, comme dans le premier cas, ni un cylindre parallèle à l'axe comme dans le deuxième, mais un cône de révolution plus ou moins ouvert. Ici, la géométrie élémentaire offre une conception très-simple pour aider l'esprit à se représenter dans l'espace ces changements de direction et tous ces mouvements apparents. L'artifice consiste à imaginer autour de l'observateur une sphère d'un rayon quelconque dont

les points représenteront les directions des rayons visuels, ou, ce qui revient au même, la perspective de tous les points fixes de l'univers. C'est en effet l'habitude, en géométrie, de représenter les directions autour d'un point, à l'aide d'une sphère décrite autour de ce point comme centre, avec un rayon quelconque. Alors les angles plans sont représentés par des arcs, les angles trièdres par des triangles sphériques, les plans par des grands cercles, les cônes de révolution par des petits cercles, et les simples lignes ou faisceaux de lignes parallèles (direction des rayons visuels) par des points.

Si l'observateur est fixe et que l'univers entier tourne autour de lui *d'une seule pièce*, on représentera géométriquement l'effet produit en faisant tourner autour d'un diamètre la sphère idéale, dont l'observateur occupe le centre et sur laquelle les astres viennent former leurs perspectives. Si l'univers est immobile et que l'observateur soit animé d'un mouvement de rotation autour d'un axe quelconque, tout ce panorama sphérique lui paraîtra encore tourner autour de cet axe avec la même vitesse angulaire, mais en sens opposé. Dans les deux cas, l'impression sera la même et le spectateur se jugeant toujours immobile, devra toujours attribuer le mouvement aux objets extérieurs. Les deux conceptions géométriques destinées à représenter les phénomènes perçus sont donc rigoureusement équivalentes pour les sens. L'une est en harmonie avec notre croyance instinctive, physiologique, à l'immobilité du sol qui nous porte, mais elle est mécaniquement absurde; tandis que l'autre se trouve en harmonie parfaite avec les lois de la mécanique et du bon sens.

Voyons en effet à quoi nous conduira la première conception adoptée par les anciens. D'abord les étoiles sont placées à une distance considérable, que l'on ne peut estimer à moins de 1 000 000 de fois le rayon de la Terre*, sans quoi leur parallaxe serait mesurable. Certaines étoiles placées dans un plan perpendiculaire à l'axe PP' devraient donc décrire en vingt-quatre heures, durée constante du mouvement diurne, une circonfé-

* On verra que les étoiles sont bien plus éloignées encore et que la distance supposée dans le texte est très-petite en comparaison de la distance réelle.

rence égale à $2\pi \times 1\,000\,000 \times 6\,366\,000^m$ *au moins*. Leur vitesse serait de 460 000 kilomètres ou plus de cent mille lieues de poste par seconde.

Mais toutes les étoiles ne sont pas situées dans ce plan central; d'autres sont plus près de l'axe et décriraient leurs cercles avec des vitesses moindres; celle qui se trouverait sur l'axe même ne tournerait pas du tout. Un pareil ensemble de mouvements ne pourrait exister et durer à moins que l'univers ne formât un tout solide.

Il y a plus; les étoiles ne sont certainement pas toutes à la même distance, et cependant quelle que soit leur distance, il faudrait qu'elles accomplissent leur révolution journalière en vingt-quatre heures. Leur vitesse angulaire étant la même, leur vitesse linéaire devrait être proportionnelle à la distance à l'axe de rotation. Les étoiles deux fois, trois fois, mille fois plus éloignées que les plus proches, devraient donc être animées de vitesses deux fois, trois fois, mille fois plus grandes. Il serait impossible d'assigner une cause quelconque à de tels mouvements.

Il est curieux de voir comment les anciens ont esquivé ces absurdités palpables. D'abord ils placèrent les étoiles beaucoup plus près, et sur ce point la mesure de leurs distances ne pouvait faire obstacle, par la raison qu'ils n'en tentèrent jamais; leurs instruments étaient trop imparfaits pour une pareille recherche. Ensuite ils matérialisèrent en quelque sorte la sphère idéale dont nous avons parlé, sphère dont l'observateur est censé occuper le centre et dont les points représentent les directions ou les perspectives des différents objets extérieurs. Ils admirent que les étoiles étaient effectivement de simples points brillants fixés dans la concavité d'une sphère transparente, solide et tournant en un jour sur un de ses diamètres autour du spectateur immobile. Tant qu'il ne s'agit que de représenter géométriquement les apparences, sans s'inquiéter de la réalité physique des mouvements, l'idée ancienne peut suffire, et, aujourd'hui encore, elle est utilisée dans la construction de ces sphères célestes en bois ou en carton à l'aide desquelles on représente les étoiles et les apparences du mouvement diurne.

Mais il y a d'autres astres que les étoiles; il y a le Soleil, la Lune et les planètes qui doivent présenter des apparences ana-

logues, et paraître aussi tourner en vingt-quatre heures à peu près autour de la Terre. Or, ces astres sont bien plus voisins de nous que les étoiles. Il a donc fallu, pour les faire rentrer dans le même système d'explication, attacher chacun d'eux à une sphère particulière, concentrique avec la sphère des étoiles, et tournant avec elle sous son impulsion. La sphère de cristal extérieure a été nommée le *premier mobile*, parce qu'on supposait qu'elle entraînait les sphères intérieures, conductrices des planètes; et tel est l'empire des mots que les astronomes disaient encore, il y a cinquante ans, *l'heure du premier mobile*, pour dire l'heure réglée sur la rotation journalière de la terre. Il est inutile de faire ressortir une foule d'autres impossibilités de ce vieux système; elles se présenteront assez d'elles-mêmes dans la suite *.

Après les apparences engendrées par le mouvement de rotation diurne, il nous resterait à examiner celles qui sont produites par le mouvement annuel de translation. Cette question sera traitée au commencement du IIIe livre; il suffit d'avertir ici que le second mouvement ne produit aucune illusion appréciable sur les étoiles à cause de leur distance infinie, mais seulement sur les astres voisins. Pour ceux-ci l'illusion est très-compliquée; nous verrons plus tard quelles modifications il faut dans ce cas apporter aux lois que nous aurons reconnues à l'aide des étoiles; en nous bornant aux étoiles, la question se réduit à ses termes plus simples.

* Ce serait un curieux problème de critique historique que de rechercher les motifs réels de sa longue durée. Il y a trois siècles, les meilleurs esprits le soutenaient encore de très-bonne foi; ils rejetaient comme absurde la doctrine du mouvement de la Terre; et cependant cette doctrine, si évidente aujourd'hui, avait été proposée par les Pythagoriciens avec une netteté parfaite. Ce long triomphe d'une erreur sur la vérité bien *formulée*, laisse une impression décourageante dans l'esprit.

CHAPITRE III.

MOUVEMENT DIURNE APPARENT DES ÉTOILES.

Définitions.—Puisque les mouvements apparents, engendrés par la rotation journalière de la Terre, se laissent représenter géométriquement par une sphère d'un rayon arbitraire, à laquelle on donne pour centre l'œil immobile de l'observateur et que l'on suppose tourner en vingt-quatre heures comme la Terre, mais en sens inverse, nous pourrons employer certains mots dont on se sert habituellement pour désigner les divers éléments de la rotation d'une sphère quelconque tournant autour d'un diamètre.

1° On nomme *ligne des pôles* (fig. 10) le diamètre PP' qui sert d'axe de rotation à la sphère, et *pôles* les deux points P et P' diamétralement opposés où cet axe perce la surface.

2° On nomme *équateur*, le grand cercle *ee'* dont le plan est perpendiculaire à la ligne des pôles.

3° On nomme *parallèles* les petits cercles parallèles à l'équateur (*aa'*, *bb'*, *cc'*...) et ayant, comme lui, pour pôles géométriques, les pôles mêmes de la rotation.

4° On nomme *distance angulaire* de deux points de la sphère ou simplement *distance*, l'arc de grand cercle compris entre ces points; cet arc mesure l'angle des rayons visuels dirigés du centre vers ces deux points. Par exemple, la distance du point *a* au pôle P, qu'on nomme souvent la *distance polaire* du point *a*, est l'arc P*b* mesure de l'angle PT*b*.

Tout parallèle *bb'* peut être considéré comme la base d'un cône droit ayant son sommet au centre T et pour axe la ligne des pôles; l'angle de ce cône est alors mesuré par la distance polaire P*b* d'un point quelconque du parallèle *bb'*; il peut encore être engendré par la rotation d'un point *b* tournant autour de l'axe, et alors le rayon du cercle *bb'* est la perpendiculaire *b*K; ce rayon engendre lui-même un plan perpendiculaire à la ligne des pôles. L'équateur est le parallèle pour lequel ce cône et ce plan se trouvent confondus.

Ces définitions s'appliqueront également au globe terrestre

et à la sphère céleste; seulement, dans le premier cas, les cercles et les rayons ont tous une grandeur linéaire déterminée, tandis que, dans le second cas, le rayon est arbitraire, les points et les arcs de la surface ne servant qu'à représenter des directions, des angles, des perspectives vues du centre. De plus quand il s'agira de la sphère céleste, il faudra toujours supposer que la Terre et l'observateur sont situés au centre et réduits à ce point *. Cette conception est autorisée par les distances énormes des étoiles en comparaison desquelles les dimensions de notre globe sont évanouissantes.

Supposons maintenant que la figure 10 représente la Terre, et plaçons l'observateur en un point *b*. La *verticale* du point *b* sera le prolongement du rayon terrestre (sa direction est partout indiquée par le fil à plomb), et l'*horizon* du point *b* sera le plan tangent en *b*. La région placée *au-dessus* de ce plan (du côté opposé à la Terre) est visible pour l'observateur; la région opposée, c'est-à-dire l'autre moitié de l'espace, lui est cachée par la Terre. Il est évident que la Terre entraîne, dans sa rotation, cet horizon et cette verticale qui changent ainsi continuellement de direction absolue dans l'espace; mais pour l'observateur qui se croit en repos, l'horizon et la verticale paraissent fixes, et ce sont les astres qui semblent changer de position dans le ciel. Sur la sphère céleste, au centre de laquelle nous réduisons la Terre, la direction de la verticale de l'observateur est marquée par un point, et le plan de l'horizon par un grand cercle.

On nomme *zénith* le point où la verticale de l'observateur perce la sphère céleste **, et horizon céleste ou *horizon* le grand cercle qui répond au plan de l'horizon terrestre indéfiniment prolongé. Ce cercle divise la sphère céleste en un hémisphère actuellement visible, et un hémisphère actuellement invisible.

La verticale d'un lieu est plus ou moins inclinée sur l'axe de rotation de la terre, ou, ce qui revient au même, la ligne des pôles est plus ou moins inclinée sur l'horizon, selon la position que l'observateur occupe sur le globe. De même, sur la sphère

* A moins d'attribuer à la sphère idéale un rayon infini.

** Le point opposé au zénith porte le nom de *nadir*.

céleste, les pôles peuvent être plus ou moins écartés du zénith ou de l'horizon que l'observateur se choisit.

Réunissons maintenant ces divers éléments dans une même figure représentant l'observateur immobile en T avec sa verticale TZ (fig. 11), son horizon dont le plan est ombré, et une ligne PTP′ parallèle à l'axe de rotation de la Terre. Décrivons une sphère autour de lui avec un rayon quelconque; cette sphère pourra nous servir à figurer le ciel des étoiles, pourvu que nous réduisions en même temps la Terre au seul point T. Dès lors, l'axe réel de la Terre se trouvera confondu avec sa parallèle PP′; P et P′ seront les pôles célestes, Z le zénith, N le nadir, NESO le cercle de l'horizon céleste.

Cela posé, du point T menons des rayons à tous les astres situés au-dessus de l'horizon; chaque rayon ira percer la sphère en un point que nous pourrons substituer par la pensée à l'astre correspondant, car ici il ne s'agit nullement de la distance de l'astre, mais bien de sa direction : or, la direction de l'astre et celle du point correspondant sur la sphère céleste sont évidemment identiques pour l'observateur T. D'après ce que nous avons vu, les apparences seront les mêmes, soit que nous fassions tourner l'observateur avec sa verticale et son horizon autour de la ligne des pôles, soit que nous fassions tourner la sphère céleste autour de cette même ligne, en laissant immobiles la verticale TZ et l'horizon NESO. C'est dans le langage relatif à ce second cas que nous allons nous exprimer.

D'abord un seul des pôles est visible : c'est le point P situé audessus de l'horizon; il porte le nom de pôle *élevé*. L'autre pôle P′ reste masqué par l'horizon, on le nomme le pôle *abaissé*. Chaque point de la sphère décrira journellement un parallèle dont le pôle visible sera P, mais les parallèles diurnes seront tous placés différemment, par rapport à l'horizon NESO.

Certains points décrivent leurs parallèles entiers au-dessus de l'horizon; ce sont les plus proches du pôle élevé P. D'autres décrivent leurs parallèles entièrement sous l'horizon; ce sont les plus voisins du pôle abaissé P′. Enfin d'autres parallèles coupent l'horizon, de manière à être en partie au-dessus, en partie au-dessous, c'est-à-dire en partie visibles et en partie invisibles.

Si à ces points nous faisons correspondre maintenant des étoiles, il y aura donc des *étoiles circumpolaires* telles que C, qui ne se lèvent ni ne se couchent jamais, et qui restent constamment visibles au-dessus de l'horizon, ou constamment invisibles au-dessous; il y aura des étoiles telles que A qui se lèvent en *a* et se couchent en *a'*, après avoir décrit la plus grande partie de leur parallèle dans l'hémisphère visible; d'autres telles que B paraissent à peine au-dessus de l'horizon et achèvent au-dessous le reste de leur cours; enfin il y en aura qui décriront un grand cercle de la sphère *e*O*e*'E, coupé par l'horizon en deux parties égales. Ce grand cercle porte le nom d'*équateur céleste;* son plan, perpendiculaire à l'axe PP', passe par le point T.

Si nous voulions substituer le langage de la réalité à celui des apparences, nous considérerions la sphère céleste comme immobile, tandis que la verticale et l'horizon de l'observateur tourneraient coniquement, en sens inverse des flèches, autour de PP' sans changer d'inclinaison sur cette ligne des pôles. La partie NOS de l'horizon, se rapprochant des points *b'*,O,A', par exemple, viendrait bientôt les masquer à l'observateur en les laissant au-dessous de lui; les étoiles correspondantes paraîtraient se *coucher,* tandis que, dans la région opposée, l'horizon s'abaissant successivement au-dessous des points *b*,E,*a*,... il semblera que ces points se *lèvent* et s'écartent de plus en plus en montant obliquement au-dessus de l'horizon. D'un côté, le plan de l'horizon couvre en tournant une portion toujours croissante de la sphère céleste, tandis qu'il en découvre une partie équivalente dans la région opposée. En un mot, il revient au même de dire qu'un astre se *lève* à l'horizon ou de dire que l'horizon vient d'atteindre cet astre. Il ne faut pas s'étonner si le langage usuel se prête mieux à exprimer les apparences que la réalité.

Sphère oblique, parallèle, droite. — En se reportant à ce qui a été dit plus haut sur les diverses positions qu'un observateur peut prendre à la surface du globe terrestre, on voit que la figure 11, relative au cas où l'horizon est oblique à la ligne des pôles, est le cas le plus général; c'est aussi celui de nos contrées françaises qui se trouvent à peu près également éloignées du pôle et de l'équateur terrestre. Il y a deux cas extrêmes

dignes de remarque. L'un où l'observateur est placé au pôle même de la Terre; alors la verticale coïncide avec la ligne des pôles et le plan de l'horizon avec l'équateur céleste. La figure 12 représente ce cas; là tous les parallèles diurnes des astres sont parallèles à l'horizon; toutes les étoiles sont circumpolaires, elles ne se lèvent ni ne se couchent jamais; le pôle est au zénith. Les anciens disaient que la *sphère* est *parallèle* pour l'observateur. L'autre cas (fig. 13) est celui où l'observateur se trouve sur l'équateur terrestre; alors sa verticale est située dans le plan de l'équateur, le plan de son horizon est parallèle à la ligne des pôles terrestres, par conséquent les deux pôles célestes à la fois se trouvent à l'horizon; enfin les parallèles diurnes sont *perpendiculaires* à l'horizon et coupés tous par lui en deux parties égales. Comme la durée de la rotation diurne est de vingt-quatre heures, il en résulte que toutes les étoiles restent douze heures au-dessus et douze heures au-dessous de l'horizon. Dans le cas de la *sphère oblique* (fig. 11), il n'y a que les étoiles situées sur l'équateur céleste *ee'* qui jouissent de cette propriété. La figure 13 représente la *sphère droite* des anciens.

Aspect du ciel étoilé.—Pour comparer cette théorie des apparences que le mouvement de la Terre doit faire naître, avec ce que nous voyons réellement chaque nuit, il suffit d'identifier la voûte céleste qui surmonte nos têtes avec la sphère idéale d'un rayon arbitraire dont nous nous sommes servis pour faciliter nos raisonnements, et de chercher ensuite sur cette voûte, qui n'est plus idéale, mais bien familière à nos yeux, le cercle NESO, le point Z, le pôle P et les parallèles que les étoiles doivent décrire autour de ce pôle. Le cercle NESO sera l'horizon visible où le ciel paraît finir et reposer sur la Terre; le zénith nous sera indiqué par la direction du fil à plomb prolongé jusqu'à la voûte céleste; le pôle P se reconnaîtra à la petitesse des parallèles décrits par les étoiles voisines de ce pôle. Enfin le sens du mouvement se distinguera facilement par les deux régions opposées E et O (*est* et *ouest*), où les étoiles se lèvent et se couchent.

Étoile polaire.—On trouvera aisément le pôle en se familiarisant avec une ou deux configurations remarquables formées par les étoiles circumpolaires. Il y a là deux constellations,

c'est-à-dire deux groupes d'étoiles que les anciens ont nommés la Grande Ourse et la Petite Ourse (fig. 34), et qui accomplissent leur rotation diurne autour du pôle P sans jamais disparaître sous notre horizon. La plus brillante étoile de la Petite Ourse, la *Polaire*, est située à 1° ½ seulement du pôle autour duquel elle décrit, en vingt-quatre heures, un cercle de 1° ½ de rayon sphérique. Quand il ne s'agit que d'examiner le ciel à l'œil nu, on peut prendre sans inconvénient cette étoile pour le pôle même. Pour s'exercer à la retrouver, il faut chercher dans la constellation de la Grande Ourse les deux étoiles nommées α et β (les *gardes* de la Grande Ourse). La Polaire est placée à peu près sur l'alignement de ces deux étoiles à une distance quintuple environ de celle de α à β*.

En suivant avec attention la marche des étoiles pendant une belle nuit, on y reconnaîtra toutes les apparences auxquelles nous avons été conduits par ce qui précède.

Voûte céleste.—Une seule chose ne se prête pas complétement à l'assimilation que nous venons de faire entre le ciel et la sphère idéale sur laquelle nous avons raisonné : c'est une particularité de la forme même du ciel. Cette voûte bleue qui surmonte nos têtes et semble porter les astres dans sa concavité n'est point une demi-sphère; elle est fortement surbaissée, en forme d'ellipsoïde de révolution très-aplati. Il résulte de là une illusion dont il est facile de se rendre compte. Nous savons que les *distances* mutuelles des étoiles ne doivent point varier par suite du mouvement diurne, puisque tout se passe comme si elles étaient fixées à une sphère tournante; cependant les constellations paraissent se rétrécir à mesure qu'elles s'élèvent sur l'horizon au levant, et se dilater quand elles s'en rapprochent au couchant. Près du zénith, elles paraissent plus petites qu'à l'horizon. On peut vérifier le fait en regardant la constellation de la Grande Ourse à douze heures d'intervalle, d'abord

---

* Ces constellations ont servi à désigner la plage du ciel où se trouve le pôle visible en Europe et dans tout l'ancien monde. En grec ἄρκτος veut dire *ourse;* de là les noms de *pôle arctique*, ou situé dans l'*Ourse*, et de *pôle antarctique*, opposé à l'Ourse. La grande Ourse (le chariot), était nommée chez les Romains *septem triones*, les sept bœufs, d'où le nom de *septentrion*. Enfin on dit ordinairement le *pôle boréal*, le *pôle austral*, d'après les noms antiques des vents qui soufflent du nord et du sud, *Boreas* et *Auster*.

lorsqu'elle rase l'horizon, puis lorsqu'elle culmine non loin du zénith.

Il faut distinguer ici entre les grandeurs linéaires des arcs qui se projettent sur le ciel et les *distances* angulaires dont ces arcs sont la mesure; celles-ci n'ont pas varié, malgré l'apparence, car, si on les mesure, on retrouve les mêmes angles à l'horizon et au zénith. L'illusion tient donc à la forme surbaissée de la voûte céleste. Si elle était sphérique (fig. 14), deux astres *paraîtraient*, à l'observateur O, conserver leur distance mutuelle, qu'ils fussent au zénith, en EE', ou près de se coucher à l'horizon, en εε'; l'angle EOE' étant nécessairement égal à εOε', les petits arcs EE' et εε' paraîtraient égaux à l'observateur, puisqu'ils en seraient également éloignés. Mais comme le ciel est surbaissé, il en résulte que les deux étoiles se projettent sur la voûte en *e* et *e'*; l'observateur qui voit ces deux arcs *ee'* et εε' sous le même angle, juge cependant les étoiles plus éloignées de lui en εε' qu'en *ee'*, et, par suite, il trouve le premier arc plus grand que le second. Cet effet est variable suivant la pureté du ciel et son degré d'illumination. Il se remarque aussi pour le Soleil et la Lune; à leur lever et à leur coucher, ces deux astres paraissent souvent deux ou trois fois plus grands que lorsqu'ils ont atteint une grande hauteur.

La cause principale de cette forme surbaissée de la voûte céleste est indiquée dans la figure 15; elle tient à la présence de l'atmosphère qui enveloppe la Terre, et dont l'épaisseur varie beaucoup du zénith à l'horizon. Si peu que cette atmosphère, qui n'a guère plus de 60 kilomètres de hauteur, soit éclairée, elle forme au-dessus et autour de nous un fond de tableau peu distant, sur lequel vient se dessiner la perspective générale de l'univers. L'épaisseur plus grande de l'atmosphère dans le sens horizontal fait que la vue saisit plus loin, dans ce sens, des particules éclairées, et que le fond général du tableau est plus reculé par là qu'au zénith. Les objets extérieurs qui viennent s'y peindre paraissent plus loin, et partant nous les jugeons plus gros. Toujours est-il que cette voûte restreinte, sorte de cloche transparente sous laquelle nous sommes, était tout le ciel des peuples primitifs (voyez la fable d'Atlas). C'est encore le nôtre lorsqu'il ne s'agit que des apparences. Il ne faut pas s'étonner de voir grandir immensément l'univers

quand on quitte par la pensée cette espèce de dais ou de cloche si étroite qui surplombe nos têtes.

L'illusion dont il s'agit ne touche en rien au fond même de la question du mouvement diurne apparent, où l'on n'a point à s'occuper réellement des arcs tracés sur une voûte quelconque par la marche d'une étoile, mais bien des angles sous-tendus à l'œil de l'observateur. Or, ces angles resteraient ce qu'ils sont, quand même ils se dessineraient en perspective sur une surface encore plus défectueuse que celle du ciel.

Sens direct, rétrograde. — Il est essentiel de bien définir le sens du mouvement diurne apparent des étoiles et de tous les astres. C'est le sens *rétrograde*. Nous avons vu que toutes les planètes circulent dans le même sens autour du Soleil ; que les satellites circulent dans ce sens autour de leurs planètes (sauf ceux d'Uranus); que toutes les planètes tournent dans ce sens sur elles-mêmes. Ce sens est *direct* dans le langage astronomique; le sens opposé est *rétrograde*. Or, le mouvement réel de rotation de notre globe est direct comme tous les mouvements de notre système; donc le mouvement diurne apparent de la sphère céleste doit être appelé rétrograde.

Pour se familiariser avec ces deux mouvements à la fois, il suffit de considérer la marche apparente de la Lune, à deux ou trois heures d'intervalle. Elle paraît entraînée comme les étoiles par le mouvement rétrograde et général du ciel ; mais au bout de quelques heures, on s'aperçoit qu'elle s'est en même temps rapprochée des étoiles situées plus à l'est; elle a donc marché aussi en sens *direct*, c'est-à-dire en sens opposé au mouvement diurne général qui va du levant au couchant.

Pour définir géométriquement le sens d'un mouvement de rotation autour d'un axe, ou de translation circulaire dans un plan, il suffit de se placer par la pensée le long de l'axe central de ce mouvement, la tête tournée vers une certaine plage de l'espace (celle où se trouve le pôle boréal de notre globe et les deux Ourses célestes); on distinguera deux sens, celui de droite à gauche, que l'on est convenu de nommer *direct* ; et celui de gauche à droite que l'on est convenu de nommer *rétrograde*. Ce dernier est celui des aiguilles d'une montre. En se plaçant ainsi, la tête tournée vers le pôle boréal (le pôle élevé en Europe), les pieds vers l'équateur, le mouvement diurne

apparent va du levant à l'occident, de l'est à l'ouest, de gauche à droite. Par conséquent la Terre tourne en réalité sur elle-même de droite à gauche, de l'ouest à l'est, en sens inverse des aiguilles d'une montre.

CHAPITRE IV.

SYSTÈMES DE COORDONNÉES SPHÉRIQUES. — HAUTEURS ET AZIMUTS. — DÉMONSTRATION EXPÉRIMENTALE DES LOIS DU MOUVEMENT DIURNE. — ANGLES HORAIRES ET DÉCLINAISONS.

Lois du mouvement diurne. — Voici ce qui ressort évidemment des explications précédentes :

1° Les courbes parcourues par les étoiles, sur la sphère céleste, en vertu du mouvement diurne, sont des cercles.

2° Ces cercles ont tous le même pôle, plus ou moins élevé au-dessus de l'horizon, suivant les lieux. Le pôle opposé est situé au-dessous de l'horizon.

3° Chaque étoile décrit son parallèle avec une vitesse uniforme, parce que la rotation de la Terre est elle-même uniforme.

4° Toutes les étoiles, quelles que soient leurs distances angulaires au pôle, emploient le même temps à décrire leurs parallèles respectifs. Ce temps est le *jour sidéral* ; c'est aussi la durée de la rotation de la Terre sur son axe.

5° Ainsi, le mouvement diurne apparent ne doit altérer en rien les positions respectives de ces étoiles ; il s'accomplit comme si les étoiles étaient fixées dans la concavité d'une sphère solide tournant autour de la ligne des pôles, l'observateur et la Terre tout entière devant être considérés comme réduits à un simple point, centre de cette sphère imaginaire.

Il est aisé de vérifier grossièrement ces lois en suivant de l'œil, pendant plusieurs nuits, les mouvements apparents de la sphère céleste. Il s'agit maintenant de les vérifier en recourant aux mesures géométriques les plus précises. Cette étude nous conduira d'ailleurs à des résultats de la plus haute importance.

Pour suivre dans le ciel les mouvements d'une étoile, il faut à chaque instant déterminer, par rapport aux objets terrestres, la position du rayon visuel que l'on dirige vers cette étoile. On pourrait, par exemple, mesurer les distances angulaires de l'étoile A à deux objets terrestres E et S, choisis d'ailleurs d'une manière quelconque* sur l'horizon de l'observateur; la position actuelle de l'étoile A serait en effet déterminée si on connaissait les arcs de grand cercle AE et AS, de même que la position d'un point sur un plan est déterminée par les distances linéaires de ce point à deux autres points connus.

En mesurant ainsi les coordonnées sphériques de l'étoile A en divers points de son parallèle diurne, il serait possible de construire géométriquement la série de ses positions sur une sphère matérielle, et de vérifier ensuite si tous les points ainsi obtenus sont bien sur un même cercle de cette sphère. Il vaudrait mieux encore soumettre ces coordonnées au calcul.

Hauteurs et azimuts. — Mais pour le calcul comme pour l'observation, il y a des systèmes de coordonnées bien préférables, par exemple celui des hauteurs et des azimuts. Soit TZ (fig. 16) la verticale du lieu de l'observateur T, et, par suite, Z le zénith.

Tout plan passant par la verticale TZ se nomme *plan vertical*, et son intersection avec la sphère céleste se nomme simplement un *vertical*.

L'angle dièdre compris entre un vertical quelconque ZH et un certain vertical ZE pris à volonté pour point de départ, se nomme *l'azimut*** du vertical ZH; il a pour mesure l'angle de leurs traces horizontales ETH, ou l'arc correspondant EH sur l'horizon ESON. Les azimuts, ou les arcs du cercle de l'horizon qui leur servent de mesure, se comptent de 0° à 360° à partir du point E pris pour origine, et dans le sens ESON***.

* Non en ligne droite avec l'observateur.

** Ces termes d'azimut, de zénith, de nadir nous viennent des astronomes arabes du moyen âge, ainsi que les noms de beaucoup d'étoiles telles que Rigel, Véga, Fomalhaut....

*** Un même plan répond à deux régions opposées de l'espace; il coupe la sphère suivant deux verticaux ZE et ZO, par exemple, formant un demi-cercle EZO; mais on les distingue ici en leur attribuant des azimuts différents de 180°.

La position d'un point A, situé dans un vertical quelconque ZH sera déterminée, si on connaît l'arc AH, c'est-à-dire l'angle ATH, que forme le rayon visuel TA avec l'horizontale TH ; cet angle ATH ou l'arc AH qui lui sert de mesure porte le nom de hauteur angulaire ou, tout simplement, de *hauteur* du point A*. La hauteur d'un point se mesure donc dans un vertical à partir de l'horizon, et se compte de 0° à 90°. La hauteur du zénith est de 90°.

Ces conventions suffisent pour déterminer la position d'un point A quelconque de la sphère céleste, c'est-à-dire la direction du rayon visuel TA. Le point A se trouve ainsi parfaitement défini par son azimut EH, et par sa hauteur HA ; car tout autre point ayant même azimut EH, sera nécessairement situé dans le même vertical ZH et ne pourra dès lors avoir même hauteur HA ; de même, tout autre point ayant même hauteur HA, sera nécessairement situé sur le même petit cercle AKL parallèle à l'horizon, et ne pourra dès lors avoir même azimut que le point A, à moins de se confondre avec lui.

Ces coordonnées se mesurent à l'aide du *théodolite* (fig. 17), instrument composé d'un axe vertical AB, lequel porte un cercle horizontal CD et un cercle vertical EF. Une lunette est fixée à ce dernier cercle qui tourne lui-même autour d'un petit axe horizontal sur la tête de l'axe AB.

En faisant mouvoir le théodolite autour de son axe vertical, un diamètre quelconque du cercle EF prend successivement la direction de tous les azimuts ; et en faisant tourner la lunette et le cercle EF autour de son petit axe horizontal, on peut diriger cette lunette à toutes les *hauteurs* possibles à partir de la position horizontale.

L'azimut et la hauteur d'une étoile pourront donc être mesurés à l'aide de ces deux cercles. Si on dirige la lunette vers le point de l'horizon que l'on a choisi comme origine des azimuts (cette origine est arbitraire), le zéro du cercle horizontal devra correspondre à l'index *i*, et le zéro du cercle vertical devra pareillement répondre à l'index *i'*. On fera tourner ensuite l'instrument autour de l'axe vertical AB, de manière à amener le plan du cercle vertical dans la direction de l'étoile ; puis on

* S'il s'agit de l'élévation verticale et linéaire d'un point au-dessus du sol ou du niveau de la mer, on se sert du terme d'*altitude*.

fera tourner la lunette dans ce plan jusqu'à ce qu'elle soit dirigée sur l'étoile. En arrêtant l'instrument dans cette dernière position, le cercle horizontal donnera l'azimut et le cercle vertical donnera la hauteur de l'étoile.

Vérification des lois du mouvement diurne.—En répétant ce système d'observation sur une même étoile, à différents instants t, t', t'', t''',.... on obtiendra une série d'azimuts a, a', a'', a''',.... et de hauteurs h, h', h'', h''', qui en détermineront complétement les positions successives. Prenons maintenant un globe de bois ou de carton sur lequel nous tracerons d'abord le cercle horizontal SKHH'N (fig. 18) et le zénith Z; choisissons un point quelconque K pour origine des azimuts, et portons à partir de ce point K des arcs KH, KH', KH'',.... respectivement égaux aux azimuts observés a, a', a'', a''',...; par le point Z et les points H, H', H''...., menons les verticaux ZH, ZH', ZH'',....; enfin, portons sur ces verticaux, en HA, H'A', H''A'',.... les hauteurs angulaires mesurées h, h', h''..... Il est évident que les points A, A', A'', A''',.... ainsi construits, représenteront les positions que l'étoile observée a successivement occupées aux instants t, t', t'', t'''....

Or, trois points déterminent un cercle sur la sphère; par les trois positions A, A', A'', faisons passer un cercle : il faudra que les autres points A''', A''''.... se trouvent sur ce cercle, si le mouvement de l'étoile a été réellement circulaire. Cette première vérification étant faite, on peut construire graphiquement les points P, P', pôles de ce cercle, et en même temps l'axe PP', autour duquel la sphère est censée tourner. Pour que ce mouvement de rotation soit uniforme, il faut que les arcs AA', A'A'', A''A'''.... décrits par l'étoile pendant les intervalles de temps $t'-t$, $t''-t'$, $t'''-t''$,.... soient proportionnels à ces intervalles. C'est en effet ce qui aura lieu rigoureusement, pourvu que la pendule marche elle-même avec uniformité et que les observations aient été bien faites.

En répétant pour d'autres étoiles les mêmes mesures et les mêmes constructions, il se trouvera que tous les cercles décrits uniformément par ces étoiles auront même pôle P; ce qui termine la vérification des lois du mouvement diurne, en prouvant que la sphère céleste tourne d'une seule pièce autour d'un certain axe PP'; et la position du pôle visible P se trouvera dé-

sormais bien connue par son azimut KN, et sa hauteur NP que l'on pourra mesurer sur le globe même où les constructions graphiques ont été exécutées *.

Angles horaires et déclinaisons. — Ce qui précède va nous conduire à un système de coordonnées plus simples que celui des hauteurs et des azimuts, et surtout bien mieux approprié à la nature du mouvement diurne de la sphère céleste. Ce nouveau système est basé sur les deux remarques suivantes : 1° la distance angulaire de l'étoile A au pôle P (fig. 18) reste constante, car PA=PA'=PA''....; 2° le mouvement de l'étoile A étant uniforme, c'est-à-dire les arcs AA', AA'', AA'''.... étant proportionnels aux temps employés à la parcourir, il doit en être de même des angles dièdres correspondants APA', APA'', APA'''....

Inclinons donc le premier système de coordonnées jusqu'à ce que son axe TZ vienne coïncider avec la ligne du pôle TP, et le plan de l'horizon avec l'équateur céleste E*e*O*e'* (fig. 19): nous aurons un second système tout aussi propre que le premier à représenter la direction des rayons visuels émanés du point T. Mais les plans verticaux deviendront des plans passant

---

* Au lieu de recourir aux constructions graphiques, il vaut mieux employer le calcul et les formules de la trigonométrie. Comme la marche du calcul est simple et peut fournir matière à d'utiles exercices, nous allons l'indiquer dans cette note. Considérons les triangles sphériques APZ, A'PZ, A''PZ,...; on connaît, dans chacun d'eux, les côtés AZ, A'Z, A''Z... respectivement égaux à $90°-h$, $90°-h'$, $90°-h''$... De même $PZ=90°-H$ en appelant H la hauteur inconnue NP du pôle P. Nommons encore A l'azimut inconnu KN du pôle P; les angles dièdres en Z des triangles sphériques désignés seront $A-a$, $A-a'$, $A-a''$... La distance de l'étoile au pôle doit être constante : appelons la Δ; ce sera la valeur inconnue des côtés égaux entre eux PA, PA', PA''... Désignons enfin par P, P', P''... les angles dièdres en P de ces divers triangles. Cela posé, on aura, pour chaque triangle, la relation bien connue

$$\cos\Delta=\cos(A-a)\cos h\cos H+\sin h\sin H$$

qui contient les trois inconnues Δ, A, H. Trois triangles donneront les trois équations nécessaires pour déterminer ces trois inconnues dont les valeurs devront satisfaire, sauf erreur de mesure, aux équations déduites des autres positions observées de l'étoile. Ensuite on calculera aisément les angles dièdres en P; ils devront être proportionnels aux temps écoulés entre les observations de l'étoile, c'est-à-dire à $t'-t$, $t''-t'$, $t'''-t''$.

par TP : ils prendront le nom de plans ou de *cercles horaires*. Les angles dièdres que ces cercles forment entre eux remplaceront les azimuts et prendront le nom d'*angles horaires*; on les comptera encore de 0° à 360° sur l'équateur céleste, à partir d'une origine fixe, prise arbitrairement. Enfin les angles ou les arcs de hauteur (ATH ou AH de la fig. 18) deviendront les angles ATD ou les arcs AD, comptés sur les cercles horaires à partir de l'équateur, de 0° à 90°, et portant le nom de *déclinaisons*. Seulement, pour distinguer les deux régions célestes placées l'une au-dessus, l'autre au-dessous de l'équateur, on donnera le signe + aux déclinaisons des points situés du côté du pôle *élevé* et visible, ou pôle *boréal*, et le signe — à celles des points placés du côté du pôle *abaissé* ou pôle *austral* *.

Voici la comparaison de ces deux systèmes de coordonnées sphériques.

Axe.	1er syst.	La verticale du lieu.	
	2e syst.	La ligne des pôles.	
Plan fondamental.	1er syst.	L'horizon du lieu.	
	2e syst.	L'équateur céleste.	
Angles dièdres.	1er syst.	Azimuts	se comptent de 0° à 360° dans le sens du mouvement diurne de la sphère.
	2e syst.	Angles horaires	
Angles plans.	1er syst.	Hauteurs	se comptent de 0° à ± 90° à partir du plan fondamental.
	2e syst.	Déclinaisons	

Ils sont du reste parfaitement équivalents et il revient au même, par exemple, pour fixer à un certain instant, à Paris, la position d'une étoile nommée α d'Andromède, de dire que cette étoile avait pour azimut............... 90° 0′
pour hauteur................................ 38° 59′
ou de dire qu'elle avait pour angle horaire....... 45° 35′
pour déclinaison........................... + 28° 16′

* Il est évident qu'on pourra réaliser l'instrument de mesure correspondant à ce système de coordonnées en inclinant le théodolite de la figure 17 jusqu'à ce que son axe se trouve parallèle à la ligne des pôles (fig. 20). Ce nouvel instrument, fort usité dans les observatoires, porte le nom d'*équatorial* ou de *machine parallactique* (de παραλλαξις, différence, parallaxe) parce qu'il a servi autrefois à mesurer la parallaxe de certains astres, et qu'il sert encore aujourd'hui à mesurer des différences de déclinaison ou d'angle horaire.

La position que l'étoile occupait dans le ciel à cet instant est également bien déterminée par l'un ou l'autre système de coordonnées.

L'avantage du second sur le premier consiste dans les deux propriétés que nous avons signalées précédemment. 1° Tant qu'il s'agit de α d'Andromède, par exemple, une des coordonnées, la déclinaison reste la même à toutes les époques, tandis que sa hauteur varie d'un instant à l'autre. 2° Son angle horaire change avec le temps, comme l'azimut, mais il varie proportionnellement au temps écoulé, tandis que l'azimut varie d'une manière beaucoup moins simple. D'après cela, si nous réglons la pendule qui indique le temps de manière à ce qu'elle marque juste vingt-quatre heures entre deux retours consécutifs d'une étoile au même point du ciel*, ces vingt-quatre heures correspondront à une rotation complète de la sphère céleste autour de l'axe PP', et pendant ces vingt-quatre heures le cercle horaire de l'étoile aura lui-même accompli une révolution entière autour de cet axe; il sera revenu à sa position première après avoir parcouru 360°. Donc l'angle horaire d'une étoile varie de $\frac{360}{24}$° ou de 15° en une heure, de 15' en une minute, de 15'' en une seconde. Par conséquent si on a déterminé par observation les coordonnées de α d'Andromède, à un certain instant t, on pourra désormais calculer aisément ces coordonnées pour tout autre instant t': il suffira d'ajouter à l'angle horaire observé la quantité dont il doit varier dans l'intervalle $t'-t$, à raison de 15° par heure; quant à la déclinaison, elle reste toujours la même. On voit par là que la mesure des angles horaires peut être ramenée à celle du temps et réciproquement.

Le seul avantage du premier système des azimuts et des hauteurs auquel nous avons dû recourir pour étudier les lois du mouvement diurne, pour trouver la direction de la ligne des pôles, et démontrer expérimentalement l'uniformité de la rotation de la sphère, consiste en ce qu'il nous est donné immédiatement et en tout lieu par la nature. L'axe de ce système, c'est la verticale dont la direction nous est indiquée avec toute la précision désirable par le fil à plomb, tandis que l'axe du second

* On allonge ou on raccourcit le balancier de la pendule suivant que la pendule a marqué moins ou plus de 24 heures.

système ne nous est pas donné; il faut commencer par le déterminer en mesurant, comme nous l'avons dit plus haut, la hauteur et l'azimut d'une étoile, à différents instants, ou par les méthodes dont nous allons parler.

CHAPITRE V.

PLAN DU MÉRIDIEN. — ORIGINE DES AZIMUTS ET DES ANGLES HORAIRES. — POINTS CARDINAUX.

Plan du méridien. — Il y a un plan dont la connaissance importe beaucoup à cause de ses rapports avec les deux systèmes de coordonnées dont nous venons de parler, un plan qui est à la fois vertical et horaire; c'est le *méridien*, déterminé par la ligne des pôles TP et par la verticale TZ (fig. 11). Parce qu'il passe par TP, il est plan horaire, et, comme tel, il divise en deux parties symétriques tous les parallèles de la sphère céleste. Parce qu'il passe par TZ, il est vertical et divise en deux parties symétriques l'hémisphère céleste terminé à l'horizon. Il en résulte que le plan du méridien divisera en deux parties symétriques la partie de chaque parallèle qui se trouve au-dessus de l'horizon. Ainsi, NPZS étant le plan du méridien dans la figure 11, les points A, *e*, B... où il rencontre les divers parallèles, sont les milieux des arcs *a*A*a'*, E*e*O, *b*B*b'*.... que les étoiles placées sur ces parallèles décrivent au-dessus de l'horizon. De plus, ces points A, *e*, B sont en même temps les points les plus élevés de chaque parallèle, ceux où la tangente est horizontale.

Si donc on observe le lever d'une étoile au point *a*, on verra cette étoile s'élever successivement dans le ciel (en parcourant l'arc oblique *a*A) jusqu'au point A où sa hauteur atteint son maximum. A partir du point A, l'étoile commence à baisser, et descend ainsi jusqu'à l'horizon qu'elle atteint en *a'*. Au point A, la hauteur de l'étoile ne varie pas d'une manière appréciable pendant quelques instants; en d'autres termes, l'étoile paraît alors se mouvoir dans une direction horizontale. De plus,

elle emploie le même temps à parcourir soit la moitié ascendante aA, soit la moitié descendante AA' de la partie visible aAa' de son parallèle diurne*.

Le plan du méridien jouit donc de l'importante propriété de partager rigoureusement en deux parties égales la durée de l'apparition de toutes les étoiles au-dessus de l'horizon. Il en serait de même pour le Soleil, si le mouvement annuel de translation, qui emporte la Terre autour de cet astre, ne venait modifier d'une manière sensible les phénomènes du mouvement diurne. Toutefois, en négligeant les modifications qui en résultent, on peut dire que le plan du méridien divise à peu près en deux parties égales la durée de l'apparition du Soleil au-dessus de l'horizon. De là le nom de *méridien*, lequel a même origine que le mot *midi*, milieu du jour.

Il y a des étoiles dont les parallèles sont situés tout entiers au-dessus de l'horizon : ce sont les étoiles *circumpolaires*. Leurs parallèles sont coupés comme tous les autres, par le plan du méridien, en deux points diamétralement opposés c, c' par exemple (fig. 11); la seule différence entre ces étoiles et celles dont le parallèle est en partie au-dessus et en partie au-dessous de l'horizon, est que les deux points opposés c, c', où l'étoile passe par le plan du méridien sont visibles, tandis que des deux points opposés A et A', le seul point A est placé au-dessus de l'horizon.

Origine des azimuts et des angles horaires.—Puisque ce plan du méridien jouit de propriétés si caractéristiques, et qu'il est à la fois un plan vertical et un plan horaire, il est naturel de le choisir pour origine commune des azimuts et des angles horaires dans les deux systèmes de coordonnées sphériques dont nous avons parlé. Le plan méridien coupe l'horizon, plan fondamental du premier système, suivant la droite NTS, qui porte le nom de *méridienne*. Nous compterons donc les azimuts sur le plan de l'horizon, à partir du point N, en allant de 0° à 360° dans le sens NESO. De même le plan méridien coupe l'équateur céleste, plan fondamental du second système, suivant la

* Ces arcs, ou du moins ceux qui leur correspondent sur l'équateur, prennent quelquefois le nom d'*arcs diurnes*, et leurs moitiés comprises entre l'horizon et le méridien s'appellent *arcs semi-diurnes*.

droite TE : nous compterons donc les angles horaires sur l'équateur céleste, à partir du point e, et en allant de 0° à 360° dans le sens $eOEe'$, c'est-à-dire dans le sens du mouvement diurne.

On voit combien la détermination exacte de ce plan devient importante. Elle est, en effet, la base et le point de départ de toutes les mesures astronomiques, de toutes les applications de la science à l'étude de la figure de la Terre, de la géographie, de la navigation, etc.... Le premier problème qui se présente est donc celui-ci : déterminer, en un lieu donné, la direction du méridien. Nous savons déjà résoudre ce problème. En effet, le fil à plomb donne immédiatement en chaque lieu la direction de la verticale, c'est-à-dire l'axe du premier système de coordonnées sphériques. En prenant un point quelconque de l'horizon pour origine des azimuts, il suffira de mesurer, à trois époques différentes, la hauteur et l'azimut d'une étoile quelconque pour être ensuite en état de calculer

1° l'azimut du pôle; 2° la hauteur du pôle.

Or, l'azimut du pôle n'est autre chose que l'azimut du plan méridien lui-même, compté à partir du point pris arbitrairement pour origine des azimuts. Le théodolite dont on se sera servi pour faire ces observations donnera donc immédiatement la direction de la ligne méridienne et le moyen de la tracer sur le terrain avec exactitude.

Mais les propriétés caractéristiques du plan méridien vont nous fournir des moyens plus simples et plus directs d'en déterminer la direction.

Méthode pour déterminer la direction du méridien. — Si un observateur placé en T note le point a de l'horizon où une étoile se lève, et le point a' où la même étoile se couche (fig. 11), la trace horizontale NTS du méridien devra diviser en deux parties égales l'angle aTa'. En effet, le plan du méridien NZS contenant à la fois TP et TZ, est perpendiculaire à la fois au plan du parallèle aAa décrit par l'étoile et au plan de l'horizon. Il est donc aussi perpendiculaire à leur intersection aa'; donc TN est perpendiculaire à la corde aa' et divise en parties égales l'angle aTa'.

Cette méthode n'est guère praticable; d'abord elle suppose un horizon entièrement libre, ce qu'on ne rencontre qu'à la mer; ensuite les observations faites dans le voisinage de l'ho-

rizon sont généralement peu sûres. Il est facile cependant d'en tirer parti en la modifiant un peu : il suffit d'observer l'astre à l'est et à l'ouest, non quand sa hauteur est nulle, mais quand il a atteint la même hauteur de part et d'autre du méridien. C'est là la méthode des *hauteurs correspondantes*. Puisque le plan du méridien divise symétriquement tous les parallèles, et qu'il partage de la même manière l'hémisphère céleste terminé à l'horizon, il est évident qu'une étoile quelconque doit atteindre la même hauteur, après son lever et avant son coucher, lorsque son vertical ou son plan horaire fait le même angle à l'est et à l'ouest avec le méridien. Si donc on marque sur le terrain (avec des jalons) la trace du vertical d'une étoile quelque temps après son lever, et si on répète la même opération à l'ouest, lorsque avant de se coucher elle a atteint précisément la même hauteur, la bissectrice de l'angle de ces deux traces donnera la direction de la méridienne. Si, au lieu d'employer les étoiles, on a recours au Soleil, il faut attendre une des deux époques de l'année où la distance angulaire du Soleil au pôle (le complément de sa déclinaison) ne change pas sensiblement; vers les solstices (21 juin et 22 décembre), le Soleil décrit, comme les étoiles, depuis son lever jusqu'à son coucher, un parallèle exact. La méthode des hauteurs égales devient la méthode des ombres égales quand on fait usage du gnomon dont les anciens se sont tant servis.

En décrivant la lunette méridienne, nous verrons une dernière méthode beaucoup plus exacte, où l'on emploie la propriété que le plan du méridien possède, à l'exclusion de tous les autres verticaux, de couper en deux parties égales les parallèles décrits par les étoiles circumpolaires.

On nomme *perpendiculaire à la méridienne* la ligne EO suivant laquelle le plan de l'horizon se trouve coupé par celui de l'équateur céleste. Les astres qui ont pour parallèle diurne l'équateur même (astres dont la déclinaison est nulle) se lèvent en E et se couchent en O. Les points N, E, S, O, où ces deux droites rencontrent l'horizon céleste, s'appellent *nord*, *est*, *sud*, *ouest*, et portent le nom collectif de *points cardinaux*, comme indiquant autour de l'observateur quatre directions fondamentales, aisées à retrouver, auxquelles on peut rapporter toutes les directions intermédiaires comme à une origine naturelle.

Rose des vents (fig. 20). — Les anciens ont ainsi divisé le tour de l'horizon en quatre parties; puis ils ont divisé chaque quadrant en points de N.E, de S.E, de S.O et de N.O. Enfin ils ont intercalé les points intermédiaires de NNE, ENE, ESE, SSE, etc...; cet ensemble constitue la *rose des vents*. Il faut rendre compte de cette nomenclature et de ses applications. Nous avons vu que les diverses directions des verticaux se comptent de 0° à 360° par leurs azimuts, c'est-à-dire par les angles que leurs traces sur le plan horizontal font avec le méridien TN. Dans les temps anciens, où les besoins de précision étaient beaucoup moindres, il a suffi de diviser le cercle en 16 parties égales; on ne comptait pas les directions ou les azimuts, de 0 à 16, à partir d'une origine unique, le nord, par exemple; mais, afin de n'avoir que les signes les plus simples à retenir dans la mémoire, on comptait à partir du point *cardinal* le plus voisin de la direction qu'il s'agissait de définir. Au lieu d'indiquer la direction dans laquelle il fallait marcher pour atteindre un but déterminé par l'azimut de cette direction, 135° par exemple, comptés du nord, ils disaient la direction ou l'air de vent S. E., parce que cet azimut de 135° tombe entre ces deux points cardinaux. Ces désignations ont été employées de toute antiquité par les marins, qui ont dû systématiser les premiers l'art de se diriger sur mer d'après les astres : de là le mot d'*air* ou de *rumb de vent*, pour indiquer un azimut. Les noms des points cardinaux, mais non leur système, diffèrent chez les marins de la Méditerranée, qui disent : *tramontana, levante, ostro, ponente**.

Dans les temps modernes, on a senti le besoin de subdiviser encore la rose des vents (en 32 parties); il est probable qu'on finira par adopter universellement la division plus systématique en 360°.

La détermination exacte de la méridienne est une des premières applications que l'on ait faite de l'étude du mouvement diurne. Elle a servi aux anciens peuples à *orienter* leurs édifices religieux avec une exactitude remarquable (les Pyramides d'Égypte, par exemple). Ce mot *orienter* s'applique éga-

* Les noms employés sur l'Océan (nord, est....) sont d'origine germanique.

lement à la direction de la marche ou à celle des édifices; il provient de ce que le point cardinal d'est a d'abord plus attiré l'attention que le point nord; encore aujourd'hui, on le choisit quelquefois pour origine des azimuts, et le vertical d'est se nomme alors le *premier vertical.*

CHAPITRE VI.

MESURE DU TEMPS. — JOUR SIDÉRAL.

Une autre application plus importante encore de l'étude du mouvement diurne, c'est la mesure du temps. Le lever et le coucher des astres, leurs hauteurs variables sur l'horizon, leurs passages par le méridien ont servi presque de tout temps d'horloge naturelle et de règle pour la succession des travaux. Si le Soleil était, comme les étoiles, soumis à la seule apparence du mouvement diurne; en d'autres termes, si la Terre ne possédait que son mouvement de rotation, la marche apparente du Soleil serait uniforme comme celle des étoiles; ses retours successifs à l'horizon ou au méridien se feraient à des intervalles de temps rigoureusement égaux, les jours ou plutôt les journées auraient même longueur. Mais comme en réalité les jours solaires n'ont pas cette uniformité rigoureuse, ils ne peuvent servir à la mesure précise du temps.

En thèse générale, tout mouvement uniforme peut servir à mesurer le temps. Or, la rotation du globe terrestre s'accomplit librement dans l'espace, sans éprouver de frottements ni de résistance; un tel mouvement doit, par sa nature, persévérer indéfiniment avec l'uniformité, la régularité la plus complète *. C'est donc dans la rotation de la Terre, ou, ce qui revient au même, dans les mouvements apparents des étoiles que

* Les attractions que les divers corps de notre système exercent sur le *globe terrestre* peuvent bien influer sur son mouvement de translation autour du Soleil, mais elles ne sauraient altérer d'une manière sensible l'uniformité de sa rotation. Cette uniformité se retrouve dans les rotations des autres planètes et du Soleil lui-même.

nous devons chercher le moyen de mesurer le temps avec précision.

Il n'en est pas ainsi des mouvements de nos machines, montres, horloges ou chronomètres, où les frottements, les réactions mutuelles des diverses pièces, la résistance de l'air, des huiles, etc..., finissent toujours par altérer l'uniformité qu'on aura d'abord réussi à établir, et par détruire enfin le mouvement lui-même. Aussi est-ce le comble de l'art que de construire une pendule ou un chronomètre capable de marcher plusieurs jours avec l'uniformité qui se produit et se conserve perpétuellement dans certains phénomènes célestes.

Jour sidéral. — Nous adopterons pour unité le jour sidéral, c'est-à-dire *l'intervalle de temps qui s'écoule entre les passages successifs d'une étoile au méridien*. Le jour sidéral est un peu plus court que le jour solaire; il en diffère surtout en ce que le dernier n'a point une durée invariable comme le premier.

Une étoile quelconque traverse deux fois le méridien à 12 heures de distance; le premier passage a lieu au-dessus de la ligne des pôles, et le second au-dessous; on les distingue par les noms de *passage supérieur* et *passage inférieur*. Dans la définition précédente du jour sidéral, il s'agit évidemment des passages supérieurs, les seuls qu'on puisse observer quand les étoiles ne sont pas circumpolaires. Le jour sidéral est divisé, comme le jour civil, en 24 heures; l'heure en 60^m; la minute en 60^s et la seconde en fractions décimales.

Après avoir fixé la durée du jour sidéral, il faut encore lui assigner une origine. Il est naturel de prendre pour origine des 24 heures, ou des 86 400 secondes qui le constituent, l'instant du passage au méridien d'un certain point de l'équateur céleste, d'une étoile, par exemple; le choix de ce point, que nous nommerons l'étoile origine, est arbitraire; mais une fois la convention établie, elle ne devra plus être changée*.

Dès lors nous nous trouvons en possession de deux manières

* Le jour sidéral étant différent du jour solaire ordinaire il a fallu établir une correspondance quelconque entre ces deux manières de compter le temps, afin de pouvoir passer aisément de l'une à l'autre, de même que l'on change de système de coordonnées. La convention qu'on a dû établir pour cela sera exposée plus tard.

de mesurer le temps. En effet, le défaut des pendules, des chronomètres, consiste dans l'impossibilité où se trouvent les constructeurs de conserver à ces instruments une marche uniforme pendant un certain nombre de jours; mais on peut admettre qu'une pendule, mise autant que possible à l'abri des causes d'erreur, garde une uniformité satisfaisante pendant un intervalle plus court, 1 jour, par exemple. Il suffira donc de régler chaque jour la pendule sur les passages méridiens de l'étoile α prise pour origine du jour sidéral; au moment de ce passage, la pendule devra marquer $0^h\,0^m\,0^s$, en sorte que, si sa marche présente quelque irrégularité, du moins cette irrégularité n'ira point en s'accumulant de jour en jour, et l'heure sera connue par la simple inspection du cadran et des aiguilles.

L'autre manière de mesurer le temps, dont se servent aussi les astronomes*, consiste à recourir à l'étoile α, non-seulement pour déterminer l'origine du jour sidéral, mais encore pour en marquer toutes les subdivisions. Le ciel devient alors une horloge véritable dont l'étoile initiale serait l'aiguille, tandis que les *cercles horaires* en formeraient le cadran. C'est même là l'origine de la dénomination de cercles ou de plans *horaires*. Nous avons vu que l'angle horaire de l'étoile α varie proportionnellement au temps, par suite de l'uniformité du mouvement diurne. Si donc on imagine 24 plans passant par la ligne des pôles et formant entre eux des angles dièdres (angles horaires) égaux à 15°, l'étoile α mettra une heure à passer de l'un à l'autre. Le premier de ces plans doit être le méridien. Ces plans ou ces cercles horaires ne sont point dessinés sur le ciel; et même, le seul que l'on puisse aisément caractériser avec exactitude, c'est le méridien**. Mais il est toujours possible de mesurer la hauteur de l'étoile α et d'en conclure ensuite l'angle horaire par le calcul. Cet angle horaire transformé en temps, à raison de 1 heure pour 15°, donnera donc immédiatement l'heure correspondante à l'instant de l'observation.

Par exemple, si ayant mesuré la hauteur de l'étoile α à un

* Ils s'en servaient surtout avant l'invention du pendule.

** Les autres plans horaires peuvent être réalisés mécaniquement, au moyen de la machine parallactique, dont la description ne saurait trouver place ici, ou graphiquement, à l'aide des cadrans (liv. III).

certain moment, on trouve A‴H‴ (fig. 18) pour cette hauteur, le triangle PZA‴ se trouve déterminé; en effet, on y connaît ZA‴ qui est le complément de la hauteur mesurée A‴H‴; PZ qui est le complément de la hauteur du pôle NP, et PA‴ qui est la distance polaire de l'étoile α, ou le complément de sa déclinaison. Nous avons vu précédemment de quelle manière ces deux derniers éléments peuvent être obtenus par l'observation des hauteurs et des azimuts : nous verrons plus tard comment les astronomes les déterminent à l'aide du cercle mural. La résolution graphique ou numérique du triangle PZA‴* donnera l'angle horaire $A'''PZ = 17°15'30''$, par exemple. On en conclut aussitôt l'heure de l'observation en transformant cet angle horaire en temps, à raison de 15° par heure, de 15′ par minute, etc... L'heure sidérale sera donc $5^h\,1^m\,2^s,0$.

Telle est, en effet, la marche que suivent les marins pour déterminer l'heure en mer; ils commencent par mesurer la hauteur du pôle au lieu où ils se trouvent; puis, ils mesurent la hauteur de l'étoile fondamentale (nous verrons qu'il y en a plusieurs), et calculent enfin l'heure par la simple résolution d'un triangle sphérique.

Étoiles fondamentales. — L'unique étoile fondamentale dont nous avons parlé jusqu'ici serait insuffisante dans un grand nombre de cas, par exemple lorsqu'elle serait sous l'horizon; il a donc fallu chercher à la remplacer par d'autres étoiles, tout en lui réservant l'office de marquer l'origine du jour sidéral par ses passages au méridien. Or, à quelle condition peut-on substituer une étoile β à l'étoile α pour la mesure du temps? C'est évidemment à la condition de connaître exactement la différence des angles horaires de β et de α, à un instant quelconque. Par exemple, si α a pour angle horaire 45° au moment où β a pour angle horaire 0°, c'est-à-dire au moment où β passe au méridien, on en conclura que, pour obtenir à un instant quelconque l'angle horaire de l'étoile-origine α,

---

* La résolution numérique du triangle PZA‴, dont les trois côtés sont connus, s'obtient par la formule

$$\cos P = \frac{\cos D - \sin h \sin H}{\cos h \cos H},$$

où P désigne l'angle horaire cherché, H la hauteur et D la déclinaison de l'étoile.

il suffit de déterminer celui de β et d'y ajouter ensuite 45°. De même pour une seconde étoile auxiliaire γ, pour une troisième etc.... Cette différence des angles horaires entre les étoiles fondamentales est constante, et il suffit de la déterminer une fois pour toutes.

Ce n'est pas encore assez. Nous avons vu que pour avoir l'heure en mer, à l'aide de l'étoile-origine α, il était nécessaire d'en connaître la déclinaison, dont le complément fournit un côté du triangle sphérique que les marins, les géographes, etc., ont à résoudre. Pour substituer les étoiles auxiliaires β, γ.... à l'étoile-origine α, il faut donc en déterminer aussi les déclinaisons. C'est là un des services que les observatoires permanents rendent à la navigation, à tous les arts, à toutes les sciences où la connaissance exacte de l'heure est exigée.

A l'aide de la lunette méridienne associée à la pendule astronomique et du cercle mural, on détermine avec la plus grande précision les éléments nécessaires pour substituer un certain nombre d'étoiles auxiliaires à l'étoile origine; on est parvenu ainsi à offrir aux voyageurs de nombreux moyens de déterminer l'heure dont ils ont besoin à chaque instant, comme nous le verrons plus tard, pour se diriger sur l'immensité des mers.

CHAPITRE VII.

LUNETTE MÉRIDIENNE ASSOCIÉE A LA PENDULE SIDÉRALE.

La *lunette méridienne* est un instrument fort simple qui sert à déterminer l'instant du passage des astres par le plan du méridien. Elle se compose essentiellement (fig. 24) d'une lunette fixée au milieu d'un axe de rotation, et de deux piliers destinés à porter horizontalement, sur des coussinets cylindriques, les tourillons qui forment les extrémités de l'axe de rotation.

Axe optique. — Dans toute lunette destinée aux observations astronomiques, il y a une ligne principale que l'on nomme *axe optique* ou *ligne de collimation*; cette ligne est déterminée d'un

côté par le *centre optique de l'objectif*, de l'autre, par un point que l'on choisit arbitrairement dans le *plan focal* de l'objectif et que l'on fixe là par une croisée de fils fins nommée *réticule*.

Il est essentiel de se faire une idée nette du sens de ces expressions qui reviennent à tout instant dans les applications des lunettes aux instruments de mesure.

Les étoiles étant placées à une distance immense, les rayons qu'elles envoient à notre œil ou à nos lunettes peuvent être considérés comme parallèles. Or, on sait que l'objectif d'une lunette a la propriété de faire converger à très-peu près vers un point unique, nommé *foyer*, les rayons parallèles qui tombent sur sa face antérieure; il transforme, par réfraction, le faisceau cylindrique des rayons émis par une étoile A (fig. 21) en un faisceau conique dont le sommet est au foyer F. L'œil, placé quelque part en *e*, aperçoit donc en F un point lumineux d'autant plus brillant que la surface de l'objectif est plus grande, et ce point, image de l'étoile A, devient un objet* que l'on peut examiner de très-près à l'aide d'une forte loupe nommée *oculaire*. Mais les rayons parallèles émanés de l'étoile et tombant sur l'objectif, changent peu à peu de direction par suite du mouvement diurne : le faisceau conique émergent se déplacera donc aussi; l'image stellaire viendra se former successivement en F, F', F'', ...; et l'œil *e* verra successivement cette image dans les directions *e*F, *e*F', *e*F'', ... qui n'ont rien de commun avec les directions où il eût aperçu l'étoile même sans l'interposition d'une lunette. Il semblerait, d'après cela, que les lunettes ne peuvent servir à déterminer la *direction* des rayons lumineux; en examinant de plus près la question, on reconnaîtra le contraire par les propriétés suivantes dont jouissent les objectifs.

1° Dans tout faisceau conique émergent FAB, il y a un rayon OF qui n'a point subi de déviation en traversant l'objectif; ce rayon porte le nom d'*axe* du faisceau; sa direction est celle des rayons incidents parallèles.

* La différence entre l'image focale d'une étoile et un objet matériel brillant consiste surtout en ce que le second rayonne dans tous les sens, tandis que les radiations du point focal sont comprises dans l'amplitude très-restreinte de la deuxième nappe du cône émergent dont il forme le sommet.

2° Il y a, dans tout objectif, un certain point O où se croisent les axes de tous les faisceaux de rayons lumineux admis dans la lunette; c'est le *centre optique* de l'objectif.

Il résulte de là que les vraies directions de l'étoile, correspondantes aux positions successives F, F′, F″, ... de son image, sont les axes OF, OF′, OF″... Quant aux foyers F, F′, ... ils viennent tous se former dans un même *plan focal* parallèle à l'objectif.

Si donc on veut distinguer une de ces directions, par exemple OF″, afin de pouvoir toujours la reconnaître au premier coup d'œil, il suffit de marquer le point F″ d'une manière reconnaissable, en y plaçant la croisée de deux fils très-fins. Toutes les fois que l'œil placé n'importe où, en *e* si l'on veut, voit l'image de l'étoile coïncider avec la croisée des fils F″, on peut être certain que la direction des rayons lumineux émis par l'étoile est OF″; en effet, l'axe du pinceau émergent qui forme foyer en F″ est alors OF″, et cet axe conserve, avons-nous dit, la direction des rayons incidents. La direction ainsi choisie et spécifiée par une croisée de fils est l'axe optique ou la ligne de collimation de la lunette.

La figure 22 représente une lunette astronomique munie d'une semblable croisée de fils fins ou de son réticule. Une plaque métallique *rr′* (fig. 22), percée d'un trou circulaire, est fixée dans le plan focal à la monture de la lunette, à l'aide de deux vis de rappel *r* et *r′*; elle porte deux fils croisés à angle droit dont le point de rencontre φ détermine, concurremment avec O, la direction qu'on veut donner à l'axe optique par rapport au tube de la lunette. Il est évident qu'on peut changer cette direction et déplacer le point φ, en se servant des vis de rappel *r* et *r′* qui font mouvoir le réticule.

Il est actuellement facile de comprendre comment un pareil instrument peut servir à déterminer avec une grande exactitude la direction des rayons lumineux. La lunette étant pointée vers une étoile, l'image stellaire viendra se former en un point quelconque du plan focal; pour amener l'axe optique Oφ dans la direction de cette étoile, on fera mouvoir le tube jusqu'à ce que la croisée φ des fils vienne couvrir centralement ou du moins bissecter cette image. Or l'œil armé d'un oculaire jugera d'autant plus exactement si cette condition est remplie, que le

grossissement sera plus fort; en sorte que le moindre déplacement de la lunette venant à transporter la croisée des fils un peu trop à droite ou à gauche de l'image stellaire, l'observateur sera averti; il pourra ramener l'instrument dans la direction convenable. S'il s'agit d'une étoile dont le mouvement diurne fait varier la position à chaque instant, l'observateur verra son image traverser le champ de la lunette avec une vitesse d'autant plus sensible qu'elle est plus amplifiée par le grossissement*, et il saisira avec exactitude l'instant précis où cette image aura été occultée par la croisée des fils : à cet instant, l'étoile se trouvait dans la direction de l'axe optique.

Ainsi, une lunette munie d'un réticule remplace, avec un avantage proportionné à son grossissement, les alidades et les pinnules dont on se servait autrefois, et dont on se sert encore lorsqu'il n'est pas nécessaire de donner aux mesures angulaires une grande précision. A l'époque où des astronomes français (Morin, Picard et Auzout) appliquèrent ainsi les lunettes à la mesure des angles, on éprouva quelque difficulté à comprendre ce nouvel emploi d'un instrument qu'on avait jusque-là considéré comme un simple auxiliaire de la vision, destiné à rapprocher et à faire voir plus nettement les objets. On se servait alors d'une alidade AB (fig. 23) surmontée de deux pinnules AF et BC. Ces pinnules étaient formées de châssis portant chacun deux fils en croix dont les intersections F et C déterminaient deux points, et, par suite, une direction; on visait aux étoiles comme on vise au but à l'aide des deux mires d'un fusil. Or, les lunettes n'ont qu'une seule croisée de fils; il semblait donc que le second point manquait. Telle était l'objection d'Hévelius; le célèbre astronome de Dantzick employait bien les lunettes pour étudier la forme et la figure des astres, mais il ne voulut jamais les fixer à ses instruments de mesure, en place des alidades et des pinnules. Son erreur tenait à ce qu'il négligeait de considérer le point O, centre optique de l'objectif, par où passent

* Cette vitesse dépend avant tout de la distance polaire des étoiles observées. Comme elles décrivent toutes leurs parallèles diurnes en 24 heures, plus les parallèles sont petits et plus elles paraissent se mouvoir lentement. Une étoile placée au pôle même resterait immobile.

nécessairement les axes des faisceaux de lumière qui vont former foyer dans le plan focal.

Il faut se garder de confondre l'axe optique avec l'axe géométrique sur lequel sont centrées les surfaces sphériques de l'objectif. Ce dernier n'a que l'importance suivante : il faut, pour la netteté de la vision, que les images des objets ne s'écartent jamais beaucoup de cette ligne centrale, sans quoi elles deviennent confuses. Il faut donc aussi que l'axe optique soit aussi rapproché que possible de l'axe géométrique ; mais celui-ci est fixe, tandis que l'observateur peut déplacer à volonté l'une des extrémités de l'autre, à l'aide des vis de rappel r et r' du réticule.

Revenons à la lunette méridienne (fig. 24). Si l'axe optique OO' est perpendiculaire à l'axe de rotation AA', évidemment cette ligne décrira un plan perpendiculaire à AA' lorsqu'on fera tourner la lunette. Si l'axe de rotation est horizontal, le plan décrit par l'axe optique sera vertical. Enfin, si cet axe de rotation est dirigé dans le sens est-ouest, le plan vertical décrit par l'axe optique sera le méridien. De là trois conditions distinctes auxquelles l'instrument doit satisfaire.

Rectification de l'axe optique. — On place une mire (fig. 25), dans la direction de l'axe optique, à une distance égale ou supérieure à 10000 fois environ la longueur focale de la lunette *. Cette mire porte des divisions dont l'image se forme dans le plan du réticule, en sorte que l'observateur voit la croisée des fils en projection sur la mire. On note la division m_1 qui correspond à la croisée φ; l'axe optique φO va donc rencontrer la mire en m_1. Si cette ligne n'est pas perpendiculaire à l'axe de rotation AA', soit MOO' cette perpendiculaire : le très-petit angle m_1OM $=\varphi$OO', est ce qu'on nomme l'erreur de l'axe optique ou l'erreur de collimation. Pour la déterminer et la corriger, on retourne bout pour bout l'axe de la lunette sur ses piliers, de manière que le tourillon A occupe la place où se trouvait précédemment le tourillon A' et réciproquement. Or l'axe optique fait corps avec la lunette, puisqu'il est déterminé

* Les images des objets placés à cette distance se formeront dans le même plan focal que celles des points situés à l'infini. A une distance moindre, il n'en serait plus ainsi.

par le centre optique O de l'objectif et la croisée φ des fils; il sera donc retourné avec la lunette et viendra se placer en $\varphi O m_2$. En regardant de nouveau la mire avec la lunette, on verra la croisée des fils du réticule coïncider, non plus avec la division m_1, mais avec une autre division m_2. L'angle m_1OM devant être égal à m_2OM, il est évident que le point M se trouvera au milieu de m_1m_2. Il suffira donc, pour corriger l'erreur de collimation, de faire marcher le réticule jusqu'à ce que la croisée φ des fils corresponde au milieu des deux points de la mire m_1 et m_2. En remettant la lunette dans sa position primitive, l'axe optique répondra encore au point M, puisqu'il se trouve désormais perpendiculaire à l'axe de rotation AA'*.

Horizontalité de l'axe de rotation. — Elle se vérifie à l'aide d'un grand niveau très-sensible à bulle et à échelle graduée, dont les pieds peuvent être placés sur les deux tourillons de l'axe de rotation. On note d'abord les divisions auxquelles répondent les extrémités de la bulle; puis on retourne le niveau bout pour bout, afin que le pied qui portait sur le tourillon A repose ensuite sur le tourillon A', *et vice versâ* : si la bulle revient se placer entre les mêmes divisions, évidemment l'axe est horizontal, sinon le déplacement de la bulle accusera l'inclinaison de cet axe. L'un des tourillons peut être déplacé d'une petite quantité, dans le sens vertical, à l'aide d'une vis à filets très-serrés; en faisant tourner cette vis, on élève ou on abaisse ce tourillon, jusqu'à ce que le défaut d'horizontalité soit corrigé et que la bulle du niveau revienne entre les mêmes divisions à chaque retournement **.

Orientation de l'axe de rotation. — L'axe optique étant désormais perpendiculaire à l'axe AA', si on fait tourner la lunette

* Cette méthode suppose que l'axe optique rectifié passe exactement par le milieu de AA'. Elle est basée, comme on voit, sur le premier théorème de la Géométrie élémentaire. C'est encore ainsi qu'on vérifie l'angle droit d'une équerre.

** Cette méthode suppose que les deux tourillons sont exactement cylindriques et que leurs axes sont situés sur une même ligne droite AA'. S'il en était autrement, la méthode précédente deviendrait fautive; il faudrait procéder d'une manière un peu plus complexe dont il ne saurait être question ici. Mais il est bon d'indiquer au moins à quelles conditions précises les instruments doivent satisfaire, pour que les méthodes exposées dans le texte conduisent à la vérité.

autour de AA', l'axe optique décrira un plan (il aurait décrit un cône dans tout autre cas). L'axe AA' étant horizontal, ce plan est lui-même vertical, et pour qu'il coïncide avec le méridien, il suffit désormais qu'il passe par le pôle.

Supposons qu'on note, à l'aide de la pendule, les instants où une même étoile circumpolaire, la Polaire, par exemple, passe par le vertical que décrit actuellement la lunette méridienne. On connaîtra le temps qui s'écoule entre le passage supérieur de cette étoile et son passage inférieur; s'il s'écoule le même temps entre ce dernier et le passage supérieur suivant, nul doute que le vertical décrit par la lunette ne contienne le centre du parallèle uniformément décrit par l'étoile, nul doute que ce vertical ne passe par le pôle et ne soit le méridien. Mais si ces deux intervalles sont inégaux, il en faudra conclure que le vertical décrit par la lunette méridienne ne passe point par le centre du parallèle de l'étoile polaire et que l'axe AA' n'est pas dirigé exactement de l'est à l'ouest. Pour qu'on puisse corriger l'erreur, l'un des tourillons est muni d'une vis de rappel qui permet de faire dévier horizontalement l'axe dans un sens ou dans l'autre, sans troubler son horizontalité. On agira sur cette vis, on modifiera la direction de l'axe AA', jusqu'à ce que le plan vertical décrit par l'axe optique bissecte exactement le parallèle d'une étoile circumpolaire.

Telle est la meilleure manière de déterminer la direction du méridien; rien de plus aisé que d'en jalonner ensuite la trace sur le sol même, ou de planter au loin une mire dans cette direction. Cette mire servira à rectifier immédiatement l'instrument, si son axe de rotation vient à dévier de la direction est-ouest.

Ces rectifications faites, l'axe optique se trouvera constamment dirigé dans le méridien, quelque position qu'on donne à la lunette en la faisant tourner autour de son axe de rotation; donc, l'instant où un astre est vu dans la direction de l'axe optique, l'instant où son image focale traverse la croisée des fils, est précisément l'instant du passage de cet astre par le méridien*. La pendule sidérale ne sert qu'à noter les instants

* On comprend que la lunette méridienne doit être munie d'un petit cercle divisé en degrés et minutes, afin qu'on puisse la diriger d'avance à la hauteur que doit atteindre, au méridien, l'astre dont on veut observer le passage.

où les astres traversent ainsi, à tour de rôle, la croisée des fils tendus au foyer de la lunette.

État de la pendule sidérale. — Lorsque l'étoile, ou plutôt, le point de l'équateur céleste qu'on a choisi pour point de départ passe au méridien, la pendule doit marquer $0^h 0^m 0^s$; cet instant est l'*origine du jour sidéral.* Si la pendule marque plus ou moins, elle est en erreur; il faut toucher aux aiguilles pour la corriger, ou, ce qui revient au même, il faut tenir compte de cette erreur par le calcul, et la retrancher (algébriquement) de toutes les autres indications de la pendule.

Marche diurne de la pendule. — Il ne suffit pas qu'elle marque $0^h 0^m 0^s$ au passage du point céleste pris pour origine; le jour sidéral étant divisé en $24^h = 1440^m = 86\,400^s$, il faut que le balancier exécute 86 400 oscillations entre deux passages consécutifs du même point céleste ou de la même étoile. S'il en est autrement, le balancier ou le pendule de l'horloge doit être allongé ou raccourci; allongé quand le nombre de ses oscillations a dépassé 86 400; raccourci dans le cas contraire. Mais on ne peut obtenir, ou du moins, conserver cette parfaite coïncidence; l'horloge avance ou retarde toujours plus ou moins sur le mouvement diurne des étoiles; on en tient compte par le calcul. Voici un exemple :

Le 20 janvier, au passage de Sirius, la pendule marquait.................................... $6^h 38^m 50^s,65$
Le 21 janvier, au passage de la même étoile, la pendule marquait............................ $6^h 38^m 52^s,33$

Dans l'intervalle de un jour sidéral, la pendule a donc battu $86\,400^s + 1^s,68$. Cet excès est la *marche diurne* de la pendule; si elle est réellement uniforme, tous les jours la pendule avancera de cette quantité-là, à raison de $0^s,07$ par heure ($0,07 = \frac{1}{24}$ de $1^s,68$). Il est évident qu'il suffit de corriger toutes les indications d'un même jour d'une fraction de $1^s,68$ proportionnelle au temps écoulé.

Voici, d'ailleurs, un exemple plus complet qui fera comprendre comment on peut se servir d'une pendule ou d'un chronomètre, et en tirer d'excellentes indications malgré leurs erreurs.

NOMS DES ÉTOILES.	INDICATION de la PENDULE.	ÉTAT de la PENDULE.	HEURE SIDÉRALE conclue.
20 Janvier.			
α (origine du jour sid.).......	$0^h\ 0^m\ 15^s,20$	$15^s,20$	$0^h\ 0^m\ 0^s,00$
α d'Andromède............	0 0 56 ,84		0 0 41 ,64
La Polaire, passage sup.....	1 5 33 ,84		1 5 18 ,54
Sirius..................	6 38 50 ,65		6 38 34 ,99
La Polaire, passage inf......	13 5 34 ,65		13 5 18 ,54
α de la Vierge.............	13 17 37 ,00		13 17 20 ,87
21 Janvier.			
α (origine du jour).........	$0^h\ 0^m\ 16^s,88$	$16^s,88$	$0^h\ 0^m\ 0^s,00$
α Andromède.............	0 0 58 ,49		0 0 41 ,64
La Polaire, passage sup.....	1 5 35 ,49		1 5 18 ,54
....	....	......	....

Le premier jour, quand l'étoile origine passe au méridien, la pendule marque $15^s,20$ de trop; il faudra donc retrancher $15^s,20$ de toutes ses indications. Mais le lendemain, au bout d'un jour sidéral, l'erreur se trouve augmentée de $1^s,68$; elle s'est donc accrue de $0^s,84$ en 12^h, de $0^s,07$ en 1^h, de $0^s,001$ en 1^m. Donc aussi, lorsque Sirius a passé au méridien, 6^h39^m environ après l'étoile origine, l'erreur de la pendule a dû être à cet instant, non $15^s,20$ comme au début du jour, mais $15^s,20+0^s,46$. Telle est la correction qu'on devra appliquer à l'indication de la pendule pour avoir l'heure sidérale qu'une horloge sans défaut eût marquée au même instant.

Le même tableau donne aussi la preuve que la lunette méridienne employée était bien dans le méridien; car, s'il s'est écoulé $12^h0^m0^s,84$ en temps de la pendule ou 12 heures sidérales, entre les passages supérieur et inférieur de la Polaire, le 20 janvier, il s'est aussi écoulé $12^h0^m0^s,84$ entre celui-ci et le passage supérieur suivant du 21.

Etoiles fondamentales. — On peut observer ainsi, en un seul jour sidéral, les passages méridiens de toutes les belles étoiles du ciel, et il suffirait d'avoir exécuté ce travail une fois, puisque le lendemain et les jours suivants les mêmes passages

doivent avoir lieu aux mêmes heures. Mais les instruments et les mesures sont toujours entachés d'erreurs; par exemple, nous avons supposé que la marche diurne de la pendule était uniforme; en réalité il peut en être autrement; car elle dépend, jusqu'à un certain point, des variations de la température. Heureusement ces causes d'erreurs agissent tantôt dans un sens, tantôt en sens opposé; elles peuvent donc se compenser d'elles-mêmes, du moins en partie, si on répète un grand nombre de fois les mêmes mesures dans toutes les circonstances possibles. C'est en opérant ainsi que les astronomes sont parvenus à fixer, à quelques centièmes de seconde près, les heures sidérales du passage méridien d'un certain nombre d'étoiles brillantes qu'on peut observer de jour et de nuit. Voici plusieurs de ces résultats*:

NOMS DES ÉTOILES.	HEURE SIDÉRALE du passage au méridien.
α d'Andromède	$0^h\ 0^m\ 41^s,61$
La Polaire	1 5 18,54
α de Persée	3 13 42,51
Sirius	6 38 34,99
Régulus	10 0 25,94
α de la Vierge	13 17 20,87
α de la Lyre	18 31 53,53
Fomalhaut	22 49 24,28

Il est permis désormais de substituer une quelconque de ces étoiles au point céleste qui a été pris pour origine, et de s'en servir pour connaître l'heure. En effet, toute pendule sidérale bien réglée devant marquer $6^h 38^m 34^s,99$, par exemple, lorsque Sirius passe au méridien, si elle indique un temps plus fort ou plus faible, la différence sera l'erreur ou l'état de la pendule. Ce qui vient d'être dit pour le plan méridien s'ap-

* Ces nombres sont relatifs à 1851; nous verrons plus tard qu'ils éprouvent avec le temps de petites variations dont les causes sont bien connues; ici, nous les considérerons comme invariables; même remarque pour les déclinaisons.

plique à tous les plans horaires; car Sirius arrivera toujours à l'un de ces plans $6^h 38^m 34^s,99$ plus tard que l'étoile prise pour origine. Il est 7^h, par exemple, quand l'étoile origine passe par le plan horaire qui fait avec le méridien un angle dièdre de $7 \times 15^0 = 105^0$. Si au lieu de l'étoile origine, c'est Sirius dont on a observé le passage par ce plan, il suffira de tenir compte de cette différence.

Ainsi quand un marin veut déterminer l'heure, il se sert indifféremment de telle ou telle étoile connue; il mesure sa hauteur, en déduit l'angle horaire par le calcul, conclut l'heure comme s'il avait observé l'étoile origine, et ajoute enfin la différence bien connue qui existe entre celle-ci et l'astre observé. Exemple : Sirius a passé, au moment de l'observation, par le plan horaire de 75° 15′ 30″; si c'était l'étoile origine, l'heure serait $5^h 1^m 2^s,00$; mais comme Sirius passe par un plan horaire quelconque $6^h 38^m 34^s,99$ après l'étoile origine, il s'ensuit que l'heure sidérale était $11^h 39^m 36^s,99$. Mais pour calculer l'angle horaire d'une étoile dont on a observé la hauteur, il faut en connaître la déclinaison. C'est là le second élément que les astronomes déterminent à l'aide du cercle mural.

CHAPITRE VIII.

CERCLE MURAL. — DÉCLINAISONS DES ÉTOILES FONDAMENTALES.

Cercle mural. — Cet instrument (fig. 26) se compose d'un cercle gradué fixé à un axe horizontal et portant une lunette dont la ligne de collimation doit être parallèle au plan du limbe. L'axe tourne sur deux coussinets placés dans l'intérieur d'un mur ou pilier, en sorte que le cercle se trouve presque appliqué contre ce mur; de là le nom de cercle mural.

L'instrument doit être placé dans le plan du méridien comme la lunette méridienne; par conséquent, il faut que son axe de rotation soit horizontal et orienté dans le sens est-ouest; il faut encore que l'axe optique de la lunette soit, comme le plan du cercle, perpendiculaire à l'axe de rotation. De là, des rectifi-

cations plus ou moins semblables à celles qui ont été décrites pour la lunette méridienne *.

Soient NZS (fig. 27) le plan du méridien, NS la méridienne, P le pôle, eTO le plan de l'équateur perpendiculaire à TP, Te la trace de ce plan sur le méridien; enfin A l'astre dont il s'agit de déterminer la déclinaison Ae = D. Il est évident que PA + Ae = 90°; si donc il y avait une étoile juste au pôle P, il suffirait de mesurer la distance à l'étoile A, c'est-à-dire l'arc PA ou l'angle correspondant PTA : le complément de la distance de l'étoile A au pôle nous donnerait la déclinaison cherchée.

Il n'y a pas d'étoile au pôle P, mais il y a près de ce point des étoiles circumpolaires dont les parallèles, entièrement situés au-dessus de l'horizon, coupent le méridien céleste en deux points dont le pôle occupe nécessairement le milieu.

Plaçons donc le cercle mural en T, dans le plan NZS, et dirigeons-en la lunette sur une de ces étoiles au moment de son passage supérieur en p, puis à son passage inférieur en p'; la bissectrice de l'angle compris entre les deux positions de l'axe optique Tp et Tp', donnera la direction TP du pôle, aussi bien que s'il y avait là une étoile immobile.

Une autre étoile circumpolaire, observée en q et q', donnerait évidemment la même direction TP par la bissection de l'angle qTq'. Une fois le pôle déterminé, il est aisé de mesurer, à l'aide du même cercle mural, l'angle compris entre TP et la ligne TA dirigée vers une étoile quelconque; cet angle, ou l'arc PA qui lui répond, est égal à 90° — D.

Si l'astre observé était au-dessous de l'équateur, en A', on aurait encore

$$PA' = 90° - D \quad \text{ou } D = 90° - PA',$$

et PA' étant > 90°, la déclinaison serait négative, conformément à la convention adoptée à ce sujet. Les astronomes ont déterminé ainsi, avec une extrême précision, les déclinaisons des étoiles fondamentales. Voici celles des étoiles déjà citées.

* Dans la figure 24, le plan du méridien passe par OO' perpendiculairement à la feuille de dessin; la figure 26, au contraire, est dessinée sur le plan même du méridien.

NOMS DES ÉTOILES.	DÉCLINAISONS.
α d'Andromède................	+ 28° 46′ 4″,0
La Polaire....................	+ 88 30 54 ,4
α de Persée..................	+ 49 49 33 ,7
Sirius.........................	— 16 30 57 ,3
Régulus.......................	+ 12 41 35 ,9
α de la Vierge.................	— 10 22 55 ,7
α de la Lyre..................	+ 38 38 52 ,2
Fomalhaut....................	— 30 24 38 ,8

Hauteurs méridiennes. — La figure 27 met en évidence des relations fort simples dont on fait un usage continuel.

1° La hauteur du pôle NP est égale au complément de la hauteur *se* du point culminant * de l'équateur. En effet, $PZ + Ze = 90° = NP + se$. On peut dire aussi que la distance du pôle au zénith est égale à la hauteur du point culminant de l'équateur. Dorénavant nous désignerons par L la hauteur du pôle, et par $90° - L$ celle de l'équateur.

2° La hauteur méridienne d'un astre est égale à la hauteur de l'équateur, plus la déclinaison (positive ou négative) de cet astre.

En effet, $SA = Se + eA$ et $SA' = Se - eA'$.

Appelons, en général, H la hauteur méridienne d'une étoile, et D sa déclinaison; la relation précédente s'écrira

$$H = (90° - L) + D \quad \text{ou} \quad D = H - (90° - L).$$

Donc, quand on connaît la hauteur du pôle, il suffit de mesurer les hauteurs méridiennes des étoiles pour en avoir les déclinaisons; et réciproquement, si on connaît la déclinaison d'un astre quelconque, il suffit d'en mesurer la hauteur méridienne pour déterminer la hauteur du pôle, élément dont nous avons signalé l'importance.

* Cette expression provient de ce que l'équateur, comme tout parallèle décrit par une étoile, a son point *le plus élevé* (sur l'horizon du lieu) dans le méridien; il en est de même du point le plus bas, mais il n'est visible que pour les parallèles pp', qq',... décrits par les étoiles circumpolaires. On nomme souvent *culmination* le passage d'un astre au méridien.

Le cercle mural appliqué à la mesure des hauteurs méridiennes. — Nous avons vu que, pour mesurer les distances polaires des étoiles à l'aide du cercle mural, il a fallu d'abord déterminer la direction de la ligne des pôles TP; de même, pour mesurer les hauteurs, il faut connaître la direction de l'horizontale NTS : celle-ci nous sera évidemment donnée par la surface libre d'un liquide en repos.

Cette détermination s'opère de la manière la plus précise et la plus exacte par le procédé suivant. On place sous le cercle mural un bassin plein de mercure (fig. 28), puis on pointe la lunette sur le miroir horizontal ainsi formé par la surface libre du mercure, jusqu'à ce qu'on voie, par réflexion, l'image de la croisée des fils du réticule. On fait ensuite mouvoir lentement la lunette, pour amener bien exactement les fils en coïncidence avec leurs images; alors on peut être assuré que la ligne de collimation se trouve rigoureusement perpendiculaire à la surface du miroir. Celle-ci étant horizontale, il s'ensuit que l'axe optique est vertical et pointé vers le nadir. Si donc on lit la division du cercle correspondante à l'index, on aura la direction du nadir; en y ajoutant 180°, on aurait celle du zénith; en ajoutant ou en retranchant 90° seulement, on aura la direction de l'horizontale menée au sud ou au nord dans le plan du méridien.

Il est très-facile de se convaincre de la justesse de ce procédé. Pour cela, considérons la croisée des fils du réticule comme un point lumineux * qui émet des rayons dans tous les sens; les rayons qui tomberont sur l'objectif formeront un faisceau conique dont l'axe sera la ligne de collimation elle-même, et, après avoir été réfracté par l'objectif, ce faisceau conique sera transformé en un faisceau cylindrique émergent composé de rayons parallèles. Si l'axe optique était oblique à la surface du miroir (fig. 29), ces rayons parallèles seraient réfléchis de manière à faire un angle de réflexion égal à l'angle d'incidence; en recevant le faisceau réfléchi dans une seconde lunette, les rayons parallèles qui le composent seraient transformés par le second objectif en

* On a soin d'éclairer vivement la croisée des fils à l'aide d'une lumière artificielle que l'on projette sur lui, à peu près comme on éclaire les petits objets qu'on veut examiner au microscope.

un faisceau conique et viendraient peindre, au foyer de celle-ci, l'image nette du réticule de la première lunette. Mais si l'axe optique est perpendiculaire à la surface du miroir, le faisceau émergent, réfléchi par le miroir, reviendra sur lui-même sans changer de direction, rentrera dans la lunette et ira former au foyer une image de la croisée des fils. Pour que l'axe optique soit rigoureusement vertical, il suffit donc que cette image vienne coïncider avec l'objet qu'elle représente, c'est-à-dire avec la croisée des fils.

Connaissant ainsi la direction de l'horizontale TN (fig. 27), il sera facile de mesurer les hauteurs N*p*, N*p'* d'une circumpolaire quelconque à ses deux passages supérieur et inférieur : la hauteur du pôle en sera évidemment la moyenne, car P étant le milieu de l'arc *pp'*,

on a $$NP = \frac{1}{2}(Np + Np');$$

on aura encore $$NP = \frac{1}{2}(Nq + Nq'),$$

et toutes les étoiles circumpolaires, ainsi observées à leurs deux passages, devront s'accorder à donner la même hauteur au pôle.

On voit, par ce qui précède, tout l'avantage que le plan du méridien offre pour mesurer les coordonnées des astres : cet avantage tient à ce que le méridien appartient au système des hauteurs et des azimuts et à celui des angles horaires et des déclinaisons. C'est à la fois un *vertical* et un *plan horaire*. Il est donc naturel que les mesures faites dans ce plan spécial puissent être traduites avec une égale facilité dans l'un ou l'autre système de coordonnées.

On dira plus tard comment les anciens mesuraient les coordonnées des deux systèmes, à l'aide du gnomon, pour les azimuts et les hauteurs, et du cadran équatorial pour les angles horaires et les déclinaisons. En dernière analyse, l'astronomie et ses applications reposent sur la mesure de ces coordonnées, qui est devenue, de nos jours, si simple et si merveilleusement précise, grâce aux deux instruments que nous venons de décrire.

CHAPITRE IX.

SEXTANT. — DÉTERMINATION DE L'HEURE ET DE LA HAUTEUR DU PÔLE, EN MER ET A TERRE. — HAUTEURS CORRESPONDANTES.

Sextant. — L'admirable instrument dont se servent à chaque instant les marins, les voyageurs, les officiers chargés de relèvements rapides, mérite bien une description spéciale. Ce n'est plus une lourde machine placée sur des piliers inébranlables, comme le théodolite, la lunette méridienne, le cercle mural : c'est un appareil léger, qu'on tient à la main et à l'aide duquel on peut résoudre, avec une précision suffisante, une foule de problèmes importants pour la navigation, la géographie, etc...

Le sextant est fondé sur ce théorème élémentaire d'optique : lorsqu'un rayon a subi deux réflexions sur deux miroirs, *sans sortir d'un même plan*, l'angle compris entre la première et la dernière direction est double de l'angle compris entre les miroirs. Un rayon IC (fig. 30) est successivement réfléchi en C et D par deux miroirs C et D, perpendiculaires au plan du dessin, qui le renvoient finalement dans la direction DA ; l'angle IAD est égal au double de CBD formé par les deux miroirs. En effet,

$$A = 180^\circ - 2a - 2b,$$

et $$B = 180^\circ - a - 2b - (90^\circ - b) = 90^\circ - a - b = \tfrac{1}{2}A.$$

Hadley et Newton eurent l'idée de mettre à profit ce théorème d'optique pour construire l'instrument de mesure suivant. Un châssis en forme de secteur MAB (fig. 31). porte sur un des bras un miroir fixe m, étamé sur la moitié seulement de sa hauteur, et, sur l'autre bras, une petite lunette fixe L, à l'aide de laquelle on peut voir à la fois par réflexion dans le miroir fixe m et par transmission à travers la partie non étamée de ce miroir. Pour cela, il suffit que la ligne centrale de la lunette soit placée à la hauteur de la ligne qui sépare la partie étamée de la partie non étamée du miroir m. Sur une alidade MV, mobile autour du centre du secteur, est fixé un second miroir M, dont la direction varie avec la position de MV. Le miroir fixe m étant parallèle à MA, l'angle formé par les deux miroirs M et m est égal à l'angle compris entre le bras fixe AM et le bras mobile MV ; cet angle

se mesure, à l'aide d'un vernier, sur l'arc de cercle AVB qui est de 60° ou de $\frac{1}{6}$ de la circonférence (de là le nom de sextant).

S'il s'agit de mesurer la distance angulaire de deux astres C et D, on place le plan de l'instrument dans le plan de ces deux astres, puis on dirige la lunette vers C, en regardant à travers la partie non étamée du miroir fixe *m*; on fait ensuite tourner l'alidade MV, et par suite le miroir M qu'elle porte, jusqu'à ce que les rayons DM de cet astre, réfléchis en M et en *m*, entrent dans la lunette avec la direction *m*L ou C*m*L. L'observateur verra donc les deux astres à la fois dans le champ de la lunette; il pourra obtenir la coïncidence rigoureuse de leurs images, c'est-à-dire celle du rayon réfléchi *m*L avec le rayon direct C*m*L, en faisant tourner peu à peu le miroir M à l'aide de l'alidade MV. Dès lors l'angle des miroirs, mesuré par l'arc AV, sera la moitié de l'angle des rayons DM, C*m*.

Les marins se servent de cet instrument pour mesurer la hauteur des astres au-dessus de l'horizon de la mer. Pour cela, ils pointent la lunette (fig. 32) vers cet horizon qui apparaît comme une ligne bleuâtre très-nette, et ils amènent l'image doublement réfléchie de l'astre en coïncidence ou en contact avec cette ligne. L'angle des miroirs se trouve indiqué sur le limbe gradué de l'instrument; en le doublant on a la hauteur de l'astre au-dessus de l'horizon visuel. Cette hauteur doit être corrigée de l'effet de la dépression α de l'horizon apparent au-dessous de l'horizon réel, c'est-à-dire du plan mené par l'œil de l'observateur perpendiculairement à la verticale*. Tout autre instrument de mesure serait inapplicable en mer, à cause des oscillations continuelles du navire; la ligne de collimation quitterait à chaque instant l'objet observé. Mais le sextant n'a point de ligne de collimation; pourvu que les objets observés ne s'écartent pas trop du plan perpendiculaire aux deux miroirs (condition supposée dans le théorème d'optique), les oscillations du sextant dans ce plan ne peuvent détruire la coïncidence une fois établie des images; tout l'effet se réduit à les faire monter et descendre ensemble dans le champ de la lunette.

* Cette dépression est d'environ 4′ 10″ pour un observateur placé à 5ᵐ au-dessus du niveau de la mer; nous avons vu, dans le premier chapitre, comment elle se calcule quand on connaît le rayon du globe terrestre. Elle irait à 1° pour 1000ᵐ de hauteur.

Les problèmes principaux que les marins ont à résoudre chaque jour, en mer, peuvent à la rigueur se réduire à deux : déterminer l'heure et la hauteur du pôle; tous deux se résolvent par de simples mesures de la hauteur des astres. De là le nom de navigation *hauturière* qu'on donnait autrefois à la navigation en pleine mer, pour la distinguer du cabotage*.

Hauteur du pôle en mer. — La hauteur L du pôle s'obtient en mesurant à l'aide du sextant, la hauteur méridienne H d'un astre dont la déclinaison D est connue (par les travaux des astronomes) : car

$$H = (90^\circ - L) + D$$

d'où

$$(90^\circ - L) = H - D.$$

Il serait difficile, à bord, de s'astreindre à observer précisément dans le plan du méridien; mais la hauteur méridienne d'un astre étant aussi sa hauteur maximum, elle ne varie pas sensiblement près du méridien; le petit arc de parallèle diurne que l'astre décrit alors est parallèle à l'horizon. Il n'est donc pas nécessaire de se placer juste dans le méridien ; il suffit de suivre l'astre avec le sextant jusqu'à ce que sa hauteur cesse de croître, et de la mesurer vers ce moment-là.

Heure en mer. — On mesure la hauteur d'un astre S placé loin du méridien**, et on résout le triangle sphérique SPZ (étoile, pôle, zénith) dans lequel on connaît les trois côtés $SP = 90^\circ - D$, $PZ = 90^\circ - L$ et $ZS = 90^\circ - H$. L'angle P est l'angle horaire de l'étoile que l'on transforme en temps (à raison de 1^h pour 15°) et auquel on ajoute l'heure sidérale du passage de cet astre au méridien (heure connue par les travaux des astronomes).

Usage du sextant à terre. — L'horizon visuel n'est complétement libre qu'en mer, loin des côtes; à terre, il est masqué d'ordinaire par mille accidents de terrain. On a recours alors, pour mesurer la hauteur d'un astre, à l'*horizon artificiel* formé par la surface d'un liquide en repos (de l'eau, de l'huile, du

---

* Le cabotage consiste à aller de cap en cap, sans jamais perdre longtemps la côte de vue. C'était là toute la navigation des anciens peuples, Phéniciens, Grecs ou Romains.

** Il est aisé de voir que si l'astre observé se trouvait très-près du méridien, le triangle SPZ, où il s'agit de déterminer P, deviendrait désavantageux, et que la moindre erreur sur ZS en entraînerait une considérable sur P.

mercure... dans une petite cuvette placée à terre), et on mesure au sextant l'angle vertical compris entre l'astre et son image réfléchie sur ce miroir horizontal : cet angle est le double de la hauteur cherchée. En effet, soit HH' (fig. 33) la surface de l'horizon artificiel, SA un rayon venant de l'astre S; SAH' est la *hauteur* de l'astre S. Ce rayon est réfléchi en A, dans la direction AO qui fait avec l'horizon le même angle que le rayon incident. L'observateur placé en O verra donc l'astre 1° directement, suivant OS' parallèle à AS, 2° par réflexion suivant OA. Or, il est évident que l'horizontale O*h* partage l'angle mesuré en deux parties égales à SAH' ou à la hauteur de l'astre.

Hauteurs correspondantes. — Puisque le méridien divise symétriquement la sphère céleste, l'horizon ainsi que les parallèles diurnes des étoiles, le système des plans horaires, et celui des verticaux, il en résulte qu'aux moments où une étoile passe par des plans horaires également distants du méridien, à l'est et à l'ouest, elle doit avoir même hauteur. De plus, l'heure à laquelle cette étoile passe au méridien est évidemment au milieu des heures de ses passages par ces deux plans horaires. Donc, si on mesure la hauteur d'une étoile à l'est du méridien, en notant l'heure t de cette observation, et qu'on attende ensuite l'heure t' où elle aura, à l'ouest, précisément la même hauteur, la demi-somme de ces instants $\frac{1}{2}(t+t')$ sera l'heure de son passage au méridien. Exemple : à $8^h\ 50^m\ 0^s$ on a observé la hauteur de α de la Vierge à l'est du méridien; à $17^h\ 44^m\ 20^s,5$ cette étoile avait la même hauteur à l'ouest; on en conclut qu'elle a dû passer au méridien à $13^h\ 17^m\ 10^s,25$. Or, le chronomètre aurait dû marquer à ce moment-là (p. 59) $13^h\ 17^m\ 20^s,87$; il était donc alors en erreur de $10^s,62$. Par cette méthode, quand elle est applicable, la hauteur du pôle, la déclinaison de l'étoile et la résolution d'un triangle sphérique deviennent inutiles. Il n'est même pas nécessaire de mesurer effectivement les hauteurs de l'astre; il suffit de s'assurer qu'elles sont égales de part et d'autre du méridien*. Nous avons indiqué une méthode analogue pour trouver la direction de la méridienne.

* Quand on recherche une grande exactitude, il faut tenir compte du changement que la réfraction atmosphérique a pu subir dans l'intervalle des observations. Cette méthode est donc au fond moins simple qu'elle ne le paraît.

LIVRE DEUXIÈME.

ÉTUDE DU GLOBE TERRESTRE BASÉE SUR LES LOIS DU MOUVEMENT DIURNE.

Quelques points fixes (les *étoiles*), nous ont suffi pour reconnaître les lois du mouvement de rotation, vérifier son uniformité parfaite, et déterminer la direction de l'axe autour duquel il s'opère. Nous avons trouvé dans cette étude l'élément fondamental de la mesure précise du temps, savoir, un phénomène qui se reproduit périodiquement pour tous les habitants de la Terre, à des intervalles réguliers (*passage d'une étoile au méridien*). Enfin, un système de coordonnées sphériques parfaitement appropriées nous a fourni le moyen de rapporter, à chaque instant, la position de deux points (*pôle* et *étoile-origine*), et, par suite, celle de toute la sphère céleste, à l'horizon ou à la verticale de l'observateur.

Réciproquement, à chaque heure sidérale, c'est-à-dire à chaque position donnée de la sphère céleste, l'observateur peut y marquer le cercle de son horizon ou plutôt le point de rencontre de sa verticale (*zénith*), car il lui suffit pour cela de déterminer l'*heure* et la *hauteur du pôle*. Ici, nous touchons au principe même des applications les plus importantes. Si, *au même instant*, un second observateur placé ailleurs sur la Terre, à Paris, par exemple, détermine pareillement sur le ciel la position actuelle de sa verticale, par rapport aux deux mêmes points (pôle et étoile prise pour origine), qui ne voit qu'en rapprochant les résultats obtenus à ces deux stations différentes, on pourra tracer géométriquement sur la sphère céleste ces trois points à la fois : le pôle céleste, le zénith du premier lieu, le zénith du second lieu (Paris)? Or, sur la Terre, il y a trois points correspondants qui forment juste le même triangle sphérique, savoir, le pôle terrestre et les deux stations. Donc si nous pouvons regarder comme connus le pôle terrestre et

Paris, la position du troisième point sera déterminée; l'observateur placé là pourra résoudre le triangle, marquer sa station sur un globe ou sur une carte, reconnaître le chemin qu'il a parcouru, la direction et la longueur de celui qui lui reste à parcourir.

Ces considérations, que les chapitres suivants rendront élémentaires, nous conduisent donc à appliquer au globe terrestre le système si simple des coordonnées dont nous nous sommes servis pour la sphère céleste, et à représenter aussi les divers points de la Terre par des déclinaisons et des angles horaires, ou plutôt, par leurs distances angulaires à l'équateur terrestre et les angles dièdres de leurs méridiens.

CHAPITRE I.

COORDONNÉES GÉOGRAPHIQUES. — LONGITUDE ET LATITUDE D'UN POINT. — MÉRIDIENS. — PARALLÈLES TERRESTRES.

Coordonnées géographiques. — L'axe de ce système terrestre est naturellement la ligne des pôles; le plan fondamental est le plan de l'équateur terrestre passant par le centre de la Terre, perpendiculairement à la ligne des pôles; les plans secondaires, passant par la ligne des pôles, déterminent sur la surface du globe des grands cercles, nommés *méridiens terrestres* ou *cercles de latitude*, tous perpendiculaires à l'équateur.

Convenons de prendre pour origine le méridien qui passe par Paris, les coordonnées d'un point quelconque seront :

1° La *longitude* de ce point, c'est-à-dire l'angle dièdre compris entre son méridien et celui de Paris; cet angle dièdre est mesuré par l'arc que ces deux méridiens interceptent sur l'équateur terrestre. Les longitudes se comptent sur l'équateur de 0° à 360° en allant vers l'ouest, comme les angles horaires;

2° La *latitude* de ce point, c'est-à-dire l'arc de son méridien compris entre le point et l'équateur. Cet arc se compte à partir de l'équateur, de 0° à ±90°; les points situés sur l'hémisphère boréal ayant des latitudes positives, et ceux de l'hémisphère boréal ayant des latitudes négatives.

Évidemment, tous les points situés sur un même parallèle AA' ont même latitude, et des longitudes différentes de 0° à 360°; tous les points situés sur un même méridien ont même longitude, et des latitudes variables de 0° à $\pm 90°$.

Il ne faut pas perdre de vue qu'un méridien NOS n'est pas un cercle entier de la sphère, mais seulement un demi-cercle; l'autre moitié NES répond à une longitude différente de 180°.

On remarquera l'analogie des coordonnées célestes, angles horaires et déclinaisons, avec les coordonnées terrestres, longitudes et latitudes. Ces deux systèmes sont purement angulaires; ils laissent indéterminés le rayon de la sphère idéale à laquelle nous avons supposé que les étoiles sont fixées, ainsi que le rayon de la sphère terrestre; la position des points sera connue par les nombres de degrés contenus dans les arcs de grands cercles qui y aboutissent, mais non par les longueurs de ces arcs. Mais cela suffit pour en faire une représentation graphique, soit sur un globe, soit sur des mappemondes et des cartes générales. Plus tard nous déterminerons exactement les dimensions de notre planète, dont nous n'avons encore obtenu qu'une évaluation approchée; nous pourrons dès lors assigner une échelle, et transformer en mesures de longueur les arcs dont l'observation astronomique ne peut donner que l'amplitude angulaire.

Soient C (fig. 35) le centre d'un globe représentant la Terre; NS la ligne des pôles, autour de laquelle s'effectue son mouvement de rotation, et par suite aussi le mouvement diurne apparent des étoiles; O*b*E l'équateur terrestre dont le plan est perpendiculaire à NS; NOS, N*b*S, NES,... des méridiens, c'est-à-dire des demi-cercles perpendiculaires à l'équateur, et passant, par conséquent, par les points N et S où l'axe de rotation perce la surface. La latitude d'un point B, pris sur le méridien NOS, est l'arc B*b* compris entre ce point et l'équateur. Sa longitude est l'angle dièdre compris entre le méridien N*b*S et le méridien de Paris NOS, pris par convention comme origine; cet angle dièdre a pour mesure l'arc O*b* de l'équateur. Les deux coordonnées du point B sont donc O*b* et *b*B. Réciproquement, si on connaît les coordonnées d'un point quelconque B, on pourra inscrire ce point sur le globe, en portant sa longitude

O*b* sur l'équateur à partir du point O, origine des longitudes; on élèvera ensuite en *b* un arc perpendiculaire à l'équateur, ou, pour mieux dire, on fera passer par *b* le méridien N*b*S, et on portera de *b* vers N la latitude connue du point cherché, si cette latitude est boréale ou positive, de *b* vers S, au contraire, si elle est australe ou négative. Le point B se trouvera donc déterminé par ses deux coordonnées.

Distances des deux points du globe. — L'arc de grand cercle compris entre deux points quelconques A et B, dont on connaît les coordonnées, peut être aisément calculé par la trigonométrie sphérique; car, dans le triangle ANB, on connaît AN et BN compléments des latitudes de A et de B, et l'angle ANB = longitude du point B, ou différence des longitudes de A et de B, si le méridien NAO n'est pas pris pour origine. Pour déterminer la *longueur linéaire* de cet arc AB, c'est-à-dire la plus courte distance de A à B sur la sphère, il en faudrait connaître le rayon. Réciproquement, il suffira de mesurer la longueur linéaire de l'arc AB compris entre deux points quelconques, dont on connaît les coordonnées, pour pouvoir en conclure le rayon du globe terrestre, supposé sphérique. Mais, encore une fois, la détermination des coordonnées géographiques d'un lieu quelconque n'implique nullement la connaissance de ce rayon.

CHAPITRE II.

DÉTERMINATION DES COORDONNÉES GÉOGRAPHIQUES D'UN LIEU. — LATITUDES ET LONGITUDES TERRESTRES.

Déterminations des latitudes. — La latitude d'un lieu A (fig. 35) est l'arc AO qui mesure l'angle formé par le rayon CA, avec sa projection CO sur l'équateur; c'est aussi la hauteur angulaire du pôle céleste P sur l'horizon du lieu.

En effet, menons au point A la verticale AZ; cette verticale n'est autre chose que le rayon CA prolongé, car, en admettant que la Terre soit une sphère, toutes les verticales doivent concourir au centre. Le plan de l'horizon coupera le méridien NAO

suivant HAH' perpendiculaire à AC; la hauteur du pôle, au lieu A, sera donc l'angle PAH formé par AP, parallèle à l'axe de rotation de la Terre, et par l'horizontale méridienne AH. Cet angle doit être égal à OCA, puisque leurs côtés sont respectivement perpendiculaires. Or, nous savons déterminer astronomiquement la hauteur du pôle, en un lieu donné, par l'observation des étoiles; nous pouvons donc aussi déterminer la latitude d'un lieu quelconque, avec toute la précision des mesures astronomiques. A Paris, par exemple, la hauteur du pôle PAH est de 48°50′13″; par conséquent la latitude de Paris, c'est-à-dire l'angle ACO ou l'arc AC, est de + 48°50′13″.

Les phénomènes du mouvement diurne s'accomplissent pour nous comme si les dimensions de la Terre étaient nulles par rapport à l'énorme distance des étoiles. Le lecteur doit avoir cette idée présente à l'esprit pour bien comprendre que la distance des droites parallèles AP, ON, est insensible, et qu'elles vont percer la sphère céleste en un seul et même point, pôle de la rotation apparente de cette sphère. Nous avons toujours supposé la Terre réduite à un point placé au centre de la sphère étoilée, en laissant indéterminé le rayon de cette sphère; ici nous conservons à la Terre ses dimensions, mais nous supposons que celles de la sphère idéale des étoiles sont infinies, ce qui revient absolument au même.

Longitudes terrestres. — L'angle dièdre compris entre les méridiens de deux lieux A et B est égal à la différence des heures que l'on y compte au même instant, cette différence des heures étant d'ailleurs transformée en degrés, à raison de 15° pour 1ʰ.

En effet, supposons que l'étoile prise pour origine du jour sidéral passe à un certain moment par le méridien de A, ou, ce qui revient au même, supposons que le méridien de A vienne rencontrer cette étoile par l'effet du mouvement de rotation de la Terre : à ce moment, l'horloge sidérale de A devra marquer 0ʰ0ᵐ0ˢ. Mais le méridien du point B * n'aura pas encore passé par cette étoile; il faut, pour cela, que la Terre tourne de l'angle compris entre ces deux plans, et, quand le méridien du point B passera par l'étoile origine, quand la pendule sidérale du lieu B marquera 0ʰ 0ᵐ 0ˢ, il n'en sera plus de même au point

* Je suppose le point B situé à l'ouest du point A.

A : sa pendule marquera une heure plus avancée, en proportion de l'angle ANB, dont la Terre aura tourné dans l'intervalle.

Ainsi, l'heure marquée par la pendule du point A, à l'instant où celle du point B marque $0^h\ 0^m\ 0^s$, est la mesure de la longitude du point B, le méridien NAO étant pris pour origine, pour *premier méridien*.

Pour se faire une idée juste des longitudes et de leurs rapports avec la manière de compter le temps en chaque localité, il faut remonter aux conventions qui ont déjà été établies pour l'origine du jour et des heures sidérales. Puisque le jour sidéral commence, en un lieu donné, lorsqu'une certaine étoile passe au méridien de ce lieu, il est clair que tous les points de la Terre qui ont même méridien compteront, au même instant, la même heure, mais que les lieux situés sur des méridiens différents compteront des heures différentes au même instant. Si donc il s'agit de fixer le moment précis de quelque événement céleste ou terrestre, il ne suffit pas d'indiquer la date et l'heure; il faut encore y joindre la mention du lieu où le temps a été mesuré.

Cette différence des heures que l'on compte sur des méridiens différents est précisément le moyen dont on se sert pour déterminer les angles dièdres qu'ils comprennent, c'est-à-dire les longitudes des différents lieux de la Terre. Le problème des longitudes peut, en effet, s'énoncer ainsi : Trouver, à un instant quelconque, l'heure qu'une pendule bien réglée marque à Paris ou sur le méridien de Paris, et la comparer à l'heure du lieu où on se trouve; celle-ci se détermine aisément par une simple observation astronomique.

Toutes les questions où le mouvement diurne intervient peuvent être considérées de deux manières, soit qu'on se borne au mouvement apparent, soit qu'on veuille remonter au mouvement réel. Les raisonnements sont identiques au fond, quoique différents dans les termes. Considérons donc le problème des longitudes au point de vùe du mouvement diurne apparent. Si on divise la surface entière de la Terre en 24 méridiens également espacés, et qu'on prolonge les plans de ces cercles, passant tous par la ligne des pôles PP', jusqu'à la sphère céleste, il est clair que l'étoile prise pour origine passera successivement par tous ces plans à des intervalles

de 1^h sidérale, et qu'ainsi le jour sidéral commencera successivement pour chaque méridien. Si nous nous plaçons sur le méridien de Paris, par exemple, la pendule sidérale marquera $0^h0^m0^s$ au passage de cette étoile par le méridien; 1^h après, c'est-à-dire quand la pendule sidérale de Paris marquera 1^h, l'étoile origine passera par le deuxième plan méridien placé *à l'ouest* de celui de Paris, et faisant, avec celui-ci, un angle de 15°. De même pour le troisième méridien : quand le jour sidéral y commencera, l'horloge de Paris marquera 2^h, et ainsi de suite. Si on pouvait lire d'un seul coup les indications des horloges situées sur ces 24 méridiens, on trouverait qu'elles marquent au même instant toutes les heures de 0^h à 24^h. Or, le mouvement diurne est uniforme; il peut donc nous servir à mesurer les angles formés par ces méridiens, car à des angles égaux répondront toujours des temps égaux, des différences égales entre les heures. Tout se réduit donc, comme nous l'avons dit, pour déterminer la longitude d'un lieu donné, à connaître à la fois, au même instant, l'heure sidérale du lieu et l'heure sidérale correspondante de Paris.

Pour cela, il n'y a qu'à régler une montre à Paris, à la transporter avec soi au lieu donné et à la comparer aux horloges de ce lieu. Ou bien, il faut établir, entre ce lieu et Paris, des signaux télégraphiques instantanés qui puissent transmettre l'heure d'un lieu à l'autre.

De là deux classes de procédés pour résoudre le problème des longitudes : les chronomètres portatifs et les signaux.

Détermination des longitudes par les chronomètres. — C'est le plus simple des moyens : les marins en font un usage continuel, sous les réserves que nous indiquerons.

Le pendule, dont les oscillations sont isochrones quand elles s'exécutent dans une amplitude restreinte, ne pourrait être transporté : les chocs, les secousses, les variations brusques de direction et de vitesse, qu'il est impossible d'éviter dans les transports par terre ou par eau, altéreraient rapidement la marche des horloges à pendules. Il a fallu remplacer ceux-ci par de petits balanciers oscillant avec un isochronisme plus difficile à conserver. Cependant les bons chronomètres gardent une marche assez uniforme quand ils sont préservés de tout accident et des variations rapides de température. On les sus-

pend dans une boîte pour qu'ils conservent leur position verticale malgré le tangage et le roulis du navire.

Si un voyageur emporte avec lui un tel chronomètre bien réglé sur le temps sidéral de Paris, ce chronomètre lui donnera à chaque instant l'heure sidérale de Paris pendant tout le cours de son voyage. Pour déterminer la longitude d'un point quelconque, il suffira donc de comparer l'heure du lieu à celle de Paris. Par exemple, en un certain point, le voyageur détermine l'heure par des observations astronomiques, et trouve, par le chronomètre réglé à Paris, qu'au moment où l'heure du lieu est $2^h52^m48^s,33$, l'heure de Paris est $3^h46^m50^s,75$; il en conclura $54^m2^s,42$ pour différence des heures, et, en traduisant ce nombre en degrés, $13°30'36'',30$, pour la longitude de sa station comptée vers l'ouest, à partir du méridien de Paris*. Les observations astronomiques qui lui ont donné l'heure locale et par suite la longitude, lui auront pareillement donné la latitude; il connaîtra donc les deux coordonnées géographiques de sa station et en les transportant sur un globe (ou sur une carte), il déterminera sa position actuelle sur la Terre. Tel est le procédé que les marins emploient journellement pour chercher leur route sur l'immensité des mers; éloignés des côtes et privés de tout repère naturel, il ne leur reste que le ciel pour guide. Le transport des chronomètres est applicable sur terre et sur mer.

Télégraphie électrique.— On sait que les signaux se transmettent avec une vitesse de 30000 kilomètres par seconde. Partout où on a établi de semblables lignes télégraphiques, on peut aussi transmettre presque instantanément un signal d'une station à une autre, et en notant les heures correspondantes à ce signal, à chaque station, déterminer leurs différences de longitude par la différence de ces heures. Ce procédé, le plus parfait de tous, a été employé récemment aux États-Unis d'Amérique, sur une très-grande échelle. En France, à l'époque où furent accomplis nos immenses travaux géodésiques, on ne

* Si, au contraire, l'heure du lieu était $3^h46^m50^s,75$ et celle de Paris, au même instant, $2^h52^m48^s,33$, la différence serait $23^h5^m57^s,58$ (en ajoutant 24^h à l'heure de Paris, pour rendre la soustraction possible), et la longitude comptée vers l'ouest, de $0°$ à $360°$, serait de $346°29'23'',70$.

connaissait pas encore la télégraphie électrique; on a dû recourir aux procédés un peu moins exacts de la télégraphie ordinaire.

Signaux de feu (méthode de Cassini). — Quand on brûle en plein air, pendant la nuit, quelques onces de poudre, la vive et subite clarté qui en résulte illumine un instant le ciel et disparaît aussitôt; cette clarté peut être aperçue dans les circonstances ordinaires à 20 ou 30 lieues à la ronde. Par conséquent, pour déterminer la différence de longitude de deux points A et C séparés par le double environ de cette distance, il suffit de choisir une station B intermédiaire et d'y faire, à des moments convenus d'avance, une série de signaux de ce genre. Deux observateurs, munis de pendules astronomiques bien réglées, et placés en A et en C, observent chaque signal et notent l'heure correspondante à l'aide de leur pendule. La différence des heures traduite en degrés donnera, comme précédemment, la différence de longitude des points A et C, c'est-à-dire l'angle dièdre compris entre leurs méridiens respectifs; ou encore, l'arc que ces méridiens interceptent sur l'équateur. Évidemment si les deux stations étaient situées sur un même méridien, la différence des heures en A et C serait nulle.

Lorsque les points sont très-éloignés, un seul signal ne suffirait plus. Voici comment on lève alors la difficulté. Soit A et A‴ (fig. 36) les deux points dont il s'agit de déterminer la différence de longitude : on établit en A′ et en A″ deux stations auxiliaires, et on fait les signaux de feu d'abord en B, entre A et A′; puis en B′ entre A′ et A″; enfin en B″, entre A″ et A‴. Les observateurs placés aux points extrêmes A et A‴ sont munis de pendules et de lunettes méridiennes portatives, afin de déterminer l'heure sidérale avec une grande exactitude. Quant aux observateurs placés aux stations intermédiaires, ils emportent avec eux des chronomètres réglés de manière à marquer à peu près 86400 secondes en un jour sidéral. Il est inutile qu'ils déterminent l'heure de leur station, car ils ne servent qu'à transmettre en A‴ l'heure sidérale marquée à un instant donné par la pendule A.

On fait un signal de feu en B, et on note l'instant en A et A′. La différence δ des heures indique ce qu'il faut ajouter à l'heure du chronomètre A′ pour avoir l'heure de la pendule A. Une

minute après, on fait un signal en B', signal invisible en A, mais visible en A' et en A''; la différence δ' des heures marquées au même instant par les deux chronomètres A' et A'', indique ce qu'il faut ajouter au premier pour obtenir l'heure marquée au même instant par le second. En opérant de même pour les deux dernières stations, on obtient enfin δ'', quantité qu'il faut ajouter au chronomètre A'' pour avoir l'heure correspondante de la station A'''. Donc $A + \delta + \delta' + \delta'' = A'''$, et par suite $\delta + \delta' + \delta''$ est la différence des heures en A et A'''.

Ce procédé est inférieur au précédent. En thèse générale, plus on multiplie les opérations et les observateurs intermédiaires plus on multiplie les chances d'erreur. C'est ainsi qu'on a déterminé la différence de longitude entre Londres et Paris, entre Brest et Strasbourg, etc.... Dans peu de temps, la multiplication des télégraphes électriques permettra de déterminer les longitudes, sur l'ancien continent, avec le degré de précision qu'elles ont acquis déjà en Amérique (États-Unis).

Ces divers moyens sont inapplicables en mer ou pour des stations séparées par l'Océan*; les chronomètres eux-mêmes ne sauraient inspirer aux marins une confiance absolue : leur marche est sujette à trop de causes d'accidents, à trop de chances d'irrégularités, pour qu'on puisse y compter pendant une longue traversée. Il a donc fallu recourir à des procédés purement astronomiques pour déterminer les longitudes. Nous verrons que l'étude approfondie des mouvements de notre satellite a fourni la solution complète et générale de ce grand problème, un de ceux qui ont le plus occupé l'esprit humain.

Nous pourrions passer immédiatement à la théorie des globes et des cartes géographiques, dont la construction est basée sur les seules coordonnées sphériques des différents points de la Terre. Mais l'usage habituel de ces cartes exige qu'on en connaisse l'échelle, afin de pouvoir transformer les arcs en mesures itinéraires. Il est donc utile de procéder auparavant à l'étude de la forme et des dimensions de notre planète.

* Cependant une communication électrique vient d'être établie, à travers la Manche, entre Londres et Paris.

CHAPITRE III.

MESURE DE LA TERRE. — GÉODÉSIE. — LA TERRE EST D'ABORD SUPPOSÉE SPHÉRIQUE.

Mesure d'un arc terrestre quelconque. — Supposons qu'on veuille tracer un arc de grand cercle sur la Terre supposée sphérique : il suffira évidemment de marcher, à partir d'un point quelconque A, dans une même direction, de manière que les verticales des lieux par où l'on passe soient toutes comprises dans un même plan. Que l'on plante, par exemple, en deux points voisins A et *a* deux jalons verticaux; ces deux lignes détermineront la direction du plan qu'il s'agit de prolonger. On plantera en *a'* un troisième jalon aligné sur *a* et A; en *a''* un quatrième jalon vertical aligné sur *a'* et *a*.... Les pieds de ces jalons formeront sur le sol la trace d'un plan passant par le centre de la sphère, et si on opère dans un pays exempt d'accidents de terrain, dans une vaste plaine située à peu près au niveau de la mer, on pourra considérer cette trace comme un arc de grand cercle. Soient A et B les extrémités de cet arc. On pourra déterminer :

1° La longueur linéaire de l'arc AB par le chaînage de cette ligne, opéré à la manière des arpenteurs;

2° Les coordonnées géographiques du point A, c'est-à-dire sa latitude et sa longitude;

3° Les coordonnées géographiques du point B.

Or, dans le triangle sphérique ABN (fig. 35), où N représente le pôle du globe terrestre, on connaît par ces mesures l'arc NA et l'arc NB compléments respectifs des latitudes AO et B*b* des points A et B; on connaît de plus l'angle dièdre ANB, différence de leurs longitudes. On peut donc calculer, par les formules de la trigonométrie sphérique, la valeur angulaire ou l'*amplitude* de l'arc AB dont nous connaissons déjà la longueur linéaire. De là il est facile de déduire la longueur du cercle entier dont AB est une partie, et par suite le rayon de la Terre. Par exemple, si on trouve par la résolution du triangle ANB que l'arc $AB = 9^\circ = \frac{360^\circ}{40}$: si de plus la mesure de la longueur

de l'arc AB a donné 1 000 000 de mètres, on en conclura aussitôt $\frac{2\pi r}{40} = 1000000^m$, d'où l'on déduira la valeur de r.

Il est plus simple, en général, de prendre des points A et A' sur un même méridien (fig. 35); la direction du méridien au point A étant facile à déterminer avec exactitude, on peut la prolonger jusqu'en un point A' assez éloigné qui aura même longitude que le point A. L'amplitude de l'arc AA' ne dépend donc plus que des latitudes de A et de A', c'est-à-dire des hauteurs du pôle mesurées en ces deux points, et il est évident que l'arc AA', ou l'angle ACA' formé par les verticales des deux points, est égal à la différence des latitudes AO, A'O, ou des angles ACO et A'CO. C'est ainsi que les anciens et les modernes ont opéré pour déterminer le rayon de la Terre. Mais les mesures que les anciens nous ont léguées ne méritent point de confiance, car aucune des trois parties principales de la mesure d'un arc d'un méridien n'a jamais été traitée par eux avec exactitude. La direction du méridien n'était pas assurée par des opérations spéciales; pour éviter la mesure de la longueur linéaire de l'arc, les anciens se bornaient à choisir une route fréquentée par les voyageurs et qui fût en même temps dirigée à peu près du nord au sud; les rapports des voyageurs donnaient à peu près la distance; enfin les latitudes des extrémités étaient encore plus mal déterminées. Quand il s'agit de conclure le rayon de la Terre de la mesure d'une grandeur beaucoup moindre, on sent combien de précision il est nécessaire de donner à celle-ci; mais pour les anciens, l'état des sciences, de la navigation, de la géographie, des relations commerciales, etc., n'exigeaient point, comme aujourd'hui, la connaissance très-exacte des dimensions de notre planète.

La première mesure de la Terre, vraiment digne de ce nom, est due à la France. Picard mesura, par ordre de l'Académie, un degré du méridien compris entre Paris et Amiens, et mit en œuvre, dans ses opérations, toutes les ressources de la science et de l'art. Son travail est resté le modèle de toutes les opérations subséquentes; il a donné 57070 toises pour la longueur de l'arc d'un degré, et par conséquent $57070^T \times 360$ pour celle de la circonférence entière d'un méridien terrestre.

Triangulation géodésique. — La mesure directe d'un arc du

méridien n'étant guère praticable, à cause des irrégularités du sol et de la difficulté de suivre une même direction à travers les mille accidents du terrain, on a eu recours à des mesures indirectes, à une triangulation. Voici l'esprit de la méthode qui a été appliquée par Picard et par tous ses successeurs :

1° A droite et à gauche de la ligne méridienne AA′ qu'il s'agit de mesurer (fig. 37), on choisit une série de points ou de stations M, M′, M″... N, N′, N″,... tels que de l'un quelconque d'entre eux on puisse toujours voir les stations environnantes, et mesurer, non les côtés, mais les angles des triangles sphériques AMN, MNM′, NM′N′, etc. Ces angles se mesurent avec une grande précision à l'aide du théodolite. Le *canevas* étant ainsi formé, il suffit que l'on connaisse un des côtés de la série des triangles, pour qu'on puisse calculer aussi tôt tous les autres, depuis le premier jusqu'au dernier.

2°. On mesure donc l'un des côtés, nommé *base*, et si la série des côtés des triangles ci-dessus ne présente aucune ligne favorablement située, on choisit une plaine à peu de distance d'un des triangles, on y mesure la *base* et on relie celle-ci au canevas trigonométrique par une série de triangles auxiliaires.

3° On détermine en A la direction de la méridienne. Cette ligne va couper en K le côté MN du premier triangle; or, le triangle AKN est connu par son côté AN, par l'angle NAK et par l'angle en N; on peut donc en déduire le côté AK et l'angle en K. De même pour le triangle suivant MNM′, coupé suivant KK′ par le méridien prolongé du point A : on ne le prolonge pas en réalité sur le terrain, mais par le calcul, qui donnera de nouveau le segment linéaire KK′ et l'angle en K′. Puisque tout le réseau ou canevas est connu par la mesure d'une base et celle de tous les angles, il est évident qu'on pourra prolonger, par le calcul, la méridienne jusqu'en A′, où elle rencontre le côté du dernier triangle et en déterminer successivement tous les segments.

4° On détermine enfin les latitudes des points extrêmes, en A et en A′, par l'observation astronomique de la hauteur du pôle. La différence de ces latitudes donne, en degrés, minutes et secondes, l'amplitude AA′ de l'arc du méridien, tandis que le calcul du canevas géodésique en fournit la longueur, somme de tous les segments AK, KK′...

5° La comparaison de cette amplitude avec la longueur li-

néaire de l'arc AA' fait connaître la longueur du méridien tout entier, et par suite le rayon terrestre.

Mesure de la base. — Ce rayon est déterminé d'autant plus sûrement que l'arc mesuré est plus long; mais tout dépend aussi, en dernière analyse, de la base AM, seule ligne qui ait été réellement toisée. Il faut employer là tous les soins imaginables afin d'éviter les moindres erreurs. La mesure de la base se fait sur un terrain bien uni, jalonné à l'avance dans la direction qu'on a choisie, non pas à la simple vue, comme font les arpenteurs, mais à l'aide d'une bonne lunette, dont le réticule porte un fil vertical qui doit bissecter les images focales de tous les jalons. Les règles dont on se sert doivent avoir été soigneusement comparées avec l'étalon de mesure, la toise, par exemple, à une température déterminée. Comme tous les matériaux dont nous nous servons se dilatent et se contractent suivant la température, il faut déterminer à l'avance ces variations et mesurer la température de la règle chaque fois qu'on l'emploie, afin de tenir compte par le calcul des changements de longueur qu'elle a pu subir. Par exemple, la longueur d'une règle en laiton augmente de 0,00188 de sa longueur lorsque sa température augmente de 100°. Si donc une telle règle représente exactement une toise à 0°, elle sera $1^T,000188$ à 10° et $1^T,000376$ à 20°. Cette différence est faible, il est vrai; mais il ne faut pas oublier qu'elle doit être multipliée par 20 000 000 environ dans l'expression de la circonférence terrestre. Rien n'est plus facile que d'en tenir un compte exact.

La base est mesurée à la surface d'un continent, à une certaine hauteur au-dessus du niveau de la mer, et sur un sol qui n'est pas en général parfaitement de niveau. De là deux sources d'erreurs faciles à écarter : 1° on mesure l'inclinaison des règles à l'aide d'un niveau, et on réduit, par le calcul, la longueur de toutes ces règles, mises bout à bout sur le sol, à ce qu'elle serait sur une surface parfaitement horizontale. 2° On ramène cette base à la surface des mers, supposée prolongée par-dessous le sol du continent où on opère, en calculant (fig. 39) la petite différence qui existe entre AM et $\alpha\mu$. Pour cela, il suffit évidemment de connaître la hauteur $A\alpha$ d'un point de la base au-dessus de la mer, et d'avoir une valeur approchée du rayon terrestre.

Enfin la partie manuelle de la mesure de la base doit être réduite à sa plus simple expression, si l'on veut éviter toutes les chances d'erreurs qu'entraîne l'emploi de nos organes. Ainsi on se gardera de placer à la main, bout à bout, les règles dont on se sert. Le moindre choc pourrait les faire dévier; on les pose sur des chevalets en bois de r en r', puis de r'' en r''' (fig. 39), de manière que les extrémités r' et r'' ne se touchent pas, et on évalue ensuite, par des verniers ou à l'aide de microscopes armés de vis micrométriques, le petit intervalle qu'on laisse à dessein entre elles.

En opérant avec toutes ces précautions, la base AM sera mesurée avec exactitude et ramenée au niveau de la mer. Dès lors le canevas géodésique étant calculé avec la longueur de cette base, se trouve ramené lui-même, ainsi que la méridienne AA', à ce niveau général qu'on considère comme la surface géométrique du globe terrestre. A force de soins et de peines, on parvient à mesurer des bases de plusieurs milliers de toises à 1 ou 2 lignes près. Quant aux angles, les théodolites dont on se sert aujourd'hui les donnent avec une précision extrême, et, par une seule opération géodésique semblable à celle que nous venons de décrire, on obtient avec une grande exactitude la longueur d'un arc de plusieurs degrés.

CHAPITRE IV.

DÉTERMINATION DE LA FORME ET DES DIMENSIONS DU SPHÉROÏDE TERRESTRE.

Figure du sphéroïde terrestre. — Ce qui précède suffirait si la Terre était rigoureusement sphérique*. Mais il y a de très-fortes raisons de croire, avant tout examen direct, que telle n'est pas sa forme réelle. Si notre globe était immobile et entiè-

---

* Nous avons vu que, dans la question de la forme de la Terre, on néglige les irrégularités produites par les montagnes et les continents. La surface de la Terre est celle de la mer; celle qu'un liquide en repos et couvrant le globe tout entier prendrait de lui-même sous l'influence des forces qui agissent à

rement composé d'un liquide homogène, il est évident que la surface de ce liquide prendrait peu à peu, et conserverait indéfiniment, une forme telle que la direction de la pesanteur lui fût partout perpendiculaire. Dans les lieux où cette surface d'équilibre n'aurait pas été atteinte, les molécules voisines de la surface se mettraient en mouvement, le liquide coulerait jusqu'à ce que le niveau se fût rétabli, jusqu'à ce que cette condition fondamentale et bien connue de l'équilibre fût satisfaite.

Il en serait encore de même si la Terre était formée d'un noyau sphérique, solide et homogène, recouvert d'une couche très-mince de liquide.

Mais si au lieu de supposer la Terre immobile, nous lui restituons son mouvement de rotation diurne autour de la ligne des pôles, la forme de la surface du liquide qui la recouvre ne pourra plus rester sphérique. Tout mouvement de rotation donne, en effet, naissance à une *force centrifuge* dont il importe d'avoir une idée nette. La matière est inerte en ce qu'elle est également indifférente au repos et au mouvement. Une fois en mouvement, un corps ne saurait altérer par lui-même, et sans l'intervention d'une force étrangère, ni sa vitesse, ni sa direction. Ainsi, quand un corps se meut sous une impulsion unique, il se meut en ligne droite, avec une vitesse constante, à moins qu'une autre force, ou ce qui revient au même, une résistance quelconque ne vienne altérer la direction ou la vitesse de son mouvement. Réciproquement, dès qu'un point matériel se meut en ligne courbe ou avec une vitesse variable, on peut conclure à l'action d'une force quelconque qui vient à chaque instant modifier la tendance naturelle de ce point à continuer uniformément sa route en ligne droite.

---

la surface, à savoir, la pesanteur et la force centrifuge nées de la rotation diurne. Cela est encore vrai d'une étendue d'eau quelconque, et, par exemple, de la surface libre d'un liquide en repos contenu dans un vase. Cette surface est sensiblement une portion de celle que le globe terrestre prendrait en ce lieu, s'il était entièrement recouvert d'eau jusqu'à la hauteur du vase. Je me rappelle à ce sujet avoir lu cette remarque ingénieuse du célèbre moine Roger Bacon (*Opus majus*): Un vase à bord horizontal doit contenir d'autant moins d'eau qu'il est plus élevé au-dessus du sol, car la surface du liquide faisant alors partie d'une sphère d'un plus grand rayon, la hauteur du segment sphérique qui dépasse les bords doit être moindre. Il est inutile d'ajouter que c'est là un aperçu purement spéculatif.

Quand un corps solide tourne autour d'un axe, les points de ce corps, situés hors de l'axe de rotation, sont animés d'une certaine vitesse dont la direction change à chaque instant. Si ces points n'étaient pas retenus par leur cohésion avec les autres parties du corps, ils s'échapperaient pour suivre en ligne droite l'impulsion qui leur aurait été donnée, car il faut une force ou une résistance quelconque pour courber sans cesse leur trajectoire. Lorsque cette cohésion est faible, et que la vitesse de rotation devient de plus en plus considérable, les molécules placées à une certaine distance de l'axe de rotation n'étant plus suffisamment maintenues, cessent de faire corps avec la masse tournante : elles s'échappent avec leur vitesse actuelle et se meuvent en ligne droite, dans la direction du dernier élément du cercle qu'elles décrivaient autour de l'axe. C'est ainsi que les gouttes d'eau, déposées sur la tranche d'une meule en mouvement, jaillissent au loin dans le sens des tangentes à la circonférence, et que des portions mêmes de la meule peuvent s'en détacher, lorsque la rotation est très-rapide et qu'un défaut dans le grain de la pierre en diminue quelque part la cohésion.

La fronde est un instrument très-simple qui rend familiers ces effets de l'inertie auxquels on a donné le nom de force centrifuge. Dans la fronde, les cordons qui retiennent la pierre sont d'autant plus tendus que la pierre tourne plus vite : s'ils viennent à casser ou si l'un d'eux est lâché, la pierre continue son chemin en ligne droite, avec la vitesse dont elle était animée au moment même où elle s'est échappée; car la force (la tension des cordons) qui courbait à chaque instant sa trajectoire n'existe plus.

On fait dans les cours de physique plusieurs expériences frappantes pour montrer comment un globe, formé de matières imparfaitement rigides, change de figure sous l'influence d'un mouvement de rotation autour d'un de ses diamètres. A mesure que la rotation devient plus rapide, on voit ce globe s'aplatir de plus en plus vers les pôles et se renfler vers l'équateur*.

Il doit en être de même pour le globe terrestre dont les molécules liquides sont dépourvues de cohésion mutuelle, et ne sont retenues à la surface de la Terre que par la force de la pesanteur.

* La fabrication ancienne des verres à vitres était une application de la

Nous trouvons dans le système solaire plusieurs vérifications bien frappantes de ces lois.

Les planètes Mercure, Vénus et Mars sont petites et tournent lentement sur leurs axes; elles sont peu aplaties ou même leur défaut de sphéricité, s'il existe, est insensible pour nous. Mais quand on regarde Jupiter et Saturne, leur forme elliptique frappe aussitôt les yeux. C'est que Jupiter et Saturne sont d'énormes planètes dont la rotation diurne est 2 $\frac{1}{2}$ fois environ plus rapide que la nôtre. Pour les points situés à l'équateur de ces deux planètes, la force centrifuge doit être très-grande; il n'y a rien d'étonnant à ce qu'elle y ait déterminé un renflement considérable, pour peu que la cohésion des matériaux constitutifs n'ait pas été plus grande, à l'origine, sur ces planètes que sur la Terre même. Puisque la Terre tourne sur son axe en 24 heures, elle doit donc être aplatie vers les pôles comme Jupiter et Saturne; mais, à cause de ses petites dimensions et de la lenteur de son mouvement de rotation, sa forme doit différer peu d'une sphère, comme cela a lieu pour Mercure, Vénus et Mars. La théorie mathématique du mouvement de rotation de la Terre montre que la surface doit être sensiblement celle d'un ellipsoïde de révolution autour de l'axe polaire, et que son aplatissement, c'est-à-dire la différence entre le rayon équatorial et le rayon polaire, doit être compris entre $\frac{1}{230}$ et $\frac{1}{578}$ du rayon équatorial.

La vérification de ce résultat de l'analyse se déduit, comme nous allons le voir, des mesures géodésiques qui ont été exécutées en divers lieux, précisément pour le contrôler. Elle doit être considérée comme une des preuves les plus fortes qu'on puisse citer à l'appui du mouvement de rotation de notre globe, et, il est bon de le remarquer, ici, la théorie de Newton et d'Huyghens n'a pas suivi l'observation des faits, mais elle les a devancés et fermement annoncés.

On connaissait pourtant, dès 1672, un fait capital qui a dû

force centrifuge. L'ouvrier enlevait au bout de la *canne* une masse de verre fondu et y soufflait un globe. Ce globe étant coupé ensuite suivant un grand cercle, il ramollissait au feu la partie fixée à la canne, tout en imprimant à celle-ci une rotation rapide; la demi-sphère de verre, obéissant alors à l'action de la force centrifuge, finissait par s'aplatir complétement, sauf un œil qui restait vers le centre.

indiquer à ces illustres géomètres l'aplatissement du globe terrestre. Ce fait, c'est la diminution que la pesanteur éprouve à mesure qu'on se rapproche de l'équateur. Il avait été également prévu, comme une conséquence forcée du mouvement de rotation de la Terre. La force centrifuge déterminée par ce mouvement de rotation, devait, en effet, atteindre son maximum à l'équateur, où la vitesse linéaire est la plus grande, et comme elle est là diamétralement opposée à la pesanteur, on en avait conclu :

« Que, supposé le mouvement de la Terre, les poids devraient « descendre avec moins de force sous l'équateur que sous les « pôles*. »

L'académicien français Richer, envoyé par Louis XIV à Cayenne, près de l'équateur, pour vérifier les tables du Soleil de Cassini, étudier les réfractions atmosphériques, *etc.*, se chargea de vérifier le fait. Il trouva : 1° que son horloge astronomique, réglée à Paris, retardait à Cayenne de 2 minutes par jour : il fallut en raccourcir le pendule ; 2° que le pendule simple, dont la longueur avait été trouvée à Paris de 3 pieds 8 lignes $\frac{3}{5}$, était plus court de 1 ligne $\frac{1}{4}$ à Cayenne. C'était la première démonstration expérimentale du mouvement de rotation diurne de la Terre. On trouvera peut-être ces différences bien petites pour être bien démonstratives : ce serait une erreur, car elles sont cent fois plus grandes que les quantités dont on peut se tromper en pareille matière.

Si la Terre n'est pas une sphère parfaite, mais bien un sphéroïde aplati, la propriété fondamentale de la sphère disparait, les normales à la surface ne concourent plus en un même point. La surface des eaux tranquilles dessine encore partout la figure de notre globe, et partout la direction de la pesanteur ou la verticale reste perpendiculaire à la surface ; mais ces verticales ne sont plus des rayons, elles ne passent point par le centre de l'ellipsoïde.

En supposant que le globe terrestre soit homogène, ou du moins formé de couches, homogènes dans toute leur étendue, mais variant de densité de l'une à l'autre, suivant une loi quelconque, on démontre, avons-nous dit, que, sous l'influence

---

* Picard, *Mesure de la Terre*, 1671.

de la gravité ou de la force centrifuge née de la rotation, il doit prendre, en général, la forme d'un ellipsoïde de révolution, légèrement aplati vers les pôles*. Dans un tel globe, les plans méridiens passant par l'axe doivent couper la surface suivant des ellipses toutes égales entre elles, et ayant pour petit axe commun la ligne des pôles. Si telle est, en réalité, la forme du globe terrestre, les procédés qui ont été indiqués plus haut pour en déterminer le rayon, dans l'hypothèse de la sphéricité parfaite, doivent subir quelques modifications; il importe avant tout de se faire une idée juste de ce qu'on doit entendre alors par la mesure d'un arc du méridien, désormais considéré comme une ellipse dont il faut déterminer à la fois et la forme et les dimensions.

D'abord remarquons que la latitude astronomiquement déterminée d'un point A, situé sur le méridien NAE, est toujours l'angle compris entre la verticale AK et sa projection KE sur l'équateur; seulement cette verticale, perpendiculaire en A à la surface de la Terre, ne passe plus par le centre C. Si on avance de point A vers E, jusqu'à ce que la latitude ait changé de 1°, c'est-à-dire jusqu'à ce qu'on rencontre une nouvelle verticale aV faisant un angle de 1° avec la précédente, l'arc elliptique Aa pourra être confondu, sans erreur sensible, avec l'arc de cercle décrit du point V comme centre, avec VA ou Va comme rayon; la courbure de cet arc d'ellipse est la même que celle de l'arc de cercle correspondant, et l'une peut être, en effet, prise pour l'autre, en toute rigueur, lorsque l'angle des deux normales est, non pas de 1°, mais infiniment petit. Or, du point P au point E, la courbure de l'ellipse change évidemment; les petits arcs Pp, Ee doivent être assimilés à des arcs pris sur des cercles de rayons différents. Si on part du point P pour rencontrer une verticale pV, faisant encore avec la première un angle de 1°, il est évident qu'on devra faire plus de chemin qu'en partant du point E, et que les deux premières verticales

* On suppose en outre que la cohésion des parties n'a pas été assez grande, à l'origine, pour empêcher les molécules du sphéroïde de prendre la disposition la plus favorable à l'équilibre. Cette hypothèse est complétement d'accord avec ce que la géologie nous enseigne sur l'état primitif de fluidité ignée de notre planète.

auront leur point de concours U plus éloigné que les verticales Es et eS dont l'angle est encore pourtant de 1°.

Il suit de là qu'il suffit de mesurer la longueur d'un arc de 1° d'amplitude, en diverses régions d'un même méridien, pour s'assurer du sens dans lequel varie sa courbure, et même pour en déterminer les dimensions, car la géométrie fournit des relations plus ou moins simples entre ces diverses longueurs et les deux axes de l'ellipse.

C'est en se fondant sur ces considérations que les académiciens français obtinrent, en 1683, des ordres du roi pour continuer la méridienne de Paris à Amiens, au sud et au nord, jusqu'à l'Océan et la Méditerranée. Ce travail, interrompu par la mort de Colbert, fut repris sur une plus grande échelle, en 1734, sous les auspices du cardinal Fleury. Godin, La Condamine et Bouguer allèrent mesurer un degré du méridien au Pérou, près de l'équateur; tandis que Maupertuis, Clairaut, Camus, Le Monnier et Outhier, partirent pour la Laponie, afin d'y exécuter une mesure pareille.

Voici les résultats de cette triple opération, un des plus grands services que la France ait rendus aux sciences:

Longueur de l'arc de 1° :	au Pérou..	56 750	toises.
»	en France.	57 070	»
»	en Laponie	57 422	»

Ces arcs allaient en croissant de l'équateur au pôle; il était donc démontré que la Terre est aplatie vers les pôles et renflée vers l'équateur; la conjecture des géomètres, basée sur le mouvement de rotation de la Terre, était vérifiée, et une seconde preuve matérielle de ce mouvement était acquise désormais.

Les mesures exécutées, depuis cette époque mémorable, par les Français, les Anglais, les Russes, les Allemands, en d'autres contrées du globe, ont confirmé ces résultats dans ce qu'ils ont d'essentiel.

Axes de l'ellipse méridienne et aplatissement. — Il reste à montrer comment on peut déduire de deux de ces mesures les axes de l'ellipse méridienne du sphéroïde terrestre. Soit D la longueur d'un arc de 1° mesuré près du pôle; le rayon de courbure ρ du méridien au sommet du petit axe sera donné très-approximativement par la relation $2\pi\rho = D \times 360$; de

même, si la longueur d'un arc de 1° pris à l'équateur est D', le rayon de courbure ρ' au sommet du grand axe de l'ellipse méridienne sera donné par $2\pi\rho' = D' \times 360$. Ces deux mesures feront donc connaître ρ et ρ', et par suite les deux demi-axes b et a de l'ellipse. En effet, on démontre aisément, par les éléments de la géométrie analytique, que $\rho = \frac{a^2}{b}$ et $\rho' = \frac{b^2}{a}$; de ces deux relations on tire $b^3 = \rho'^2 \rho$, $a^3 = \rho^2 \rho'$.

Ce que l'on nomme *aplatissement*, c'est le rapport $\frac{a-b}{a}$. La mesure intermédiaire, exécutée en France, pouvait servir de vérification, car l'analyse donne le moyen de calculer le rayon de courbure, non plus aux sommets seulement, mais en un point quelconque d'une ellipse dont les deux axes sont connus. Si le méridien était réellement elliptique, ce rayon de courbure devait s'accorder avec celui qui résultait de la mesure d'un degré en France. Des calculs de ce genre, basés sur de nombreuses mesures encore plus précises, dont nous allons parler, ont montré que, si la Terre n'est pas rigoureusement un ellipsoïde de révolution, la différence est du moins à peine sensible, et que l'hypothèse elliptique présente l'accord le plus satisfaisant avec les faits.

Il n'est peut-être pas inutile d'indiquer ici l'origine des controverses qui se sont élevées à ce sujet, pendant une grande partie du XVIIIe siècle. Quelques erreurs de mesure, dans la portion du méridien qui traverse la France, avaient fait croire à Cassini que la longueur des arcs de 1° allait en *diminuant* vers le nord. Il en concluait que la Terre était un sphéroïde *allongé* vers les pôles. Les géomètres n'en persistèrent pas moins à soutenir les conclusions qu'ils avaient théoriquement déduites du mouvement de rotation de la Terre. Les mesures faites en France n'étaient pas décisives; la différence d'un degré à l'autre étant très-petite, lorsque ces arcs se succèdent, cette différence pouvait être altérée et même intervertie par des erreurs de mesure. Pour lever la difficulté, il fallait choisir des arcs de 1° aussi éloignés que possible, l'un vers l'équateur, l'autre vers les pôles. Nous avons vu comment ces opérations ont tranché la question en faveur de l'aplatissement vers les pôles. D'autres personnes, par exemple le célèbre écrivain

Bernardin de Saint-Pierre, ont soutenu que la Terre est un globe allongé vers les pôles en vertu du sophisme suivant : le degré le plus long correspond au plus long rayon; donc le demi-diamètre de la Terre est plus long au pôle qu'à l'équateur. Ces personnes (non géomètres) croyaient que les normales concourent au centre dans l'ellipsoïde comme dans la sphère.

CHAPITRE V.

SYSTÈME MÉTRIQUE. — VALEURS DÉFINITIVES DES ÉLÉMENTS DU SPHÉROÏDE TERRESTRE. — EFFETS DE LA FORCE CENTRIFUGE.

Longueur du mètre. — Lorsqu'on résolut en France de réformer le système entier des poids et mesures, et de prendre pour unité fondamentale la dix-millionième partie du quart du méridien, on sentit qu'il était nécessaire de déterminer cette longueur avec une précision extrême et de recommencer avant tout, avec les ressources nouvelles que l'art mettait à la disposition des astronomes, la mesure de l'arc entier du méridien qui traverse la France, de Dunkerque à Barcelone. Delambre et Méchain conduisirent à bonne fin cette immense opération. Afin de ne point imprimer un caractère trop exclusivement français à une institution que des esprits élevés espéraient rendre universelle, toutes les nations furent appelées à y concourir et à se faire représenter, par leurs savants, dans le sein de la commission chargée d'opérer cette grande réforme. Le système métrique fut ainsi légalement constitué en 1799. La nouvelle mesure de l'arc du méridien qui traverse la France, combinée avec celles du Pérou et de la Laponie, avait donné 5 130 740 toises pour la longueur du quart du méridien, et $\frac{1}{334}$ pour la valeur de l'aplatissement. Le mètre fut donc fixé à $0^{T},5130740 = 3^{pi}\,11^{l},296$.

Éléments de l'elliptoïde terrestre. — Depuis cette époque, de nouvelles mesures ont été exécutées en Angleterre, en Russie, en Allemagne et dans les Indes; celle de France a été prolongée, par MM. Biot et Arago, jusqu'à Formentera, une des îles Baléares. En combinant tous ces travaux, on a pu détermi-

ner avec plus de précision la forme et les dimensions de la Terre. Voici les résultats les plus exacts que l'on possède aujourd'hui sur cette matière. Ils ont été déduits en 1841, par Bessel, célèbre astronome allemand, de l'ensemble de toutes les mesures, et ils se trouvent parfaitement confirmés par les calculs de M. Airy, directeur actuel de l'Observatoire anglais de Greenwich.

Demi-axe équatorial................ $a = 327\,2077$ toises.
Demi-axe polaire.................. $b = 326\,1139$ »

Aplatissement $\frac{a-b}{a} = \frac{1}{299}$ avec une incertitude de 5 unités environ au dénominateur.

La longueur du quart du méridien est 5 131 180 toises avec une incertitude de ± 256 toises *.

La commission des poids et mesures a donc adopté une valeur trop faible de 440 toises; mais c'est à peine si on peut taxer d'erreur cette légère différence, puisque le résultat définitif n'est lui-même certain qu'à 256 toises près.

Voici les mêmes éléments exprimés en mètres :

$$a = 6\,377\,398^{m}, \quad b = 6\,356\,080^{m},$$

Quart de l'équateur 10 017 594 .
Quart du méridien 10 000 856^{m}.

La longueur de la circonférence entière de la Terre est connue à 2000 mètres près. La différence entre l'ellipse méridienne et le cercle équatorial est de 67 kilomètres.

La surface de la Terre est de 509 950 820 kilomètres carrés ou 50995 millions d'hectares.

Son volume est de 1 082 841 millions de kilomètres cubes. On a tenu compte de l'aplatissement de $\frac{1}{299}$ dans ces calculs.

Il est bon de se représenter matériellement l'effet d'un aplatissement de $\frac{1}{299}$ sur le sphéroïde terrestre. Si on le représente par un globe de 299 millimètres de rayon à l'équateur, ce globe devra avoir 298 millimètres de rayon aux pôles, différence complétement insensible à la vue simple. Nous pourrons considérer la Terre comme une sphère parfaite dans presque tous

* La toise est ici la longueur d'un certain étalon en fer, prise à 16° ⅕. C'est cet étalon qui a servi à la mesure du Pérou.

les cas, et nous en tenir à l'évaluation légale du quart du méridien = 10 000 000 mètres; d'où $r = 6366$ kilomètres.

Mais quand les astronomes prennent le rayon de la Terre pour unité de longueur, il s'agit du rayon équatorial déterminé avec toute l'exactitude possible, et ce rayon équatorial est de 6 377 398 mètres.

Force centrifuge. — La vitesse de la rotation varie d'un point à l'autre d'un même méridien : nulle au pôle, elle atteint son maximum à l'équateur. Là, d'après les mesures précédentes, un point parcourt en 24 heures sidérales ou en 86 400 secondes, une circonférence de 40 000 000 mètres. La vitesse d'un point de l'équateur est donc de 463 mètres par seconde. Sur d'autres parallèles, cette vitesse est moindre; elle a pour expression $463^{m} \times \cos L$ par seconde, L étant la latitude du lieu considéré. En effet, le rayon du parallèle décrit par le point A (fig. 35) est AD, perpendiculaire à l'axe de rotation CP, et ce rayon est égal à

$$CO \times \sin ACD = CO \times \cos L.$$

La force centrifuge qui naît du mouvement de rotation est dirigée dans le sens du rayon DA du parallèle décrit par le point considéré A : elle n'est donc pas dirigée dans le sens de la pesanteur qui serait celui du rayon AC, dans l'hypothèse de la sphéricité parfaite. Partout, sauf au pôle, la force centrifuge se combine avec la pesanteur, et la résultante des deux forces se trouve ainsi avoir une direction un peu différente de celle de la pesanteur prise à part. A l'équateur seulement, où la pesanteur est diminuée de $\frac{1}{289}$ par la force centrifuge, la direction de la première n'est point altérée. Si la Terre cessait de tourner, la force centrifuge disparaîtrait aussitôt, les verticales de chaque lieu (sauf à l'équateur et aux pôles) changeraient un peu de direction, l'intensité de la pesanteur serait modifiée. Il en résulterait pour les mers une surface d'équilibre ou de niveau un peu différente; les continents seraient submergés en partie et le fond des mers en partie mis à sec. Réciproquement, puisque la figure actuelle de la Terre dépend à la fois de l'attraction mutuelle de toutes ses parties et de son mouvement de rotation diurne, on conçoit que l'étude de cette surface a pu conduire à la démonstration la plus complète de l'existence du mouvement de rotation. Une autre étude, celle de l'intensité

variable de la pesanteur, à l'aide des oscillations du pendule, a donné des résultats identiques, en montrant que cette intensité varie en chaque point suivant sa distance au centre, et suivant la force centrifuge en ce point. Aucune vérité ne se trouve mieux établie aujourd'hui dans les sciences d'observation et de calcul*.

On démontre aisément que la force centrifuge, en un point donné, est proportionnelle au carré de la vitesse de rotation de ce point. Or elle est actuellement, à l'équateur, égale à $\frac{1}{289}$ de l'intensité de la pesanteur. Si donc le mouvement de rotation de la Terre devenait 17 fois plus rapide, la force centrifuge, à l'équateur, deviendrait $17^2 = 289$ fois plus grande; elle ferait donc équilibre à la pesanteur. Le poids des corps serait supprimé dans les régions équatoriales, tandis qu'il subsisterait en entier aux pôles.

La force centrifuge peut être également calculée pour les corps situés à la surface de Jupiter et de Saturne. Le mouvement de rotation y est beaucoup plus rapide, et les cercles décrits par les points des régions équatoriales beaucoup plus grands. Par ces deux raisons, la force centrifuge y possède une bien plus grande intensité, et il en est résulté, pour ces deux planètes, des aplatissements de $\frac{1}{17}$ et de $\frac{1}{14}$ bien autrement considérables que celui de notre globe; aussi la forme aplatie de leurs disques frappe-t-elle l'observateur même non prévenu.

CHAPITRE VI.

APPLICATION A LA GÉOGRAPHIE GÉNÉRALE. — MAPPEMONDES; PROJECTION ORTHOGRAPHIQUE ET STÉRÉOGRAPHIQUE.

Représentation graphique de la terre. — Dans ce chapitre nous supposerons à la Terre une forme rigoureusement sphé-

* On ne saurait oublier de rappeler ici, parmi les preuves expérimentales de la rotation de la Terre, la déviation vers l'est des corps qui tombent, et surtout la belle expérience que M. L. Foucault a récemment instituée à l'aide du pendule filaire; mais leur exposition sort du cadre de cet ouvrage.

rique. Il sera facile plus tard de tenir compte de son aplatissement réel, dans les travaux géographiques où cette recherche d'exactitude peut être utile.

Nous avons vu déjà comment on peut rapporter sur un globe les divers points de la surface terrestre, quand on connaît les coordonnées géographiques de ces points. Il s'agit maintenant de représenter cette surface à l'aide de dessins exécutés sur un plan ou de cartes planes. C'est là un problème de géométrie descriptive qui se résout à l'aide des méthodes ordinaires de cette science, soit par des *projections*, soit par des *développements*.

On distingue les cartes géographiques en *mappemondes*, où les deux hémisphères sont représentés en entier, et en cartes particulières destinées à figurer certaines contrées seulement. Nous nous occuperons d'abord des mappemondes.

Projection orthographique. — C'est le système où chaque point se trouve représenté, sur un plan, par le pied de la perpendiculaire menée au plan par ce point. On choisit ordinairement pour plan de projection soit le plan de l'équateur, soit celui d'un méridien quelconque. Examinons le genre de transformation que les coordonnées sphériques (longitude et latitude) d'un point subissent dans l'un et l'autre cas. Si le plan de projection est l'équateur, le pôle se projettera au centre de la carte et les méridiens seront représentés par des droites qui divergeront de ce centre. Les parallèles se projetteront suivant des cercles concentriques entre eux et avec l'équateur. Si l'on prend au contraire un méridien pour plan de projection (fig. 41), les autres méridiens se projetteront suivant des ellipses ayant toutes pour axe commun la ligne des pôles NS, et les parallèles deviendront des droites perpendiculaires à cette ligne. L'équateur lui-même sera le diamètre OE, perpendiculaire à la ligne des pôles. Il est facile de tracer un réseau complet de méridiens et de parallèles dans un tel système, de manière à pouvoir y lire, d'un coup d'œil, les coordonnées géographiques d'un point inscrit sur la carte. On divisera en degrés, ou de 10 en 10°, le cercle du méridien pris pour plan de projection, en partant des points O et E appartenant à l'équateur. Cette première division donnera l'échelle des latitudes, et par tous ses points on mènera, à NS, des perpendiculaires qui représenteront les parallèles. Quant à la graduation de l'équateur, sur lequel se comptent les longi-

tudes, remarquons que ce cercle se projette suivant la ligne OE, et que ce diamètre peut être ainsi considéré comme la projection du demi-cercle ONE. En abaissant donc, de tous les points de division de ce dernier demi-cercle, des perpendiculaires sur OE, les pieds de ces perpendiculaires pourront être considérés comme les projections des divisions tracées sur l'équateur. On construira ensuite une série d'ellipses ayant toutes NS pour grand axe et passant par les divisions de l'équateur. Ce seront les méridiens projetés. La carte sera donc divisée en un réseau où l'on pourra inscrire à vue les points de la surface terrestre par leurs longitudes et leurs latitudes.

Il est inutile d'ajouter qu'il faudra une figure de ce genre pour chaque hémisphère. Dans cette mappemonde, les régions centrales sont représentées en vraie grandeur; mais plus on s'approche des bords, et plus les contours sont déformés et les espaces rétrécis. Aux bords mêmes, les petits espaces sont réduits par projection à de simples traits.

A cause de ces défauts, la projection orthographique n'est guère employée. Il était impossible cependant de la passer sous silence, car c'est sous l'aspect d'une mappemonde construite dans ce mode de projection que la surface des astres nous apparait. Le disque de la Lune est en effet, pour nous, une vraie carte de ce genre : les rayons visuels passant par les divers points de la surface peuvent être considérés, à cause de la grande distance de l'astre, comme parallèles entre eux et perpendiculaires au plan du cercle qui forme le contour extérieur. La Lune est couverte de cratères et de *cirques* (enceintes circulaires formées de hautes montagnes, fig. 101); ces cirques ne sont nullement déformés dans les régions centrales; plus loin, ils paraissent elliptiques, et près des bords ils se réduisent presque à de simples saillies linéaires. Les cartes de la Lune sont construites dans le système orthogonal.

Nous avons vu comment on peut lire *à vue*, à l'aide du réseau des parallèles et des méridiens, les coordonnées géographiques d'un point tracé sur la mappemonde : c'est un problème de géométrie descriptive élémentaire que de déterminer ces coordonnées par une construction rigoureuse.

Projection stéréographique. — C'est à proprement parler une *perspective* de l'hémisphère qu'il s'agit de représenter. Le

plan du tableau est la base même de cet hémisphère, et l'œil du spectateur est supposé placé à l'extrémité du diamètre de la sphère perpendiculaire au plan du tableau. Ce diamètre prend le nom d'axe optique. Les lignes projetantes sont ici des droites qui aboutissent à l'œil dont la place vient d'être définie; leurs intersections avec le plan du tableau forment la représentation ou la perspective des contours de la surface.

Voici les propriétés fondamentales de ce système de projection.

1° Les cercles de la sphère ont pour projection des cercles, sauf ceux dont le plan passe par l'axe optique; ceux-là sont représentés par des droites.

2° Les angles ne sont point altérés par ce mode de projection; deux lignes qui se coupent sur la sphère sous un certain angle, se coupent sous le même angle sur la projection. De là il résulte :

3° que les figures infiniment petites tracées sur la sphère sont représentées par des figures semblables sur la mappemonde. Cela reste encore sensiblement vrai quand les figures sont petites. On trouvera dans les notes placées à la fin de cet ouvrage la démonstration fort simple de ces propriétés.

On choisit d'ordinaire un méridien NESO pour plan du tableau (fig. 42); le point de vue est situé à l'extrémité V du rayon CV. Si on imagine sur la sphère un canevas de méridiens et de parallèles équidistants, ces cercles auront d'autres cercles pour perspectives sur le plan NESO. C'est ce canevas qu'il s'agit d'abord de construire. Pour cela, soit encore NESO le cercle du méridien pris pour plan de projection (fig. 43); N et S étant les deux pôles, tous les autres méridiens seront des arcs de cercle passant par N et S et coupant le cercle NESO sous des angles égaux à ceux qu'ils forment en réalité avec lui sur la sphère. Quant à l'équateur, il sera représenté par OCE perpendiculaire à NS. Proposons-nous de tracer le méridien qui fait un angle de 40° avec le méridien NESO. D'abord NS sera une corde du cercle qu'il s'agit de tracer; par conséquent le centre se trouvera quelque part sur la ligne OE prolongée au besoin. En second lieu, l'angle formé par le cercle inconnu avec NESO devra être de 40°. Menons donc une ligne NT faisant, avec la tangente en N au cercle NESO, un an-

gle de 40°; évidemment le cercle cherché devra être tangent à NT au point N. Il suffira donc de mener à NT la perpendiculaire Nt et le point t sera le centre cherché. Enfin, du point t comme centre, et avec Nt pour rayon, on décrira l'arc NKS qui sera le méridien cherché. Si on prend le point O comme origine des longitudes comptées sur l'équateur, on devra marquer 0° en O et 40° en K, puis 180° en E. Quant aux autres méridiens de 10°, de 20°...., on mènera par le point N une série de droites, faisant des angles de 10°, 20°.... avec le cercle NESO, ou avec la tangente en N, et les perpendiculaires, telles que Nt, menées à toutes ces tangentes, donneront les centres des arcs de cercles, projections de ces méridiens.

Les parallèles se tracent d'après les mêmes principes. Divisons l'arc ON et l'arc EN en degrés de latitude, de 0° à 90° et de 10° en 10°, par exemple; les parallèles de 10°, de 20°.... seront des cercles passant par les divisions de même dénomination sur ON et EN; ils auront donc leurs centres sur le prolongement de CN. De plus, ces parallèles coupent tous les méridiens à angles droits. Les angles n'étant point altérés par la projection stéréographique, il devra en être de même sur la mappemonde. Donc, pour tracer le parallèle de 60° de latitude, on mènera une tangente à l'arc ON au point de 60°, et le point p où cette tangente rencontrera CN sera le centre de la projection cherchée. Du point p comme centre, avec cette tangente comme rayon, décrivez un arc de cercle, et vous aurez tracé sur la carte le 60ᵉ parallèle. De même pour les autres.

Le réseau des méridiens et des parallèles étant ainsi construit, on y inscrira aisément à vue les points dont les coordonnées géographiques sont connues, et réciproquement on lira à vue les coordonnées des points inscrits sur une carte. Il y a aussi des méthodes graphiques rigoureuses pour déterminer exactement ces points, lorsqu'ils ne tombent pas juste sur les lignes du canevas.

On a l'habitude de prendre, pour plan du tableau, le méridien qui divise la sphère en *ancien* et *nouveau monde;* dès lors le 0° des longitudes étant toujours au méridien de Paris, il ne tombe plus au point O comme dans la figure précédente. On choisit quelquefois pour tableau un plan central qui n'est ni un méridien ni l'équateur. Telle est la petite mappemonde de la

figure 45, où on s'est proposé de faire ressortir la distribution inégale des terres et des mers. On y a choisi pour tableau le grand cercle de la sphère qui laisse presque toutes les terres d'un côté et presque toutes les mers de l'autre*.

Dans les mappemondes ordinaires, construites d'après la projection stéréographique, les régions sont dilatées outre mesure sur les bords et rétrécies vers le centre. La figure 42 montre en effet que dans ce système une petite ligne nn', placée vers le milieu, a pour projection vv' qui en est la moitié; tandis qu'une autre petite ligne Ee, placée au bord, a pour projection une ligne égale $E\varepsilon$. Les surfaces des petits espaces dessinés vers le milieu sont donc réduits au quart, tandis que les espaces placés très-près des bords conservent leur grandeur véritable. (Notons en passant que la surface de la mappemonde est la moitié de la surface de l'hémisphère qu'elle représente et dont elle est la base.) Ce défaut des projections stéréographiques est, comme on voit, l'inverse du défaut des projections orthographiques. La Hire, astronome français, en avait conclu qu'on pourrait trouver un système intermédiaire où ces deux défauts se compenseraient en grande partie; mais dans le système de La Hire, les cercles de la sphère sont en général représentés par des ellipses, ce qui est un désavantage.

Cartes particulières; développement d'une partie de la surface de la sphère. — La sphère n'est point une surface développable; elle peut être assimilée, comme on fait dans les éléments de géométrie, à la surface engendrée par un polygone régulier inscrit ou circonscrit au cercle et tournant autour d'un de ses diamètres; elle devient ainsi un assemblage de troncs de cônes ou de cylindres développables. Mais le développement de ces éléments superficiels ne peut s'opérer sans déchirure; il est nécessairement discontinu, quelque petits que l'on suppose les côtés du polygone générateur. Cependant on peut toujours assimiler une portion restreinte de la surface de notre planète à une surface développable circonscrite, et développer ensuite sur un plan la partie commune aux deux surfaces. L'erreur

* Il y a environ trois fois plus d'eau que de terre ferme à la surface de notre planète. Le rapport exact de la surface des mers à celle des terres est, d'après M. de Humboldt, celui de 1 à $2\frac{4}{5}$.

ainsi commise sera d'autant moins sensible, que la région dont il s'agit de faire la carte sera moins étendue dans le sens perpendiculaire au cercle de contact. Par exemple, les contrées équatoriales peuvent être censées tracées sur un cylindre circonscrit à la sphère tout du long de l'équateur; le développement de ce cylindre fournira une carte fort exacte des régions équatoriales.

Pour la carte de France on a adopté le système suivant : qu'on imagine un cône circonscrit à la sphère suivant le parallèle moyen MM′ (fig. 46) de la France (le parallèle du 45e degré); supposons encore que le méridien moyen soit NS. Développons l'arc de ce méridien sur la génératrice PM, c'est-à-dire portons sur MP, à partir du point M, des longueurs MA, MA′... égales aux arcs de 1°, de 2°,... et par ces points A, A′... B, B′... traçons sur le cône des cercles parallèles dont le plan sera perpendiculaire à l'axe commun du cône et de la Terre. Tant qu'on ne s'écartera pas trop du parallèle de contact, on pourra supposer que les parallèles tracés sur le cône sont identiques à ceux de la sphère, et que les contours ou les points de la France sont tracés sur la surface même du cône. En développant ce cône sur un plan tangent le long de l'arête PM, le méridien moyen se trouvera représenté par la droite *pm*, et les parallèles AA, A′A′,... BB, B′B′... par des cercles concentriques, décrits du point *p* comme centre, avec des rayons égaux à PA, PA′, PB, PB′, etc. Si les autres méridiens étaient représentés, comme MM′, par les génératrices tangentes du cône enveloppant, on retomberait sur les cartes *en forme de manteau* de Ptolémée, c'est-à-dire sur le développement conique ordinaire, et les bords seraient un peu altérés, parce que les parallèles tracés sur le cône sont sensiblement plus grands que les parallèles de la sphère. Voici la construction à laquelle on s'est arrêté afin de remédier à ce défaut. Pour reproduire le méridien sphérique KK′, on porte sur les parallèles de la carte les longueurs *ak*, *b′k′* égales aux arcs de même nom *sur la sphère*, et on joint par un trait continu la suite des points K, K′... Si, au lieu de prendre les arcs de parallèle sphérique, on employait les arcs tracés sur le cône, la ligne KK′ et tous les méridiens seraient des droites aboutissant en *p* : mais ici la ligne KK′ se trouve être une courbe qui jouit évidemment de la propriété d'être perpendiculaire au parallèle

moyen, et presque perpendiculaire aux autres parallèles (dans l'étendue de la France). Il suit de là que les contours sont très-peu altérés, même sur les bords de la carte. Quant aux surfaces, elles sont fidèlement reproduites.

Une pareille carte est un véritable système de coordonnées courbes que l'on peut soumettre au calcul, et où l'on tient compte, si l'on veut, de l'aplatissement du globe terrestre.

La carte de France est le plus beau travail géographique qui ait jamais été exécuté. Elle est due aux travaux des ingénieurs géographes et des officiers d'état-major. Outre la mesure de la méridienne de Paris, qui a été faite de nouveau, avec une grande recherche de précision, par Delambre et Méchain, le ministère de la guerre a fait mesurer, par les procédés de triangulation que nous avons décrits, 3 autres arcs de méridien et 6 arcs de parallèles régulièrement espacés sur le territoire français. Les grands triangles géodésiques (triangles de 1er ordre) qui ont formé le canevas de ces mesures avaient 5, 10 et même 15 lieues de côté. Puis on a complété le réseau en insérant dans les espaces intermédiaires des triangles plus petits (du 2e ordre), afin de rattacher avec exactitude tous les points principaux du territoire au canevas des grandes mesures. Enfin les géomètres du cadastre appuient leurs triangles du 3e ordre sur les précédents, de manière à faire rentrer tous les détails dans cet immense ensemble. Le calcul de ces mesures a donné les longitudes et les latitudes de tous les points principaux, et de plus leurs *altitudes*, c'est-à-dire leurs hauteurs au-dessus du niveau moyen des mers. Enfin ces points ont été représentés graphiquement sur une carte divisée en 259 feuilles, que l'on peut réunir en une seule carte générale de 82 mètres carrés de superficie. L'échelle linéaire de cette carte est de $\frac{1}{80000}$. La surface de la France est de 53 000 000 d'hectares (la millième partie de la surface entière du globe).

Ces cartes ont remplacé avec avantage les anciennes cartes de Cassini, construites avant la révolution, et déjà dignes ellesmêmes du grand pays qu'elles représentaient*.

* On trouvera dans l'*Annuaire du bureau des longitudes* le tableau des coordonnées géographiques de tous les chefs-lieux d'arrondissement des 86 départements, et dans la *Connaissance des temps* celles des lieux principaux de la Terre.

CHAPITRE IX.

QUELQUES APPLICATIONS DES THÉORIES PRÉCÉDENTES A LA NAVIGATION ET A LA CONNAISSANCE DES TEMPS ET DES LIEUX. — MESURES ITINÉRAIRES; PREMIER MÉRIDIEN; CONFUSION DES DATES AU RETOUR DES PREMIERS VOYAGES DE CIRCUMNAVIGATION.

Navigation. — Il s'agit maintenant de montrer quel parti on tire journellement des théories précédentes pour diriger, par exemple, un navire sur l'immensité des mers, lorsque l'horizon n'offre, pendant des mois entiers, aucun point de repère terrestre. C'est à l'épreuve des applications que l'on peut s'assurer d'avoir l'intelligence complète des théories. Aucune autre science ne saurait en offrir, dès son début, d'aussi importantes ni d'aussi belles. Si depuis quelques siècles le navigateur n'est plus réduit à suivre les côtes, s'il peut se lancer à travers les mers sans plus d'appréhensions qu'un batelier qui suit le cours d'un fleuve, si les plus lointaines expéditions maritimes sont devenues la ressource familière du commerce et de l'industrie, on le doit aux théories astronomiques, aux progrès de la géographie, qui en sont eux-mêmes une conséquence, à la perfection actuelle des instruments de mesure dont les astronomes et les cosmographes ont été les premiers promoteurs. Rien de plus utile pour l'esprit que de se familiariser de bonne heure avec la relation étroite qui existe entre les sciences et les arts.

Le point de départ et le point d'arrivée étant connus par leurs coordonnées géographiques, le marin détermine par une simple opération graphique, sur une carte spéciale (cartes marines, développement de Mercator), la direction qu'il doit suivre et la distance qu'il a à parcourir. Pour maintenir le navire dans la direction déterminée, dans le *rumb de vent* sous lequel on se propose de naviguer, les marins se servent de la *boussole,* et pour connaître le chemin parcouru, ils ont recours au *loch.*

Boussole. — La boussole se compose d'une aiguille aimantée, montée sur un pivot, et tournant librement à l'intérieur d'un cercle gradué qui représente les divers azimuts (les airs ou rumbs de vent, dans le langage des marins). Cette aiguille

indique approximativement, en général, la direction du méridien du lieu : à Paris, par exemple, elle *décline* de 22° vers l'ouest, c'est-à-dire son azimut, compté dans le sens du N. à l'O., est de 22°. Mais quand on connait cette erreur, qui reste à peu près constante en un même lieu et qui varie peu entre des lieux peu éloignés, on peut se servir de la boussole pour retrouver à chaque instant, d'un seul coup d'œil, la direction ou l'azimut actuel du navire; on s'en sert pour le maintenir, à l'aide des voiles et du gouvernail, dans une direction déterminée; mais comme cette déviation varie d'un méridien à l'autre, suivant des lois fort complexes et encore peu connues, elle finirait par introduire des mécomptes dangereux, si le marin n'avait le moyen de déterminer, de temps à autre, la direction précise du méridien, afin de rectifier l'erreur de la boussole. Voici donc une première application des théories astronomiques, et des divers systèmes de coordonnées dont nous nous sommes servi. En effet, quand on a mesuré la hauteur d'un astre dont les astronomes ont déterminé la déclinaison et l'heure du passage méridien, on peut calculer son azimut actuel; en comparant cet azimut vrai avec les indications plus ou moins fautives de la boussole, on déterminera donc les erreurs de celle-ci *.

Loch. — Le loch est une planche de bois triangulaire, lestée avec du plomb de manière à se tenir verticalement à demi plongée dans l'eau, et portant une corde divisée en parties égales par des nœuds. A certaines époques de la journée, par exemple de deux heures en deux heures, le loch est lancé à la mer; il surnage et reste en place pendant que le navire continue sa route. La corde du loch se déroule au fur et à mesure avec une vitesse égale à celle de la marche du vaisseau; cette vitesse est indiquée par le nombre des nœuds qui *filent* entre les doigts du timonier en un temps donné. Le temps est mesuré lui-même à l'aide d'un petit sablier nommé *ampoulette* dont la durée est de $30^s = \frac{1}{120}$ d'heure. Afin d'éviter tout calcul, les nœuds de la corde du loch sont espacés de $\frac{1}{120}$ de mille marin.

* A terre, on emploierait les procédés que nous avons décrits pour obtenir la direction du méridien et par suite l'erreur de la boussole; mais il ne faut pas oublier qu'en mer le marin ne peut guère mesurer que des hauteurs, à l'aide de son sextant, ou bien la distance angulaire de deux astres.

filer 9 nœuds (en 30ˢ), c'est marcher à raison de 9 milles à l'heure.

Estime. — On conçoit maintenant comment le marin peut pointer, à un instant quelconque, sa position sur un globe ou une carte, puisqu'il connaît les directions qu'il a suivies et le chemin qu'il a parcouru dans chaque direction. Mais les tempêtes et mille accidents de mer peuvent jeter à chaque instant un navire hors de sa route. Les courants sont une source d'erreurs considérables qui échappent aux grossiers moyens dont nous venons de parler. Quand Mendaña découvrit les îles Salomon, il se croyait, d'après son *estime* basée sur le loch et la boussole, à 1700 lieues des côtes du Pérou, tandis qu'il en était éloigné, en réalité, de 2400 lieues. Toute sécurité disparait évidemment par la possibilité de telles erreurs. De là la nécessité d'avoir fréquemment recours aux observations astronomiques, qui seules donnent avec exactitude la position actuelle du navire et permettent d'éviter l'accumulation fatale des erreurs de l'estime.

Or, nous avons vu qu'en mesurant les hauteurs d'un même astre connu (par les observations méridiennes des astronomes) à différents moments de la journée, on peut en déduire la hauteur du pôle, c'est-à-dire la latitude et l'heure du lieu de l'observation. La différence de cette heure locale avec celle qu'indique au même instant un chronomètre réglé sur l'heure de Paris, donne la longitude du lieu. On connaît donc, à cet instant, les deux coordonnées géographiques du navire, et, en général, on en obtient ainsi la position sur le globe à 5′ ou 6′ près (5 ou 6 milles marins, 9 ou 11 kilom.). Cette position est marquée sur la carte et sert comme d'un point de départ nouveau pour déterminer la direction qu'il convient de suivre.

Il importe de faire remarquer, dès à présent, que malgré la perfection actuelle des chronomètres destinés à indiquer l'heure de Paris, il est impossible de s'y fier pendant toute une longue traversée. La marche de ces machines délicates peut être troublée par une infinité de causes perturbatrices, dont on ne saurait les garantir. Heureusement, l'astronomie vient encore ici au secours du navigateur. Les mouvements de la Lune lui offrent une sorte d'horloge toujours juste, parce que ses nombreuses irrégularités apparentes ou réelles ont été déterminées et calculées à l'avance. C'est pour offrir aux marins un moyen

assuré de trouver leur longitude, que les astronomes ont dirigé tant d'efforts vers la théorie difficile de la Lune, théorie dont le développement a exigé et entraîné celui de l'astronomie tout entière.

Mesures itinéraires, mille marin, etc. — Le mille dont nous avons parlé ci-dessus est en rapport direct avec la mesure de la Terre; c'est la 60e partie de la longueur d'un arc de 1° (nous supposons ici la Terre sphérique). Or, le quart du méridien ou un arc de $90° = 10\,000\,000^m$; un arc de $1° = 111\,111^m,1$; donc 1 mille = $1851^m,85$. Le mille marin correspond évidemment à l'arc de 1′ sur un grand cercle quelconque. Grâce à ce choix d'unité itinéraire, le navigateur peut calculer aisément, d'après le changement de latitude, combien il a fait de chemin vers le sud ou vers le nord : à chaque minute de variation dans la latitude correspond une longueur de 1 mille. Il en est encore de même pour le chemin en longitude, mais à l'équateur seulement; tout autre parallèle n'est plus un grand cercle de la sphère, et le rapport du mille marin avec l'arc de 1′, n'a lieu que pour les arcs comptés sur un grand cercle. La *lieue marine* vaut 3 milles; il y en a donc 20 au degré.

Les géographes se servent aussi de lieues de 25 au degré. Pour en avoir la longueur, divisez $111\,111^m,1$ par 25. Quant à la lieue de poste, elle n'a plus aucune relation simple avec la graduation du cercle; elle contient 4000 mètres.

Il est fâcheux que le mille et la lieue dont se servent les marins et les géographes ne soient point conformes à la numération décimale de notre système métrique. Ce défaut tient à ce que l'on a conservé l'ancienne division sexagésimale de la circonférence; il disparaîtrait, si, au lieu de partager celle-ci en 360°, on la divisait en 400 grades. Alors le grade vaudrait 100000^m, et la minute ou le centième du grade serait de 1000^m. Malheureusement le système décimal n'a pas prévalu sur ce point.

Il ne faut pas confondre, avec le mille marin, les *milles* employés dans les pays étrangers comme unités de mesures itinéraires. Le mille anglais, par exemple, est de 69,12 au degré; il contient donc $1609^m,3149$ seulement.

Premier méridien, origine des longitudes. — Chaque nation compte maintenant les longitudes à partir du méridien qui

passe par son observatoire principal. De plus, au lieu de compter les longitudes de 0° à 360° en revenant au point de départ, on les compte de 0° à 180° vers l'orient, et aussi de 0° à 180° vers l'occident. On évite toute ambiguïté en ajoutant aux longitudes les signes O. ou E. suivant que le lieu est situé à l'ouest ou à l'est du premier méridien. Pour les Anglais, l'origine des longitudes est le méridien de l'Observatoire de Greenwich; pour nous, c'est celui de l'Observatoire de Paris. Aussi, quand deux navigateurs anglais et français se communiquent leurs longitudes (renseignement souvent précieux à la mer), le français ajoute ou retranche 2°20′24″ à la longitude de l'anglais, pour tenir compte de la différence des méridiens, parce que la longitude de Greenwich est 0° pour le second, et 2°20′24″ O. pour le premier. Autrefois il existait un même premier méridien pour les nations européennes; il nous avait été légué par Ptolémée, célèbre astronome d'Alexandrie (125 ans après J. C.), qui l'avait placé dans l'île de Fer, la plus occidentale des îles Canaries, dernière terre connue des anciens, du côté de l'ouest, afin d'éviter l'inconvénient de compter des longitudes en deux sens opposés. Mais ce caractère a perdu toute valeur depuis la découverte du nouveau monde. Il serait à désirer que les nations civilisées s'entendissent pour adopter une origine commune des longitudes.

Voyages de circumnavigation. — Rien de plus utile et de plus intéressant que de suivre, sur une mappemonde, la route des navigateurs qui ont fait de grandes découvertes, ou qui ont exécuté le tour du monde, de Christophe Colomb (1472), par exemple, ou de Magellan (1521). Colomb croyait, d'après les informes mappemondes de son époque, que l'Europe et l'Asie comprenaient vers l'est au moins 240° de longitude*, et qu'en marchant en sens contraire, c'est-à-dire vers l'ouest, il aborderait aux côtes

* Ptolémée avait des idées plus justes sur l'étendue de l'ancien monde; mais pour lui, comme pour toute l'antiquité (sauf les rêveries sur l'Atlantide), les 180 degrés de longitude à l'ouest, c'est-à-dire tout l'hémisphère de gauche dans les mappemondes, était occupé par le *mare tenebrosum* devant lequel Hercule avait reculé après avoir découvert le détroit de Gibraltar. Au moyen âge, on n'était guère plus avancé en fait de longitudes, malgré les efforts des astronomes arabes : ceux-ci croyaient, par exemple, que du Caire à Tolède il y avait 53° de longitude, tandis qu'il n'y en a que 36°.

du Japon. Ce grand homme est mort persuadé, comme Améric Vespuce, qu'il avait touché au continent asiatique.

La circumnavigation de Magellan présenta pour la première fois une particularité curieuse dont l'explication est facile. Lorsque ses compagnons revinrent à San Lucar, leur point de départ (Magellan est mort en voyage), il se trouva qu'ils avaient perdu un jour : le jour de leur arrivée était, pour eux, le 20 septembre, tandis qu'on comptait seulement le 21 à San Lucar. Puisque le vaisseau de Magellan avait fait le tour de la Terre de l'est à l'ouest, il avait accompli, pendant cette expédition, un tour de moins que la Terre dont la rotation s'exécute en sens contraire, de l'ouest à l'est. Or, un tour de la Terre, c'est un jour; les compagnons de Magellan avaient donc vu un jour de moins que les habitants fixés au même lieu. Pour eux tous les jours où ils avaient avancé vers l'ouest avaient été allongés, et finalement ils avaient perdu un jour entier, ils avaient vu le Soleil et les étoiles se lever une fois de moins. L'inverse a lieu pour les voyageurs qui font le tour de la Terre dans l'autre sens, en marchant toujours de l'ouest vers l'est : ceux-là gagnent un jour, leur date est trop forte d'une unité au retour. Par exemple, les Espagnols sont arrivés aux Philippines par l'ouest; ils venaient des côtes du Pérou; les Portugais sont allés par l'est s'établir à Macao, ville maritime de la Chine; les seconds comptent un jour de plus que les premiers; mais, comme nous le verrons tout à l'heure, ce sont les premiers qui ont tort. Voici, en effet, la règle que les marins suivent aujourd'hui pour éviter toute erreur de date et se trouver partout d'accord sur ce point avec les pays qu'ils visitent : chaque fois qu'ils passent le 180e degré de longitude, c'est-à-dire chaque fois qu'ils traversent le méridien opposé à leur premier méridien, ils changent de date, ajoutant une unité quand ils vont vers l'ouest, et retranchant une unité quand ils vont vers l'est. La figure 47 explique très-bien la raison de cette règle. Elle représente les heures et les dates que l'on compte à un même instant dans tous les lieux du globe, quand il est minuit à Paris, et qu'une nouvelle date commence sur tout le méridien de cette ville. Le cercle représente l'équateur, N le pôle nord; la flèche marque le sens dans lequel tourne la Terre; les 4 traits désignent les 4 plans ho-

raires principaux : minuit ou commencement du jour, 6h du matin, midi, et 6h du soir. Sur les méridiens du globe qui coïncident actuellement avec ces plans horaires, les pendules marquent les heures indiquées. A Paris, dont la longitude est 0°, il est minuit et le 21 septembre commence. Cette date est déjà commencée sur tout l'hémisphère de droite; elle ne l'est pas encore sur celui de gauche : là, on compte encore le 20 septembre. Enfin, sur le méridien de 180°, l'heure est midi, mais il y a incertitude de savoir si on doit dire 20 septembre, comme les points de gauche, ou 21 comme ceux de droite. En tout cas, si on passe ce méridien de droite à gauche, toute incertitude cesse; on n'a pas encore changé de jour, mais on a bien certainement changé de date, du 21 septembre on devra passer au 20. De cette manière un vaisseau qui passe le 180e degré au milieu du jour peut avoir, sur le registre du bord, deux dates différentes pour la même journée. Dans d'autres cas, il aura la même date deux jours de suite.

Comme les nations européennes n'ont pas le même premier méridien, il en résulte que deux navires qui se rencontrent dans l'océan Pacifique, vers le 180e degré, peuvent avoir très-légitimement des dates différentes. Cette discordance cesserait par l'adoption commune d'un même premier méridien.

Les Espagnols qui ont abordé les premiers aux Philippines, auraient dû ajouter un jour à leur quantième, puisque ce sont eux, non les Portugais de Macao, qui ont passé le 180e degré. Inversement, les missionnaires anglais qui ont introduit le calendrier grégorien dans les îles de la Société en venant de Calcutta, auraient dû retrancher une unité de leurs dates. Leur comput s'accorderait alors avec celui des Français de Taïti ou des Marquises *.

Quoi qu'on fasse, il restera toujours incertitude de date au 180e degré, qui heureusement ne passe guère que sur l'Océan.

* Voyez à ce sujet M. de Tessan, *Voyage autour du monde de la Vénus*, commandée par M. Dupetit-Thouars.

CHAPITRE X.

L'ATMOSPHÈRE; SA CONSTITUTION, SON POIDS ET SES LIMITES; SES RÉFRACTIONS; VENTS ALISÉS.

Constitution physique.— L'atmosphère qui enveloppe le globe terrestre joue un grand rôle dans les observations astronomiques, car les rayons lumineux ne nous arrivent des astres qu'après l'avoir traversée et y avoir subi certaines déviations dont nous ne nous sommes pas préoccupés jusqu'ici. L'air, comme tous les corps plus ou moins transparents, *réfléchit*, *réfracte* et *éteint* la lumière, triple mode d'action d'où résultent trois séries de phénomènes que nous devons examiner.

L'air jouit de toutes les propriétés physiques des gaz élastiques *; son épaisseur est à peu près uniforme, mais sa densité, son élasticité, sa température ** décroissent avec la hauteur. Les couches supérieures pèsent sur les couches inférieures et les compriment. Plus on s'élève dans l'atmosphère, plus l'épaisseur totale et la densité des couches supérieures va en diminuant; par suite, plus la pression qu'elles exercent sur la couche placée immédiatement au-dessous diminue elle-même. L'air doit donc être d'autant plus dilaté et raréfié qu'on s'approche davantage des limites de l'atmosphère. Les dernières couches ne supportent aucune pression; elles doivent être excessivement rares. Si ces dernières couches conservaient l'élasticité que l'on considère comme toujours inhérente aux substances gazeuzes, elles tendraient à se dissiper dans l'espace, malgré l'influence de la pesanteur. Mais il est à croire

* C'est un mélange de 0,79 d'azote et de 0,21 d'oxygène, en volume, ou de 0,768 d'azote et 0,232 d'oxygène, en poids. Sa composition paraît être sensiblement constante dans toutes les régions et à toutes les hauteurs, sauf la présence d'une certaine quantité de vapeurs d'eau dans les couches inférieures.

** La température des couches atmosphériques diminue de 0° par 150^m ou 200^m d'élévation, et cela jusqu'à 7000^m environ de hauteur. Plus haut, on croit que ce décroissement est moins rapide et que la température des dernières couches n'est pas au-dessous de — 40° ou de — 60°. Mais on ne peut répondre que de la partie directement explorée.

que cette élasticité n'est pas illimitée, et que le froid extrême des hautes régions réduit considérablement ou même annule cette tendance à la diffusion indéfinie. Au delà de ces dernières couches qui suivent la Terre dans tous ses mouvements, règne le vide des espaces planétaires. Ces idées sur la constitution, les limites de l'atmosphère et sa dépendance par rapport au globe dont elle forme seulement l'enveloppe, sont assez modernes : les anciens croyaient que l'air devait s'étendre dans l'espace, bien au delà de l'orbite de la Lune, ou plutôt ils n'avaient aucune notion précise à ce sujet.

L'atmosphère fait corps avec le globe terrestre, en ce sens qu'elle est entraînée avec lui et participe à tous ses mouvements. Cela n'offre aucune difficulté pour le mouvement de translation de notre planète, lequel est rigoureusement commun à toutes ses particules solides, liquides ou fluides. Quant au mouvement de rotation, il en doit être encore de même; car, à supposer un moment que l'air ne participât point au mouvement de rotation de la partie solide et liquide du globe, le frottement des couches inférieures contre la surface du sol qui tourne aurait bientôt transmis à ces couches la vitesse de rotation diurne; et, de proche en proche, cette vitesse se communiquerait jusqu'aux couches supérieures. Nous reviendrons sur ce point à l'occasion des vents alizés.

Poids de l'atmosphère. — Il est facile de calculer la masse ou le poids entier de l'atmosphère. On sait qu'au niveau des mers ce poids fait équilibre à une colonne de mercure de 0^{m},760, ou à une colonne d'eau de 10^{m},334 de hauteur. Par conséquent, la pression totale exercée sur la surface entière du globe, c'est-à-dire le poids entier de l'atmosphère est égal au poids d'une colonne d'eau ayant 10^{m},334 de hauteur et pour base la surface même de notre planète ou $4\pi r^2$, r étant de 6 366 198^{m}. On sait d'ailleurs que 1$^{m.c.}$ d'eau pèse 1000 kilogrammes. D'après ces données, ce poids sera de 5 263 100 000 000 000 000 kilogrammes. Pour se faire une idée de l'énormité de cette masse, par rapport à nous qui vivons dans son sein, il faut opérer sur des nombres moins grands. Or le poids précédent serait celui de 585 000 cubes de cuivre ayant chacun 1 kilomètre de côté (la densité du cuivre est 9 fois environ plus grande que celle de l'eau), et la masse entière de l'oxygène serait repré-

sentée par 135 000 de ces cubes. Il y a mille millions d'hommes sur la Terre, respirant et consommant sans cesse l'oxygène de l'atmosphère, à raison de 1 kilogramme par homme et par jour. Au bout d'un siècle, l'humanité tout entière n'a donc consommé que 4 de ces cubes *. Ces détails montrent combien l'homme est peu de chose, matériellement, vis-à-vis de l'atmosphère, et pourtant le duvet d'une pêche occupe plus de place sur son fruit que toute l'atmosphère sur le globe. Sous le rapport des masses, l'atmosphère est moins encore : elle n'est que la millionième partie du globe terrestre.

Lumière diffuse, crépuscule. — Les molécules de l'air réfléchissent en tous sens non-seulement la lumière qui tombe directement sur leur surface, mais encore celle qui a été réfléchie déjà par d'autres molécules. Le résultat que produisent ces réflexions successives et multipliées est la *lumière diffuse* qui nous éclaire pendant le jour, même en l'absence des rayons directs du Soleil. Voici un exemple. Qu'un rayon de lumière pénètre par le trou d'un volet dans une chambre obscure, et en sorte par un trou correspondant : si l'air n'existait pas, rien ne trahirait la présence de ce rayon, à moins qu'on ne plaçât l'œil sur son trajet, ou quelque corps capable de réfléchir la lumière; la chambre resterait dans l'obscurité, sauf le lieu même du rayon. Mais s'il y a de l'air, ses molécules, placées sur le trajet du rayon, en renvoient la lumière en tous sens et illuminent la chambre d'une lumière indirecte, diffuse. Chaque molécule éclairée directement devient à son tour un point rayonnant, et si des atomes de poussière voltigent dans la chambre, l'effet est encore augmenté aux dépens du rayon solaire, qui sort amoindri par toutes ces réflexions. Dans ce sens, l'air est un véhicule de la lumière; partout où l'air pénètre, pendant le jour, il pénètre aussi une certaine quantité de lumière diffuse. S'il n'y avait pas d'atmosphère, les phénomènes seraient tout autres qu'ils ne sont **. Le jour proprement dit n'existerait pas en dehors des rayons du Soleil; il n'y aurait pas de lumière diffuse, et tout ce qui ne recevrait pas les rayons directs

---

* Dumas et Boussingault.

** Cette hypothèse ainsi que ses conséquences se trouvent réalisées pour la Lune.

ou réfléchis par le sol se trouverait dans une obscurité complète. Le ciel serait noir partout; on verrait, à l'œil nu, les étoiles et les planètes en plein midi, pour peu qu'on garantit les yeux de l'action directe des rayons solaires. Le crépuscule, qui prolonge la durée du jour le soir, et qui nous en fait jouir le matin avant le lever du Soleil, n'existerait pas; on passerait brusquement du jour à la nuit*. On peut se former quelque idée de ces effets en montant en ballon ou en gravissant de hautes montagnes : le bleu du ciel, qui n'est que la couleur même de l'air vu sur une grande épaisseur, s'assombrit de plus en plus; il paraît qu'avec certaines précautions on peut alors voir à l'œil nu les étoiles brillantes en plein midi. L'atmosphère et ses mille reflets jettent sur toute la voûte du ciel un voile lumineux qui les cache à nos yeux, à moins qu'on n'ait recours aux instruments d'optique, dont l'interposition a pour effet d'amoindrir l'éclat du ciel tout en augmentant, au contraire, celui des étoiles, et de donner à leurs images une grande netteté.

Hauteur de l'atmosphère. — Considérons d'un peu plus près les phénomènes crépusculaires; ils vont nous permettre d'apprécier l'épaisseur de notre enveloppe aérienne. Quand le Soleil est au-dessous de l'horizon AH (fig. 48), aucun rayon n'arrive directement à l'observateur placé en A; mais si le Soleil est couché pour le point A, il ne l'est pas encore, dans la figure, pour les régions supérieures KH de l'atmosphère; celles-ci reçoivent encore des rayons directs qui donnent naissance à de la lumière diffuse, et produisent le crépuscule du soir ou celui du matin (l'aurore). Quand le ciel est très-pur, on voit une ligne de séparation assez vague entre la région KH, où les rayons solaires pénètrent, et la région KH' pour laquelle le Soleil est entièrement couché. A mesure que le Soleil baisse, cette courbe crépusculaire baisse aussi; le crépuscule cesse (la nuit commence) lorsqu'elle se confond avec l'horizon, c'est-à-dire quand son point culminant K se couche à son tour. Or, la cessation du crépuscule, ou le coucher du point K, a lieu quand le Soleil est lui-même à 18° au-des-

* L'influence de l'air sur la température du globe terrestre est encore plus prononcée que sur le mode d'illumination.

sous de l'horizon, c'est-à-dire quand sa hauteur est — 18°. C'est là un fait d'observation dont il est facile de déduire la hauteur de l'atmosphère. Soit AH (fig. 49) l'horizon du lieu A, et KS la direction du rayon solaire qui, rasant la terre en B, parvient encore en K sur l'horizon du lieu A. Ce point K est aussi placé à la limite de l'atmosphère dont la hauteur est CK. Il est évident que la hauteur actuelle du Soleil, c'est-à-dire l'angle que ses rayons forment avec le plan de l'horizon, est

$$HKS = 18° = AOB = 2AOK.$$

Le rapport $\frac{OK}{OC} = \frac{OK}{r}$ est égal à la sécante d'un angle de 9°, et $CK = (\text{séc } 9° - 1).\ r = 0{,}012.\ r = 77$ kilomètres. En tenant compte de la réfraction dont nous avons négligé l'influence, M. Biot a déduit, des observations que l'abbé de La Caille fit dans son mémorable voyage au cap de Bonne-Espérance, une hauteur de 59 kilomètres pour l'atmosphère, ou du moins pour les dernières couches susceptibles de nous renvoyer, par réflexion, une lumière encore sensible malgré l'interposition de toute l'épaisseur horizontale AK de l'atmosphère. Nous pouvons donc admettre, sans erreur notable, que la hauteur de l'atmosphère est la *centième partie du rayon terrestre* (64 kilomètres). Par delà cette limite, il n'y a plus d'air; il y a le vide absolu des espaces planétaires. On a beaucoup discuté, au XVII° siècle, pour savoir si les espaces planétaires étaient *vides* ou *pleins* d'une matière quelconque : cette notion du vide répugnait à beaucoup de bons esprits. Mais le phénomène de la nuit et du crépuscule est une preuve bien manifeste qu'au delà d'une limite très-rapprochée de nous il n'y a plus rien. Si rare qu'on l'imagine, un milieu matériel serait illuminé par les rayons du Soleil, à moins qu'on ne voulût le douer d'une transparence absolue qui n'existe dans aucun corps; nous verrions pendant la nuit le ciel briller de toute la lumière que cette matière recevrait du Soleil et renverrait à nos yeux. Il suffit de jeter les yeux sur la figure 50 pour comprendre que si les espaces n'étaient pas vides, un observateur placé en O, à l'opposite du Soleil, verrait, dans un sens quelconque OA, une file immense de molécules toutes éclairées par le Soleil, sauf dans la portion OK qui se trouve comprise dans le cône d'ombre de la Terre; la nuit

ne serait donc jamais complète*. On sait au contraire que, partout où le regard ne rencontre pas d'étoiles, le fond du ciel est complétement noir, lorsque le crépuscule a disparu, c'est-à-dire lorsque le soleil est à 18° au-dessous de l'horizon. Nous aurons lieu de constater d'une tout autre manière l'absence de matière dans l'espace, en reconnaissant que les mouvements de translation des planètes n'éprouvent aucune espèce de résistance, si petite soit-elle, dans les milieux qu'elles traversent.

Si l'atmosphère n'existait pas, la ligne de séparation du jour et de la nuit serait le grand cercle BB′ (fig. 50) perpendiculaire à la direction TS des rayons solaires. Le crépuscule reporte cette limite sur un cercle CC′ parallèle à BB′, la distance sphérique BC ou BC′ étant de 18° ou de $18 \times 111111^{m} = 500$ lieues de poste environ. Entre les cercles BB′ et CC′ il y a une dégradation progressive de lumière**.

Extinction. — Tout rayon qui pénètre dans l'air y est éteint en partie à cause de l'imparfaite transparence de ce gaz, dont les molécules réfléchissent en tous sens la lumière. Cette extinction partielle est faible au zénith, où les rayons n'ont à traverser qu'une couche de 64 kilomètres d'épaisseur; mais elle est considérable à l'horizon***, où l'épaisseur de l'atmosphère est 14 ou 15 fois plus forte. D'après Bouguer, l'éclat du Soleil est

---

* En toute rigueur, l'obscurité, à l'air libre, n'est jamais absolue, témoins les oiseaux de nuit qui volent au milieu des ténèbres. Un peu de lumière diffuse, insensible pour nos organes, persiste encore pendant la nuit; mais cette lumière excessivement faible est amenée par l'atmosphère; elle est d'autant plus sensible qu'on s'élève plus haut, et on peut démontrer qu'elle ne provient point d'une illumination particulière aux espaces célestes. Nous faisons d'ailleurs abstraction de la lumière des étoiles.

** Nous avons négligé l'effet du demi-diamètre apparent (16′) du Soleil et de la réfraction horizontale (34′). Par ces deux causes réunies, le cercle BB′ lieu des points du globe pour lesquels le Soleil vient de se coucher, se trouve reculé de 50′ vers le cercle CC′, en sorte que la zone crépusculaire est réduite en réalité à 17°11′. D'ailleurs l'état de pureté plus ou moins grande de l'atmosphère peut faire varier beaucoup la largeur de cette zône.

*** Dans le triangle rectangle AOK (fig. 49), on connaît $AO = r$, $OK = r + h$ h étant la hauteur de l'atmosphère; $\overline{AK}^2 = (r+h)^2 - r^2 = h(h+2r) = r^2 \times 2{,}01 \times 0{,}01$, d'où $AK = r\sqrt{0{,}0201} = 0{,}14r$. On trouverait un résultat plus considérable en tenant compte de la réfraction horizontale.

1354 fois moindre à l'horizon qu'au zénith. Aussi peut-on contempler le Soleil sans être ébloui quand il est peu élevé. La chaleur des rayons solaires subit le même genre d'affaiblissement. Cet effet est singulièrement augmenté par l'opacité des vapeurs qui se tiennent toujours dans les basses régions de l'atmosphère. La lumière que les objets *terrestres* très-éloignés nous envoient traverse aussi une grande épaisseur d'air plus ou moins chargé de vapeurs opaques; leur éclat est affaibli en raison de leur distance, et leur couleur naturelle est remplacée par une teinte bleuâtre générale qui est celle de la masse d'air interposée. C'est par cet ensemble de propriétés que l'atmosphère produit pour nous l'apparence d'une voûte surbaissée dont chaque observateur occupe toujours le milieu, et sur laquelle les astres paraissent en perspective. Il est difficile d'assigner les dimensions de cette voûte; elles dépendent de la constitution même de l'atmosphère, du degré de transparence ou d'opacité des couches d'air, de leur illumination. Elles varient sans doute avec les heures de la nuit et du jour, et peut-être, d'un individu à l'autre, avec la portée de la vue. Afin d'expliquer la forme surbaissée du ciel, on a dit que les objets terrestres, échelonnés entre l'horizon et l'observateur, lui permettent d'apprécier l'éloignement du ciel dans le sens horizontal, tandis que les termes de comparaison lui manquent dans le sens vertical; mais cette explication ne suffit pas, car le surbaissement subsiste quand on cache avec la main les objets qui pourraient servir de jalons.

Réfractions. — Tout rayon lumineux qui passe d'un milieu dans un autre, par exemple de l'air dans l'eau, ou du vide dans l'air, est dévié de sa direction primitive s'il traverse obliquement la surface de séparation de ces milieux. Rappelons ici les lois physiques de ce phénomène: 1° si les milieux sont homogènes, la déviation s'opère à leur surface de séparation; partout ailleurs la lumière se propage en ligne droite; 2° le rayon incident et le rayon réfracté sont toujours compris dans un même plan normal à la surface de séparation des deux milieux; 3° quel que soit l'angle formé par le rayon incident avec la normale à la surface de séparation, son sinus est dans un rapport constant avec le sinus de l'angle du rayon réfracté. Ces lois s'appliquent à tous les milieux homogènes, solides, liquides ou

gazeux, au vide même, que l'on devra seulement considérer comme un milieu non réfringent.

Afin d'appliquer ces lois à l'étude des réfractions astronomiques, c'est-à-dire des déviations que l'atmosphère imprime aux rayons émis par les astres, nous commencerons par supposer homogène le milieu aérien dont le globe est entouré; nous négligerons aussi la courbure de la Terre, quitte à revenir ensuite aux conditions où la nature nous place en réalité. Soient donc HH' (fig. 51) la surface du sol en un lieu quelconque; AA' la limite plane et horizontale de l'atmosphère, et OZ la verticale. Si un observateur placé en O voit un astre dans la direction OBZ (au zénith), le rayon qui parvient à son œil a traversé l'atmosphère perpendiculairement à la surface AA' qui la sépare du vide des espaces célestes; le rayon n'a donc subi aucune déviation au point B. La réfraction est nulle au zénith, l'astre est vu dans sa position véritable. Mais dans toute autre direction OD, le rayon lumineux a rencontré quelque part en D la limite AA' de l'atmosphère, et comme il a passé obliquement du vide dans un milieu réfringent, il a dû être dévié et se rapprocher de la normale à la surface AA'.

La réfraction s'opère d'ailleurs suivant la loi $\frac{\sin I}{\sin R} = n$, n étant l'indice de réfraction de l'air, I et R étant les angles formés par la normale avec le rayon incident FD et le rayon réfracté DO. De plus, le rayon brisé FDO doit être contenu dans le plan passant par cette normale.

Voyons maintenant les conséquences. D'abord la normale en D est parallèle à la normale en B, c'est-à-dire à la verticale OZ; par conséquent, le plan du rayon brisé FDO est un plan vertical. Donc tout rayon qui pénètre dans l'atmosphère est réfracté par elle dans le même plan vertical où il se trouvait d'abord; l'azimut de ce rayon n'est nullement altéré par la réfraction qu'il a subie. En second lieu, l'observateur placé en O voit l'astre dans la direction Of et non dans la direction véritable qui serait Of' parallèle à DF; car, sans l'interposition d'une atmosphère réfringente, le rayon qui serait parvenu à l'œil eût été f'O et non le rayon brisé FDO. L'angle fOH est la hauteur *apparente* de l'astre, tandis que l'angle f'OH ou son égal FDA en est la hauteur *vraie*; la différence de ces deux angles se

nomme la *réfraction correspondante à la hauteur apparente fOH*, réfraction qui est d'ailleurs d'autant moindre que l'astre est plus rapproché du zénith. Donc la réfraction augmente la hauteur des astres sans altérer leur azimut.

Cette double conséquence subsiste encore quand on introduit dans la question la sphéricité du globe terrestre et la vraie constitution de l'atmosphère, dont la densité, loin d'être constante, décroît rapidement avec la hauteur. En effet, on peut considérer l'atmosphère comme étant formée de couches homogènes superposées, concentriques à la sphère terrestre. Chaque couche produira une déviation nouvelle dans la marche du rayon lumineux, et comme la densité des couches traversées va en croissant, les réfractions successives auront toutes lieu dans le même sens; elles infléchiront de plus en plus le rayon de lumière, dont la courbe devra dès lors présenter constamment sa concavité vers le sol. Le rayon KB (fig. 52), par exemple, rencontre l'atmosphère en B; si par KB et la verticale BO, on mène un plan, le rayon réfracté par la première couche atmosphérique sera BC, compris dans ce plan vertical. Le rayon BC pénètre à son tour dans la couche suivante, que nous supposerons homogène comme la première, mais un peu plus dense : il sera donc réfracté à la surface de séparation de ces deux couches, dans un plan passant par BC et la verticale CO. Cette verticale sera d'ailleurs comprise dans le plan précédent, qui passe par BC et la première verticale BO; donc, le rayon BC sera réfracté par la deuxième couche, sans sortir du plan vertical passant par sa direction primitive KB. Il en sera de même à toutes les surfaces de séparation des couches successives que le rayon traversera, jusqu'à ce qu'il arrive à l'observateur placé en O sur le sol; sa trajectoire serait ainsi un polygone concave vers le sol, et l'observateur verrait l'astre dans la direction du dernier côté AF. Or, pour passer de cette conception à la réalité, il suffit évidemment d'admettre que les couches sphériques concentriques, dont l'atmosphère est composée, ont des épaisseurs infiniment petites, et que la densité y croît infiniment peu d'une couche à l'autre : alors le polygone décrit par les réfractions successives du rayon lumineux devient une courbe, et le dernier côté AF du polygone en devient la dernière tangente. Cette courbe est, comme le polygone, entièrement comprise dans le plan ver-

tical passant par KB et par le centre O, et, comme dans le polygone, l'angle formé par la première et la dernière direction KB et AF, c'est-à-dire la réfraction totale, est la somme des réfractions partielles que le rayon a successivement éprouvées en traversant l'atmosphère.

On voit par là que pour calculer rigoureusement la réfraction totale d'un tel rayon, il faudrait connaître non-seulement la hauteur de l'atmosphère, mais encore et surtout la loi suivant laquelle la densité de l'air varie avec la hauteur. En un mot, il faudrait connaître la courbe BCDEFA, dont les tangentes extrêmes KB et AFK' comprennent entre elles l'angle de la réfraction, l'angle dont la hauteur vraie de l'astre est augmentée par l'interposition de l'atmosphère. Quoique ces données soient imparfaitement connues, on est parvenu cependant à déterminer, avec un degré suffisant d'exactitude, les réfractions astronomiques dont voici le tableau.

HAUTEUR apparente.	RÉFRACTION.	HAUTEUR apparente.	RÉFRACTION.	HAUTEUR apparente.	RÉFRACTION.
90°	0″,0	15°	3′34″,5	2° 0′	18′ 23″,4
80	10 ,3	10	5 20 ,0	1 0	24 22 ,3
70	21 ,2	9	5 53 ,7	0 50	25 39 ,6
60	33 ,7	8	6 34 ,7	0 40	27 3 ,4
50	48 ,9	7	7 25 ,6	0 30	28 33 ,2
40	1′ 9 ,4	6	8 30 ,3	0 20	30 10 ,5
30	1 40 ,7	5	9 54 ,8	0 10	31 55 ,2
20	2 38 ,9	4	11 48 ,8	0 0	33 47 ,9
		3	14 28 ,7		

Si la hauteur *apparente* d'un astre est de 15°, par exemple, il faut chercher dans la table la réfraction 3′34″,5 correspondante, et la *retrancher* de la hauteur observée pour avoir la hauteur *vraie*.

On voit par cette table avec quelle rapidité les réfractions augmentent dans le voisinage de l'horizon. Il y a là plusieurs conséquences importantes à noter. Quand la hauteur apparente d'un astre est 0°0′, cet astre est vu à l'horizon; il se lève ou se couche en apparence. Je dis *en apparence*, parce qu'il se trouve en réalité en ce moment à 33′ 47″,9 au-dessous du plan de l'ho-

rizon; c'est là la quantité qu'on nomme *réfraction horizontale*. Ainsi les phénomènes du mouvement diurne sur lesquels la réfraction a le plus d'influence sont le lever et le coucher des astres: elle accélère l'un et retarde l'autre de tout le temps que la hauteur de l'astre emploie (suivant la déclinaison de l'astre et la latitude du lieu de l'observateur) à varier de 33′ 47″,9. La figure 52 représente cet effet : un astre vu à l'horizon dans la direction P′ se trouve en réalité dans la direction P*.

Le Soleil a 32′ de diamètre apparent; la réfraction horizontale dépassant 32′, il en résulte que le disque tout entier du Soleil est soulevé au-dessus de l'horizon lorsque ce disque est en réalité tout entier au-dessous. La figure 53 montre les détails de ce phénomène. HH′ est l'horizon; *acbd* est le disque du Soleil situé au-dessous de HH′; il serait par conséquent invisible sans la présence de l'atmosphère. Supposons que le point *a* soit juste à 33′ 48″ au-dessous de HH′, la réfraction va le porter juste sur la ligne HH′, à une hauteur apparente de 0°0′0″; de même, le point *b* sera soulevé en B à une hauteur de 27′ 12″**, et le diamètre *cd* viendra en CD, à une hauteur de 13′30″, sans changer lui-même de longueur. Le disque apparent du Soleil, au moment où il touche l'horizon, aura donc les dimensions suivantes : 32′ 0″ de diamètre horizontal, 27′12″ de diamètre vertical. Il apparaîtra sous forme d'un ovale écrasé dans le sens vertical, l'aplatissement étant du reste (32′0″ — 27′12″) : 32′0″ = $\frac{3}{20}$. A mesure que le Soleil s'élève, cet effet diminue et cesse bientôt d'être sensible à la vue simple. Il en est de même pour la pleine Lune***. Près de l'horizon, les

* La figure 52 exagère considérablement ces réfractions et plus encore pour le rayon KB que pour le rayon P*b*.

** En effet, la table précédente montre qu'à la hauteur *apparente* de 27′12″ répond une réfraction de 29′0″; la hauteur réelle est donc — 1′48″. Réciproquement le point *b*, qui est à 1′48″ au-dessous de HH′, sera élevé par la réfraction à 27′12″ de hauteur apparente.

*** Ces effets de réfraction doivent être distingués de l'illusion qui est due à la forme surbaissée de la voûte céleste. Celle-ci est beaucoup plus frappante; elle dilate en tous sens les images des astres et des constellations, tandis que la réfraction les retrécit un peu dans le sens vertical. Mais l'illusion n'affecte point les distances angulaires des objets. Si on les mesure, on trouve, malgré les apparences, qu'elles n'ont nullement changé du zénith à l'horizon. Au contraire les effets de la réfraction persistent et affectent toutes les

réfractions sont très-irrégulières, parce que les rayons traversent alors les couches les plus basses, les plus chargées d'humidité, les plus inégalement échauffées ou refroidies par leur contact avec le sol. La théorie des réfractions suppose que la densité des couches d'air est au maximum près du sol, et qu'elle va partout en *décroissant* dans le sens vertical, suivant une certaine loi régulière. Or il arrive assez souvent le contraire dans les couches inférieures, lorsque le sol a été excessivement échauffé par les rayons du Soleil. Alors les couches basses sont moins denses que celles qui reposent immédiatement sur elles : leur densité va en *croissant* à partir du sol jusqu'à une certaine hauteur où elle atteint son maximum, pour décroître ensuite dans le reste de l'atmosphère suivant la loi ordinaire. Une telle interversion des densités produit les phénomènes si variés et si curieux du mirage, dont l'explication détaillée appartient à la physique. Il nous suffira de dire que le mirage peut déformer de la manière la plus singulière les images des astres, donner par exemple deux images distinctes du Soleil levant, dont l'une, la véritable, s'élève progressivement comme à l'ordinaire, tandis que l'autre s'écarte de plus en plus de la première et va disparaître sous l'horizon en simulant un coucher du Soleil.

C'est à cause de ces irrégularités que les astronomes évitent d'observer les astres placés trop près de l'horizon. Ce n'est guère qu'à partir de 5 ou 6° de hauteur que les réfractions deviennent régulières et conformes à la table précédente. En outre, la température et la pression barométrique varient continuellement, et, avec elles, la densité de l'air. Or l'air réfracte d'autant plus les rayons lumineux qu'il est plus dense ; on a trouvé par le calcul, et vérifié par l'observation, que les réfractions augmentent de $\frac{1}{20}$ environ quand le thermomètre baisse de 13°, ou quand le baromètre monte de 38 millimètres.

Il nous reste à préciser l'influence que les réfractions exercent sur les mesures des coordonnées astronomiques des divers systèmes.

1° *Système des azimuts et des hauteurs.* — Puisque la réfrac-

---

mesures. L'une dépend du jugement que nous portons sur la distance du tableau ; l'autre d'inflexions bien réelles que la lumière a subies en traversant l'atmosphère.

tion s'opère toujours dans le sens vertical, la mesure de l'azimut d'un astre n'en saurait être affectée; quand un astre est vu dans un *plan vertical*, c'est qu'il y est en réalité, car la réfraction s'opère entièrement dans ce plan et ne tend point à en faire sortir le rayon lumineux. Mais toutes les hauteurs, sauf celle de 90°, sont *apparentes*; pour avoir les hauteurs *vraies*, il faut retrancher des premières les réfractions correspondantes.

2° *Système des plans horaires et des déclinaisons.* — Le passage d'une étoile par un plan horaire est nécessairement affecté par la réfraction, *à moins que ce plan horaire ne soit vertical*, c'est-à-dire à moins qu'il ne s'agisse du méridien. La réfraction ne joue aucun rôle dans les observations qu'on fait, avec la lunette méridienne, pour déterminer les heures des passages des astres; elle se reporte en entier sur les distances polaires ou les hauteurs méridiennes mesurées à l'aide du cercle mural.

Vérifications des valeurs assignées aux réfractions. — La *direction du méridien* est absolument indépendante de la réfraction, du moins quand on la détermine par la méthode qui a été indiquée (p. 56). Il n'en est plus ainsi de la *hauteur du pôle* ou de la *latitude*; c'est même là que se trouve le plus sérieux contrôle des réfractions calculées, et le moyen d'en vérifier ou d'en rectifier la formule. On détermine la hauteur du pôle en se plaçant dans la direction du méridien et en mesurant les hauteurs qu'atteint une étoile circumpolaire, à ses passages supérieur et inférieur par le plan du méridien. En d'autres termes, la hauteur du pôle HAP est la demi-somme des hauteurs méridiennes HAq, HAq' d'une même étoile au-dessus et au-dessous du pôle. Ces hauteurs doivent être évidemment corrigées des réfractions correspondantes, sans quoi deux étoiles circumpolaires, placées à différentes distances du pôle, ne donneraient pas pour celui-ci la même hauteur. Voici, comme exemple, des observations faites à Paris.

		Hauteurs apparentes.	Réfr.	Hauteurs vraies.
La Polaire.	pass. sup. . .	50°20′ 7″	48″	50°19′19″
	pass. inf. . . .	47 22 1	54	47 21 7
α de la Grande Ourse. . .	pass. sup. . .	76 17 12	14	76 16 58
	pass. inf. . . .	21 25 56	2′ 28	21 23 28

De là on conclut, pour la hauteur du pôle ou la latitude de Paris * :

par la Polaire................ $\frac{1}{2}(97°40'26'') = 48°50'13''$,
par α de la Grande Ourse..... $\frac{1}{2}(97\ 40\ 26) = 48\ 50\ 13$.

Ces deux résultats ne se fussent point accordés, si les réfractions dont il a fallu corriger les hauteurs apparentes eussent été erronées.

Il existe un autre moyen de contrôler les valeurs que les astronomes assignent aux réfractions. Il consiste en ce que les déclinaisons des étoiles doivent être les mêmes, en quelque lieu de la Terre qu'on les détermine, quoique les hauteurs apparentes de ces étoiles, et, par suite, les réfractions dont on les corrige, puissent être extrêmement différentes d'une station à l'autre.

Jusqu'ici, nous avons supposé l'atmosphère à l'état d'équilibre et de repos. En réalité, cet équilibre est sans cesse troublé par des différences de température qui s'y produisent, en divers points du globe, suivant les climats, les saisons, la nature du sol, etc. Tout ce qui précède n'est donc rigoureusement applicable qu'à l'état moyen d'équilibre que nous avions en vue. Cependant les mouvements passagers de l'atmosphère, si intenses qu'ils soient pour nous, ne constituent, en réalité, que des troubles peu considérables par rapport à la masse entière, et leurs effets sur les réfractions sont à peu près imperceptibles tant que l'astre observé n'est pas très-voisin de l'horizon. L'étude des mouvements intérieurs de l'atmosphère forme l'objet d'une autre science, la météorologie générale, à laquelle la cosmographie fournit seulement plusieurs éléments essentiels, tels que la théorie des saisons et des climats, dont il sera question dans le livre suivant. Toutefois, celle des vents alisés étant basée directement sur la connaissance du mouvement de rotation de la Terre, il peut être utile de l'indiquer ici.

Brises de terre et de mer. — La cause première de presque tous les courants atmosphériques est l'inégale température des

* La demi-différence des hauteurs vraies relatives aux deux passages supérieur et inférieur d'une même étoile donnerait évidemment la distance polaire de cette étoile, et par suite sa déclinaison.

masses d'air qui se trouvent placées au-dessus des mers et des continents. Sous l'influence des rayons solaires, la terre s'échauffe plus que l'eau ; elle communique sa chaleur aux couches d'air qui reposent sur le sol ; celles-ci se dilatent et tendent à s'élever, en vertu d'une pesanteur spécifique devenue moindre. S'il en était de même sur tout le globe, l'équilibre ne serait pas troublé horizontalement ; il ne se produirait que de légers déplacements verticaux, des courants ascendants et descendants. Mais comme la surface des mers s'échauffe moins que le sol, sous l'action des rayons solaires, l'air qu'elle supporte acquiert une température moindre que celui des îles ou des continents ; il conserve une densité supérieure et détermine une rupture latérale de l'équilibre de l'atmosphère. L'air moins chaud des mers se précipite vers la terre ; il y est *appelé* par l'espèce de *tirage* que produit la chaleur du sol. La brise de mer vient ainsi rafraîchir les côtes ; elle commence peu de temps après le lever du Soleil, augmente progressivement d'intensité jusqu'à l'heure la plus chaude du jour (2 ou 3 heures après midi), et baisse ensuite jusqu'au soir ; le calme se rétablit au coucher du Soleil. L'effet inverse se produit la nuit ; le sol se refroidit plus que la mer par voie de rayonnement ; l'appel se fait donc du côté de la mer, et la brise de terre souffle jusqu'à ce qu'un équilibre passager se soit rétabli vers le matin, à l'heure où le Soleil va paraître et déterminer bientôt des mouvements opposés. Ce sont là des vents locaux dont la présence est souvent masquée par d'autres causes accidentelles plus puissantes.

Vents alisés. — Si on considère la répartition de la chaleur, non plus dans une région quelconque, mais sur le globe entier, on voit aussitôt que la température élevée des contrées équatoriales doit produire en grand un effet analogue, c'est-à-dire un appel énergique des couches inférieures placées sur les zônes moins échauffées. Tout autour de la Terre, une brise du nord doit donc souffler vers l'équateur, dans notre hémisphère boréal, et une brise du sud, dans l'hémisphère opposé (fig. 47). Ces vents ne seront point soumis à une alternative diurne, comme les brises de Terre et de mer, car l'excès de chaleur des contrées équatoriales se maintient encore en partie pendant la nuit. En outre, le courant ascendant de ces régions s'élève à une cer-

taine hauteur; puis il se déverse au nord et au sud pour aller remplacer au loin l'air qui a afflué vers l'équateur. Il résulte de là, dans chaque hémisphère, deux courants opposés : l'un inférieur et marchant vers l'équateur, l'autre supérieur et marchant vers le pôle. Si la Terre ne tournait pas, rien ne viendrait troubler la direction de ces vents; l'alisé inférieur de notre hémisphère serait un vent soufflant du nord, de même que l'alisé des régions australes serait un vent de sud. Mais la rotation de la Terre imprime à ces deux courants une déviation vers l'ouest, et les transforme en vents de N. E. et de S. E. Voici comment. Les points des divers parallèles placés au nord et au sud de l'équateur accomplissent leur rotation en vingt-quatre heures; mais comme ils décrivent des cercles inégaux, leurs vitesses linéaires diffèrent d'un parallèle à l'autre, depuis l'équateur où cette vitesse est au maximum, jusqu'aux pôles où elle est nulle *.

Latitude.	Vitesse.	Différences.
0° équateur.....	463^m par seconde	
5	461	2^m
10	456	5
15	447	9
20	435	12
25	420	15
30	401	19
35	379	22

Une masse d'air placée sur le parallèle de 35° étant animée d'une vitesse de 379^m par seconde, de l'ouest à l'est, si elle était transportée tout à coup sur le parallèle de 30°, sa vitesse se trouverait bien inférieure à celle des points de ce parallèle; les obstacles placés sur le sol et faisant corps avec lui viendraient la choquer de l'ouest à l'est, avec un excédant de vitesse de 22^m par seconde. Evidemment l'effet produit serait le même que si la masse d'air venait frapper ces points avec

* Ces nombres s'obtiennent aisément : la circonférence d'un parallèle dont la latitude est L, est $2\pi r \cos L = 40\,000\,000^m \cos L$. Cette circonférence étant décrite en 24 heures, l'espace parcouru en une seconde sera le quotient du nombre précédent divisé par 86400.

une vitesse de 22^m par seconde dirigée en sens contraire, c'est-à-dire de l'est à l'ouest. Le transport subit de cette masse d'air, du parallèle de 35° à celui de 30°, donnerait donc lieu à un vent d'est extrêmement violent, à une véritable tempête. Mais en réalité le transport de la masse d'air se fait successivement; cet air acquiert peu à peu, par la friction que le sol exerce sur lui, la vitesse qui lui manque, et il atteint le parallèle de 30° avec une vitesse inférieure seulement de quelques mètres à celle du sol; il produira donc l'effet d'un vent d'est modéré. Il en sera de même pour le parallèle suivant. L'intensité de ce vent d'est ira en diminuant vers l'équateur, parce que les différences de vitesse des parallèles vont pareillement en diminuant. A l'équateur même, le vent d'est devra entièrement disparaître.

On voit que les masses d'air appelées vers l'équateur ne détermineront pas un vent du N., mais bien un vent du N. E., suivant la résultante des deux mouvements de translation, l'un dirigé du nord vers l'équateur, l'autre dirigé en sens inverse de la rotation du globe. Dans l'hémisphère austral, les mêmes causes engendreront un vent constant de S. E. Ces deux vents diminuent d'intensité à mesure qu'on se rapproche de l'équateur où ils cessent tout à fait de se faire sentir. Là est en effet la région des calmes, interrompus par des brises sans direction constante. Les phénomènes que nous venons de décrire se retrouvent dans la nature, jusque dans les moindres détails, avec un caractère de constance et de régularité qui ne laisse guère de doute sur la nature des causes auxquelles on les rapporte. L'alisé supérieur de notre hémisphère doit avoir, d'après cette théorie, une direction S. O. opposée à celle de l'alisé inférieur, puisque les masses d'air qui sont élevées par le courant équatorial et se déversent vers les pôles, atteignent les parallèles successifs avec un excédant de vitesse (d'ouest à est) due à la rotation du globe. Telle est aussi la direction constatée de ce contre-courant que la marche des nuages élevés rend bien reconnaissable. Enfin l'alisé supérieur doit se rapprocher de plus en plus du sol, et commencer à se faire sentir par delà la région des vents de N. E. C'est encore là ce qui a lieu et ce que vérifient chaque jour les navigateurs. Ceux qui vont d'Europe vers la partie équatoriale de l'Amérique, profitent de l'alisé

N. E. inférieur * et ont à lutter contre lui au retour; ceux qui traversent l'Atlentique dans les régions plus boréales, par exemple d'Angleterre aux États-Unis, rencontrent l'alisé supérieur qui s'est abaissé jusqu'au sol, tout en conservant sa direction de S. O; ils doivent compter sur une traversée beaucoup plus rapide au retour. C'est encore à l'influence d'ailleurs moins régulière de l'alisé supérieur que l'on attribue la prédominance des vents de S. O. parmi ceux qui soufflent dans nos contrées européennes.

---

* L'alisé du N. E. a été signalé pour la première fois par Christophe Colomb; sa constance avait même alarmé les compagnons du grand navigateur; ils craignaient d'y trouver un obstacle à leur retour.

LIVRE TROISIÈME.

ÉTUDE DU MOUVEMENT ANNUEL DE TRANSLATION DE LA TERRE.

Les nombreuses applications auxquelles nous a conduit l'examen détaillé de la rotation diurne de notre planète montrent bien toute l'importance de cette étude préliminaire, base et même partie principale de la Cosmographie. L'étude du mouvement de translation ne sera pas moins féconde. S'il est permis de séparer ainsi ces deux mouvements, de ne tenir compte d'abord que de la rotation diurne, sans se préoccuper de la translation annuelle, c'est que l'univers nous a offert deux classes de corps bien différents. Les uns (les étoiles) entièrement étrangers au système solaire, situés à une distance infinie par rapport à tous nos moyens de mesure, ne nous présentent que des apparences relatives à la rotation ; en observant ces points fixes, nous avons étudié les lois du mouvement diurne de la Terre dans des phénomènes où le mouvement annuel n'a aucune part. Les autres astres (le Soleil et les planètes) au contraire, sont voisins de nous, et s'ils doivent participer, comme les étoiles, à la rotation journalière du ciel, ils doivent présenter aussi d'autres apparences relatives à notre mouvement de translation. C'est là qu'il faut en chercher les lois. Mais les planètes circulent, avec la Terre, autour du Soleil. L'observateur a donc sous les yeux un effet mêlé de réalités et d'apparences. Le problème serait inextricable si le monde solaire ne nous présentait un point fixe comme sont les étoiles, mais placé près de nous, le Soleil, en un mot, dont les mouvements apparents résultent uniquement de ceux de la Terre. Puisque la rotation diurne, ses lois et ses effets sont désormais bien connus, il sera facile d'en tenir compte et de démêler, dans les phénomènes que le Soleil nous offre, ce qui appartient au seul mouvement de translation du globe ter-

restre. C'est pourquoi les *Tables* astronomiques du Soleil ne sont pas autre chose que les Tables des mouvements de la Terre.

L'orbite terrestre étant connue à son tour, on peut aborder l'étude des autres planètes, écarter la double illusion produite par nos propres mouvements, et n'avoir plus à discuter que des réalités. C'est le triomphe de l'esprit humain que d'avoir su les dégager de tant de causes d'erreurs; car il n'est pas possible de citer un seul phénomène astronomique qui se présente à nos yeux sous son vrai point de vue, ni un seul astre que nous apercevions à sa vraie place.

Nous suivrons encore ici la marche adoptée dans la première partie, marche qui consiste à poser d'abord les lois mécaniques du mouvement de translation, à chercher les apparences qu'il doit faire naître, et à comparer ces théories avec les phénomènes célestes. Elles nous serviront d'abord de guide dans le choix des coordonnées et des observations les plus propres à mettre en évidence les éléments du problème. Puis viendront les applications.

CHAPITRE PREMIER.

MOUVEMENT DE TRANSLATION. — LOIS DE KÉPLER.

La théorie des mouvements célestes (des planètes autour du Soleil et des satellites autour de leurs planètes respectives) est basée sur deux faits généraux et sur trois lois dont on doit la découverte à Képler.

Les deux faits généraux sont :

1° L'*inertie* de la matière, qui consiste en ce que tout mobile persévère indéfiniment dans la même direction et la même vitesse, tant qu'une force extérieure ne vient pas agir sur lui; réciproquement, toute modification qui survient soit dans la vitesse, soit dans la direction d'un mobile accuse l'influence d'une force étrangère. Il suffit d'énoncer ce fait-principe : il trouve sa confirmation dans tous les phénomènes de mouvement qui se passent autour de nous ou par nous. Nous savons, en effet, par l'examen des faits les plus vulgaires, que les corps

bruts sont dénués de spontanéité, et que les corps vivants eux-mêmes ne se meuvent, en vertu des forces qu'ils développent, qu'à la condition de mettre à profit la résistance du sol et l'inertie des corps environnants.

2° *L'absence de tout milieu résistant dans les espaces célestes.* Les corps terrestres qui se meuvent autour de nous ne peuvent se déplacer sans agir sur le milieu aérien où ils sont plongés, et sans lui communiquer une partie de leur vitesse; la résistance de l'air est donc une cause permanente qui modifie toute vitesse et finit à la longue par l'épuiser. On sent combien l'intervention d'un milieu résistant compliquerait les lois de la mécanique céleste; mais la persistance et l'inaltérabilité des mouvements planétaires, depuis les temps les plus reculés, montre assez que les espaces célestes ne leur opposent aucune résistance et peuvent être considérés comme vides de toute matière. Nous avons déjà (p. 14) tiré cette conséquence de phénomènes tout à fait différents.

Lois de Képler.— 1° Chaque planète se meut autour du Soleil dans une orbite plane où le rayon vecteur (ligne idéale qui joint le centre du Soleil à celui de la planète) décrit des aires égales en temps égaux.

2° Les courbes décrites par les planètes sont des ellipses dont le Soleil occupe un foyer.

3° Les carrés des temps employés par les planètes à achever leurs révolutions autour du Soleil sont proportionnels aux cubes des grands axes de leurs ellipses.

Puisque les planètes se meuvent en ligne courbe, il faut en conclure, en vertu du principe d'inertie, qu'une force extérieure agit sans cesse sur elles pour modifier la direction de leurs mouvements. La première loi de Képler prouve que cette force est dirigée vers le centre du Soleil. C'est donc le Soleil qui, par son attraction, force chaque planète de dévier de la trajectoire rectiligne qu'elle parcourrait en vertu de sa seule vitesse actuelle, et la fait sans cesse retomber vers lui. De même la pesanteur terrestre sollicite incessamment les projectiles vers le centre de notre globe, les empêche de se mouvoir dans le sens de leur impulsion initiale, courbe leur trajectoire et les ramène enfin sur le sol. Si l'impulsion primitive était suffisante, nul doute que le projectile ne parcourût autour du

centre de la Terre une courbe plane et fermée où il circulerait indéfiniment, pendant que le rayon vecteur décrirait autour de ce centre des aires égales en temps égaux.

Comme les satellites qui circulent autour des planètes principales (autour de la Terre, de Jupiter, de Saturne....) obéissent également à cette loi, il en résulte qu'ils sont aussi retenus dans leurs orbites par une force dirigée vers le centre de leurs planètes respectives. Cette attraction centrale n'est donc point une propriété exclusive du Soleil; tous les corps l'exercent les uns sur les autres avec une énergie proportionnelle à leurs masses, mais qui varie en raison inverse du carré de leurs distances mutuelles. Ce sont là les conséquences mathématiques des deux dernières lois de Képler.

En effet, de la deuxième loi qui détermine la nature de la courbe décrite par une planète quelconque, on déduit aisément que la force centrale exercée par le Soleil sur cette planète n'est pas constante, mais qu'elle diminue quand la planète s'éloigne, et augmente au contraire quand celle-ci se rapproche. Newton a montré, par une analyse qui ne saurait être exposée ici, que si la trajectoire décrite par une planète est une ellipse, la force centrale qui détermine la figure de cette courbe doit varier en raison inverse du carré des distances.

La troisième loi de Képler ne nous est pas actuellement nécessaire; nous y aurons recours quand il s'agira de l'ensemble du système planétaire. Bornons-nous à indiquer ici la conséquence principale de cette troisième loi : elle établit que l'attraction exercée par le Soleil est toujours la même (sauf sa variation en raison inverse du carré des distances), quelles que soient la nature et la quantité des molécules matérielles dont les planètes sont formées. En d'autres termes, une grosse et une petite planète, une simple molécule matérielle de nature quelconque tomberaient vers le Soleil exactement avec la même vitesse, si elles étaient abandonnées, à la même distance du Soleil, à l'attraction de cet astre*. Or c'est là précisément un des ca-

* Comme il n'y a pas, dans la nature, d'action sans réaction, il faut bien admettre que tout corps attiré par le Soleil exerce aussi sur lui une attraction proportionnée à sa masse propre. Mais les masses des planètes étant très-faibles, en comparaison de celles du Soleil, il est inutile d'en tenir compte ici, et de modifier en conséquence l'énoncé de la troisième loi de Képler

ractères de la pesanteur terrestre. On a soin de démontrer dans les cours de physique que les corps, en tombant, acquièrent la même vitesse en temps égaux, quel que soient leurs masses et leurs propriétés physiques ou chimiques (quand on fait abstraction de la résistance de l'air), et qu'ils arrivent en même temps sur le sol s'ils tombent de la même hauteur. Cependant, pour retenir ces divers corps et les empêcher de tomber, il faut employer un effort d'autant plus grand qu'ils ont plus de masse, c'est-à-dire plus de particules matérielles. Concluons donc que l'attraction du Soleil s'exerce également, comme la pesanteur terrestre, sur toutes les molécules matérielles. Les corps soumis à cette attraction *gravitent* vers le centre du Soleil avec une énergie d'autant plus grande qu'ils contiennent plus de molécules attirées. S'ils étaient retenus par un obstacle, ils pèseraient sur cet obstacle proportionnellement à leurs masses; mais s'ils sont libres, ils tomberont vers le Soleil avec une vitesse qui ne dépend point de la masse du corps attiré, mais de sa distance au centre d'attraction.

Pour continuer l'assimilation de la pesanteur terrestre avec cette force centrale dont les masses planétaires sont douées, il faudrait montrer que la première varie aussi en raison inverse du carré de la distance. Or nous ne pouvons nous éloigner assez du centre de la Terre pour obtenir cette vérification*; heureusement elle a été fournie par le satellite de la Terre, et nous verrons, à la suite de la théorie de la Lune, que la force centrale par laquelle elle est retenue dans son orbite, n'est autre chose que la pesanteur terrestre.

---

* En effet la hauteur de la montagne la plus élevée ne dépasse point $\frac{1}{720}$ du rayon terrestre (p. 12). L'aplatissement de notre globe fournit un meilleur moyen de s'écarter plus ou moins du centre, tout en restant à la surface, puisque le rayon équatorial surpasse de $\frac{1}{300}$ environ le rayon polaire. Si la pesanteur varie, comme l'attraction du Soleil, en raison inverse du carré de la distance au centre, son intensité devra augmenter de l'équateur aux pôles, dans le rapport de $\left(1-\frac{1}{300}\right)^2$ à 1^2 ou de $1-\frac{1}{150}$ à 1. C'est en effet ce que l'on a constaté en mesurant, en plusieurs points du globe, la longueur du pendule qui bat la seconde. Cette cause de variation, dans l'intensité de la pesanteur, doit être soigneusement distinguée de la force centrifuge qui produit un effet analogue (p. 94).

CHAPITRE II.

THÉORIE DES MOUVEMENTS APPARENTS.

Plaçons maintenant un observateur sur une de ces planètes qui, en obéissant aux lois de Képler, décrivent des ellipses presque circulaires autour du Soleil, et cherchons sous quel aspect il verra l'univers, quelle apparence son mouvement de translation, dont il ne peut avoir conscience, fera naître pour lui. D'abord l'observateur se croira immobile, car tout reste autour de lui sur sa planète dans le même état, qu'elle soit en repos ou en mouvement; les mouvements des corps voisins s'accomplissent dans une indépendance parfaite vis-à-vis du mouvement de translation générale, et, par exemple, il voit autour de lui les corps tomber en suivant les lois de la pesanteur, sans que l'état de mouvement ou de repos de la planète puisse y apporter des modifications. Cette indépendance est même bien plus complète qu'à l'égard du mouvement de rotation, dont les vents alisés nous ont décelé l'influence sur les mouvements intérieurs de l'atmosphère.

En vertu du même principe, nous avons pu traiter séparément des illusions qui naissent du mouvement de rotation de la planète; nous allons en faire autant pour le mouvement de translation pris à part, et nous chercherons plus tard l'effet résultant de ces deux sortes d'apparences combinées. Supposons donc que l'observateur soit transporté (sans tourner sur lui-même) le long de la courbe TT'T'' (fig. 60) avec une vitesse quelconque, tandis qu'il se croit immobile en un certain point de l'espace, en T par exemple, et cherchons quel déplacement apparent cette translation produira :

1° Sur un astre immobile placé à une distance infinie;

2° Sur un astre immobile placé à une distance finie;

2° Sur un astre immobile placé au centre du mouvement de translation de l'observateur.

Puisque nous faisons abstraction de toute rotation, et que le mouvement de translation n'en engendre par lui-même en aucune façon, *même quand il s'agit de translation dans une courbe*

fermée, l'œil placé en T, T', T''... sera constamment orienté de la même manière dans l'espace absolu. D'après cela, si une étoile *e* est perçue sur la rétine, en un certain point placé sur la direction T*e*, ce sera encore le même point de la rétine qui recevra l'impression en T', en T''..., pourvu que les rayons de lumière T*e*, T'*e*, T''*e*... émanés de l'étoile, soient réellement parallèles. L'observateur verra donc toujours l'étoile dans la même direction, il la jugera immobile comme lui-même; rien ne l'avertira de son mouvement. Ce qui vient d'être dit d'un œil peut être dit du globe terrestre tout entier (en négligeant son mouvement de rotation); il sera, dans toutes ses positions, rencontré aux mêmes points et sous les mêmes incidences, par les rayons parallèles de l'étoile immobile, absolument comme si ce globe était lui-même en repos.

Mais si l'astre n'est point à une distance infinie, le spectateur, placé sur une planète et se croyant en repos, attribuera son propre mouvement à l'astre lui-même, auquel il verra décrire dans le même temps une orbite égale (en dimensions linéaires) à la sienne propre. C'est ce qui a lieu, en effet, et nous touchons ici à une des démonstrations les plus convaincantes du système de Copernic; mais son exposition complète appartient aux derniers livres de cet ouvrage sur les planètes et les étoiles. Ici nous nous bornerons à exposer la théorie de ces apparences pour l'astre qui est situé au centre même de nos mouvements réels, c'est-à-dire pour le Soleil.

Soient TT'T''... (fig. 61) l'orbite elliptique de la Terre et S le Soleil placé au foyer de cette orbite. Puisque nous faisons ici provisoirement abstraction de toute rotation, le mouvement de translation dont la Terre est animée transportera l'œil, parallèlement à lui-même, le long de la trajectoire réelle TT'T''..., Le Soleil S sera donc vu dans les directions successives TS, T'S, T''S, toutes différentes par rapport à l'axe même de l'œil. Et puisque l'observateur se juge immobile en quelque lieu de l'espace, en T, par exemple, transportons-y, parallèlement à lui-même, l'œil sur lequel nous avons marqué ces diverses directions, et nous trouverons en TS, TS', TS'' celles que le Soleil paraîtra avoir occupées successivement. Les distances n'étant pas d'ailleurs comprises dans ce genre d'illusion, il faudra leur conserver leur grandeur réelle, en sorte que l'orbite apparente

du Soleil sera une ellipse égale à celle que la Terre décrit, et ayant la Terre pour centre*.

De prime abord il semble que, le Soleil paraissant se mouvoir en sens inverse de la Terre, son mouvement apparent doit être *rétrograde* comme le mouvement diurne des étoiles, puisque nous avons nommé *direct* le sens de la translation et de la rotation réelles de la Terre. Il n'en est rien : le mouvement apparent annuel du Soleil est *opposé* à celui de la Terre et en même temps direct comme lui. Il suffit, pour le comprendre, de jeter les yeux sur le sens des flèches qui indiquent toutes deux un mouvement direct. D'ailleurs la figure 62, où les positions réelles de la Terre sont T', T'', T''', pendant que le spectateur la juge au centre S, montre bien que les lieux apparents du Soleil S', S'', S''' sont seulement placés dans la région *opposée* de la trajectoire annuelle, à 180° des positions réelles de la Terre.

Ainsi les phénomènes se passeront exactement de la même manière, soit qu'on veuille attribuer le mouvement au Soleil, soit qu'on l'attribue à la Terre en laissant le Soleil immobile. Nous nous retrouvons ici dans un cas analogue à celui du mouvement diurne, et, tant qu'il ne s'agira que des apparences, nous pourrons dire indifféremment : le Soleil, ou la Terre a achevé la révolution annuelle, de même que nous disons indifféremment : le Soleil se lève, ou notre horizon oriental vient d'atteindre le Soleil.

Pour étudier ces phénomènes et suivre le Soleil dans ses mouvements apparents, il nous reste à faire choix d'un système de coordonnées convenables. Ces coordonnées devront satisfaire à deux conditions : 1° elles devront être indépendantes du mouvement de rotation diurne de la Terre; 2° il faut qu'elles se rapportent aux centres des deux astres, seuls points auxquels s'appliquent les lois de Képler. Les deux chapitres suivants ont pour but d'établir ce système de coordonnées, et de faire voir

* La remarque suivante sera peut-être utile. En prolongeant l'orbite de la Terre (fig. 61), le spectateur aura bientôt le Soleil S *derrière lui*; il devra se retourner pour le voir. Mais en rapportant cette direction au point T, centre des mouvements apparents, il faudra défalquer ce mouvement de rotation que l'œil s'est donné, et alors la position apparente du Soleil se trouvera convenablement placée sur le dessin.

comment un observateur, placé à la surface de la Terre, peut déterminer la position d'un astre quelconque, voisin ou éloigné, vu du centre même de notre globe.

CHAPITRE III.

COORDONNÉES PUREMENT CÉLESTES : ASCENSIONS DROITES ET DÉCLINAISONS. — GLOBES CÉLESTES. — CONSTELLATIONS.

Ascensions droites et déclinaisons. — Le système de coordonnées qui a été employé pour la description de la Terre (p. 71) est évidemment applicable à une sphère quelconque, mobile ou immobile, et par conséquent à la sphère céleste. Prenons donc pour axe de ce système la ligne des pôles, autour de laquelle s'effectue la rotation apparente de cette sphère idéale, et pour plan fondamental l'équateur céleste. Les plans secondaires passant par l'axe coupent la sphère suivant des demi-grands cercles, nommés méridiens célestes ou *cercles de déclinaison*, tous perpendiculaires à l'équateur céleste.

Convenons de prendre pour origine le cercle de déclinaison passant par l'étoile qui a été choisie déjà pour marquer, par ses passages aux méridiens terrestres, le commencement du jour sidéral. Les coordonnées d'un point quelconque de la sphère seront :

1° L'*ascension droite* de ce point, c'est-à-dire l'angle dièdre compris entre son cercle de déclinaison et celui de l'étoile-origine; cet angle dièdre est mesuré par l'arc que ces deux cercles interceptent par l'équateur céleste. Les ascensions droites se comptent de 0° à 360° en allant vers l'est, en sens inverse des longitudes terrestres, des angles horaires, du mouvement diurne, par conséquent dans le *sens direct*. Nous verrons bientôt le motif qui a dicté ces conventions.

2° La *déclinaison* de ce point, c'est-à-dire l'arc du cercle de déclinaison qui se trouve compris entre ce point et l'équateur céleste. Les déclinaisons se comptent à partir de l'équateur de 0° à ± 90°, les points situés sur l'hémisphère céleste boréal

ayant des déclinaisons positives, et ceux de l'hémisphère austral ayant des déclinaisons négatives.

Il est bien évident que ce système est entièrement semblable à celui des angles horaires et des déclinaisons. Ils ont déjà une des deux coordonnées communes, la déclinaison ; l'autre coordonnée, l'ascension droite, ne diffère de l'angle horaire que par le sens dans lequel on la compte. Malgré ces analogies, ces deux systèmes ne doivent pas être confondus : l'un est pour ainsi dire fixé au sol de l'observateur; il est immobile comme lui (dans le langage des apparences), et les astres viennent passer à tour de rôle, en vertu du mouvement diurne de la sphère étoilée, par la série des plans horaires distribués tout autour de l'axe du système de ces plans. Ici, au contraire, nous considérons une sphère tournante qui porte, tracés sur sa surface, son équateur, tous ses cercles de déclinaison, en un mot son réseau de cercles coordonnés, absolument semblable à celui qu'on dessine sur un globe terrestre. Mais comme ces deux systèmes; l'un terrestre et fixé avec l'observateur à un lieu donné, l'autre céleste et perpétuellement mobile, ont juste le même axe, la ligne des pôles, il en résulte que les plans célestes des cercles de déclinaison viennent coïncider à tour de rôle avec un plan horaire quelconque, par exemple avec le méridien du lieu. Le mouvement diurne, dont la vitesse nous a déjà servi à mesurer les angles horaires et les longitudes, servira également pour les ascensions droites ; l'angle dièdre compris entre deux cercles de la sphère céleste doit être proportionnel au temps qu'ils mettent à *passer* successivement au méridien d'un lieu quelconque. Quand un cercle de déclinaison passe au méridien et coïncide avec lui, il en est de même de tous les points, de toutes les étoiles de ce cercle; ces étoiles passent toutes au même moment; donc l'ascension droite d'une étoile quelconque est égale au temps écoulé (transformé en arc à raison de 15° pour 1^h) entre le passage du cercle de déclinaison pris pour origine et celui du cercle de déclinaison sur lequel cette étoile se trouve. Or la pendule sidérale d'un lieu quelconque marque $0^h\,0^m\,0^s$ au passage du premier cercle, puisque nous avons choisi pour origine des coordonnées nouvelles précisément le cercle de déclinaison de l'étoile prise pour marquer l'origine du jour sidéral ; le temps écoulé jusqu'au passage du cercle suivant,

c'est-à-dire l'ascension droite de tous les points de ce cercle sera donc précisément l'heure marquée par la pendule à cet instant-là ; il en résulte que

L'ascension droite d'un astre est égale à l'heure sidérale de son passage au méridien (transformée en arc à raison de 15° pour 1^h)*.

Mais nous avons déterminé les heures à l'aide de la lunette méridienne, ainsi que les déclinaisons à l'aide du cercle mural ; nous connaissons donc déjà les coordonnées nouvelles que nous venons de définir, en sorte que le tableau de la page 60 pourrait être intitulé : ascensions droites des étoiles, aussi bien que : heures du passage des étoiles au méridien.

Maintenant mettons en évidence les motifs des conventions relatives au nouveau système. D'abord, en prenant pour origine des ascensions droites (angles dièdres ou arcs correspondants de l'équateur) un autre point de la sphère que celui dont les passages nous servent à régler le jour sidéral, les heures ne répondraient plus aux ascensions droites ; l'ascension droite d'une étoile serait toujours égale au temps écoulé entre son passage au méridien et celui du point initial ; mais pour avoir ce temps il faudrait retrancher l'une de l'autre les heures sidérales correspondantes à ces deux passages ; on évite cette soustraction en adoptant le même point pour origine du temps et des ascensions droites. Reste la convention adoptée pour le sens de cette coordonnée. Nous avons vu (page 49) que le système des vingt-quatre cercles horaires peut être considéré comme le cadran *immobile* d'une horloge dont l'étoile-origine serait l'aiguille ; nous avons vu aussi comment on remplaçait au besoin cette étoile-origine par d'autres étoiles fondamentales, et comment les passages méridiens de celles-ci, par chacun des vingt-quatre plans horaires, font connaître l'heure sidérale tout aussi bien que ceux du point pris pour origine ou pour index. De nombreuses observations, exécutées par les astronomes à l'aide

---

* On évite ordinairement cette transformation ; au lieu de dire que l'ascension droite de Sirius est 99°38'44",85, on peut dire qu'elle est de $6^h 38^m 34^s,90$; c'est comme si la circonférence avait été divisée, non en 360 parties égales nommées *degrés*, mais en 24 parties égales nommées *heures*, dont les subdivisions procèdent ensuite comme celles des degrés.

de la lunette méridienne associée à la pendule sidérale, ont fait connaître en effet, avec une extrême précision, les heures sidérales qui répondent aux passages de toutes les étoiles par le méridien. Dès lors on peut considérer l'horloge céleste sous un nouveau point de vue, prendre la sphère étoilée pour cadran *mobile* dont les divisions irrégulièrement espacées viendraient se présenter successivement à l'aiguille *fixe* qui devient ici le plan immobile du méridien. Or l'ordre des divisions d'un cadran doit être interverti quand on fixe l'aiguille et qu'on fait tourner le cadran lui-même dans le sens où l'aiguille marchait auparavant. Il faut donc que la numération des cercles de déclinaison aille au rebours de celle des plans horaires. Celle-ci procède dans le sens du mouvement diurne, de l'est à l'ouest : par conséquent celle-là devra procéder dans le sens opposé, de l'ouest à l'est, de droite à gauche, en un mot, dans le sens que les astronomes nomment *direct*.

Récapitulons rapidement tous les systèmes de coordonnées qui ont paru jusqu'ici. 1° Le système des azimuts et des hauteurs; c'est le plus particulier de tous, en ce sens que chaque horizon terrestre a le sien et qu'un astre ne peut avoir, à un instant donné, tel azimut et telle hauteur, qu'en un lieu déterminé du globe; 2° le système des angles horaires et des déclinaisons est moins particulier que le précédent, car tous les lieux situés sur un même méridien terrestre ont le même système de plans horaires; cependant une étoile ne peut être vue, à un instant donné, dans un plan horaire donné, qu'aux lieux situés sur un méridien terrestre déterminé; 3° le système des ascensions droites et des déclinaisons n'a plus rien de relatif à la situation de l'observateur; les coordonnées d'une étoile sont partout les mêmes, en quelque lieu qu'on les ait déterminées, pourvu qu'on ait adopté partout le même point de l'équateur céleste pour origine ou zéro des ascensions droites.

Globes célestes. — Il est évident qu'on peut se servir des coordonnées célestes pour représenter graphiquement le ciel étoilé sur un globe ou sur des cartes, en opérant comme nous avons fait déjà pour la Terre à l'aide des coordonnées géographiques de ses divers points. On tracera, sur un globe de bois ou de carton, un grand cercle quelconque pour figurer l'équateur céleste; les pôles de ce grand cercle seront le pôle boréal

et le pôle austral, où doivent concourir tous les cercles de déclinaison ou les méridiens célestes. On prendra sur l'équateur un point pour origine des ascensions droites qui devront être comptées dans le sens direct, c'est-à-dire en sens inverse des aiguilles d'une montre (le pôle boréal étant en haut). Si on veut marquer sur cette sphère une étoile quelconque, par exemple la Polaire, dont voici les coordonnées :

Ascension droite ou Æ* $= 1^h 5^m 34^s = 16° 23'$,
Déclinaison ou D $= + 88° 31'$,

on portera sur l'équateur un arc de 16° 23', à partir de l'origine et dans le sens direct ; par l'extrémité de cet arc, on fera passer un cercle de déclinaison sur lequel on comptera 88° 31', en allant de l'équateur vers le pôle boréal. Le point ainsi déterminé sera la position de l'étoile polaire. S'il s'agissait d'une étoile dont la déclinaison fût négative, on compterait la déclinaison sur l'hémisphère opposé. Ordinairement les globes célestes portent un réseau tout tracé de méridiens et de parallèles, afin qu'on puisse y lire à première vue les coordonnées de chaque étoile ; les méridiens sont espacés de 15° en 15°, et divisent l'équateur en 24 parties égales représentant des heures. De cette manière, on peut exprimer indifféremment les ascensions droites en arc ou en temps. Ces globes, qui ont l'inconvénient de représenter le ciel comme s'il était vu du dehors**, sont pourtant très-utiles pour l'étude de la cosmographie. On les monte sur un pied avec deux cercles fixes qui représentent l'horizon et le méridien du lieu où l'observateur se suppose placé ; le globe lui-même tourne autour d'un axe dont les tourillons sont portés par le cercle méridien. Tous les systèmes de coordonnées sphériques se trouvent réalisés par ce simple appareil : les azimuts se comptent sur le cercle horizontal ; les hauteurs peuvent être figurées et mesurées à l'aide d'une équerre flexible en carton que l'on applique sur le globe en appuyant un des côtés de l'angle droit sur

* Ascension droite ou *Ascensio Recta*, d'où le signe Æ.

** On en a construit d'assez grands pour que le spectateur pût se placer dans l'intérieur et regarder les constellations figurées sur la concavité de la sphère ; de cette manière le tableau du ciel est évidemment plus fidèle.

le cercle de l'horizon; les plans horaires sont représentés par l'un d'entre eux, le méridien; enfin les ascensions droites et les déclinaisons sont tracées sur le globe même. Tous les problèmes cosmographiques relatifs aux heures du lever et du coucher des astres, à la durée de leur apparition diurne sur l'horizon d'un lieu donné, à la détermination de l'heure par la hauteur d'une étoile ou du Soleil, etc., pourront se résoudre graphiquement à l'aide de ce globe et d'un compas.

Au lieu de globes, on emploie aussi des cartes : telle est la mappemonde céleste (fig. 34) que j'ai empruntée à l'excellent traité de navigation de M. Caillet. Comme ces cartes sont fondées sur les mêmes principes que les cartes géographiques, nous nous bornerons à renvoyer le lecteur au chapitre consacré à ces dernières.

Constellations. — La description du ciel étoilé se réduit essentiellement, chez les modernes, à la mesure des coordonnées sphériques des étoiles (à l'aide de la lunette méridienne et du cercle mural) et aux *catalogues* où l'on inscrit ces coordonnées. Les globes et les cartes ne sont que des auxiliaires des catalogues. Les premiers peuples n'avaient ni systèmes de coordonnées, ni globes, ni cartes célestes; ils avaient imaginé un mode descriptif extrêmement compliqué pour reconnaître et désigner les diverses étoiles : c'est le système des constellations. Les étoiles brillantes forment des groupes plus ou moins remarquables où l'imagination crut reconnaître diverses figures, des animaux, des hommes, etc. En dessinant, par la pensée, une configuration tout autour d'un de ces groupes, une Ourse, un Chien, un Scorpion, un Chasseur avec son baudrier et sa massue (fig. 34 *bis*), il devenait possible de désigner une étoile en disant, par exemple : l'étoile placée dans l'œil du Chien (Sirius); les trois étoiles du baudrier d'Orion; le Cœur du Scorpion (Antarès); la Perle, dans la Couronne; la première étoile qui se trouve dans l'effusion du Verseau; la 3e de la queue de la Grande-Ourse, etc.... En fait, quand on veut se familiariser avec l'aspect du ciel étoilé et apprendre à connaître les étoiles, c'est encore ce procédé primitif qu'il faut suivre. Plus tard on simplifia cette nomenclature en désignant les étoiles de chaque constellation, non plus par la place qu'elles occupent dans la figure, mais par des lettres de l'alphabet grec. Les

astronomes ont conservé cet usage assez récent, et désignent encore aujourd'hui les étoiles (visibles à l'œil nu) par une lettre grecque jointe au nom de la constellation : ils pourraient se borner à énoncer l'ascension droite et la déclinaison de l'étoile; mais, dans une foule de cas, le nom de la constellation et la lettre grecque suffisent. On trouvera, dans le dernier livre, quelques autres détails sur les étoiles. Comme elles ne servent guère à l'astronome que de points de repère, il suffit d'en déterminer les positions, avec une grande exactitude, à l'aide des instruments méridiens, et c'est ce qui a été fait de la manière la plus satisfaisante. Il est bon cependant de se familiariser avec l'aspect du ciel et de connaître les principales constellations. La marche la plus simple à suivre, pour y parvenir, consiste à chercher sur le ciel même les étoiles marquées sur une carte, en commençant par celles qui forment autour du pôle des configurations aisées à reconnaître, telles que la Grande-Ourse et Cassiopée; là on n'a point à craindre de confondre les planètes brillantes avec des étoiles. De proche en proche, on rattache les autres étoiles aux constellations déjà connues en se guidant sur des *alignements* qu'on aura remarqués sur la carte.

On comprend, à l'inspection de la figure 11 relative à nos climats européens, que la voûte étoilée n'est pas entièrement visible pour nous. Ceux qui ont la *sphère parallèle* (les contrées polaires, fig. 12), n'en voient que la moitié; ceux qui ont la *sphère droite* (à l'équateur terrestre, fig. 13), la voient tout entière. Quant à nous, qui avons la *sphère oblique* (fig. 11), l'horizon NESO nous cache le pôle P' et les étoiles qui circulent autour de ce pôle sans atteindre jamais notre horizon. Les étoiles invisibles pour nous sont celles dont la distance au pôle P' est égale à l'arc P'S = PN = la hauteur du pôle visible; ce sont les étoiles australes dont la déclinaison égale ou surpasse eS, complément de la latitude. A Paris, toute étoile dont la déclinaison australe ou négative surpasse 41° 10' est invisible*.

Pour faire une description complète du ciel étoilé, il ne suffit donc point d'observer dans nos climats; il faut encore se trans-

* La réfraction peut encore faire apparaître un instant sur l'horizon de Paris les astres qui ont — 41° 44' de déclinaison.

porter sur l'autre hémisphère terrestre, où se voient d'autres étoiles que les anciens ne connurent pas. Cette entreprise a été réalisée, dans le dernier siècle, par le célèbre abbé de La Caille, qui alla au cap de Bonne-Espérance pour déterminer, de concert avec Lalande (à Berlin), les parallaxes de la Lune et de Mars, mesurer un degré du méridien sur l'hémisphère austral, et déterminer les coordonnées de 10000 étoiles du ciel austral. En neuf mois, cet infatigable astronome est parvenu à terminer ces immenses travaux.

Le système purement céleste des ascensions droites et des déclinaisons va maintenant nous servir à déterminer, à chaque instant, la position que le Soleil occupe dans son orbite apparente. Mais ici il n'est plus permis, comme pour les étoiles, de réduire la Terre à un point, centre de la sphère céleste; les dimensions de notre globe ne sont plus évanouissantes, en comparaison des distances du Soleil ou des planètes. De plus, les lois du mouvement se rapportent aux centres de ces astres et à celui de la Terre, tandis que les observations sont faites à la surface du globe, à près de 1600 lieues du point qui seul obéit aux lois de Képler. Est-il possible, tout en observant à la surface, d'obtenir les coordonnées des astres, telles qu'elles seraient mesurées par un observateur placé au centre? En d'autres termes, quelle *différence*, quelle *parallaxe* le transport de l'observateur, de la surface au centre de la Terre, introduirait-il dans la direction des astres, ou dans la mesure de leurs coordonnées sphériques?

CHAPITRE IV.

PARALLAXE ET DISTANCE DU SOLEIL. — DIAMÈTRE APPARENT, DIAMÈTRE RÉEL. — SURFACE ET VOLUME DU SOLEIL.

Effets de la parallaxe. — La question qu'il s'agit de résoudre est celle-ci : un observateur placé en A (fig. 55), à la surface du globe terrestre, voit un astre S dans la direction AS : quel changement cette direction subirait-elle si l'observateur se

transportait en C, centre de la Terre? Ce changement de direction, cette parallaxe, est évidemment l'angle ASC, formé par les deux rayons visuels AS et CS. Or cet angle dépend à la fois de la distance CS de l'astre et de sa position, par rapport à la verticale CA; en d'autres termes, il dépend du triangle ASC, dans lequel nous ne connaissons immédiatement que le rayon CA et l'angle SAC = 180° — SAZ. Ce dernier angle est le complément de la hauteur de l'astre vu du point A, car le plan du triangle ASC est évidemment vertical, et l'angle SAZ n'est autre chose que la distance zénithale de l'astre S. Ce triangle sera donc déterminé si on connaît un troisième élément, l'angle en S, par exemple, ou bien la distance SC de l'astre à la Terre. Supposons cette distance linéaire $SC = \Delta$ connue. Nommons Z la distance zénithale observée ZAS, r le rayon terrestre, et p l'angle ASC ou la parallaxe. Le triangle SAC donne

$$\frac{r}{\Delta} = \frac{\sin p}{\sin Z}, \quad \text{d'où} \quad \sin p \quad \text{ou} \quad p = \frac{r}{\Delta} \sin Z,$$

en remplaçant le sinus de p par l'angle p, ce qui est permis quand il s'agit de très-petits angles.

Le problème de ce chapitre est donc résolu si Δ est connu, car la formule précédente nous donnera, dans tous les cas possibles, la correction qu'il faut appliquer aux observations faites de la surface pour les ramener à ce qu'elles seraient, si elles étaient faites au centre même du globe terrestre.

1° La parallaxe (comme la réfraction) n'influe point sur les azimuts; toutes les fois qu'un astre paraît situé dans un plan vertical, pour un observateur situé à la surface, il se trouve évidemment *dans le même plan vertical* pour l'observateur situé au centre de la Terre.

2° La parallaxe (à l'inverse de la réfraction) diminue les hauteurs des astres, en ce sens qu'à toute hauteur SAH ou H, mesurée à la surface, on doit *ajouter* la correction

$$p = \frac{r}{\Delta} \sin Z = \frac{r}{\Delta} \cos H,$$

pour obtenir la hauteur de cet astre, telle qu'elle serait mesurée du centre de la Terre.

La parallaxe n'influe en rien sur les ascensions droites; en effet, cette coordonnée n'est autre chose que l'heure du passage

d'un astre par le plan du méridien ; or, le méridien est un plan vertical. La parallaxe n'influe que sur les hauteurs, de même que la réfraction ; celle-ci fait voir les objets plus haut que ne les verrait l'observateur dépourvu d'atmosphère, tandis que la parallaxe les fait voir plus bas que ne les verrait l'observateur placé au centre de la Terre.

Le maximum de l'effet parallactique $p=\frac{r}{\Delta}\sin Z=\frac{r}{\Delta}\cos h$, a lieu quand $Z=90^\circ$ ou $h=0^\circ$; alors l'astre est à l'horizon, en S'. Pour cette position de l'astre, la parallaxe est $AS'C=\frac{r}{\Delta}$; c'est ce que l'on nomme *parallaxe horizontale*, P. L'effet parallactique est nul au zénith où $p=\frac{r}{\Delta}\sin 0=0$. Là, en effet, les observateurs placés en A et en C voient l'astre dans la même direction.

Concluons de tout ce qui précède que les hauteurs ou les déclinaisons, mesurées dans le plan du méridien, devront toujours être corrigées de la *réfraction moins la parallaxe*, quand il s'agira d'astres appartenant à notre monde solaire, et de la *réfraction* seulement, quand il s'agira des étoiles.

Mesure de la parallaxe. — Il nous reste encore à déterminer Δ ou la distance de l'astre S, qui entre dans la formule $p=\frac{r}{\Delta}\sin Z$. Pour cela, il faut mesurer une fois au moins une valeur de l'angle p, non pas en se transportant de A en C, ce qui serait impossible, mais de A en B (fig. 56), par exemple d'un hémisphère à l'autre. Soient deux observateurs situés en A et en B, sur un même méridien, comme à Berlin et au cap de Bonne-Espérance. Ces deux observateurs mesurent au même instant les distances Z et Z' de l'astre S à leurs zéniths respectifs, au moment où il traverse le méridien commun aux deux stations. La connaissance du globe terrestre nous fournit l'angle $L+L'$ compris entre les verticales des deux stations*, en sorte que le quadrilatère SACB se trouve déterminé. Si on joint C et S, on a

$$ASC=p=\frac{r}{\Delta}\sin Z; \qquad BSC=p'=\frac{r}{\Delta}\sin Z';$$

* Cet angle est la somme des latitudes L, L' des deux stations choisies sur les deux hémisphères.

et comme la somme des quatre angles de tout quadrilatère est 360°, on a

$$p + p' + L + L' + 180° - Z + 180° - Z' = 360°,$$

ou $$\frac{r}{\Delta}(\sin Z + \sin Z') + L + L' - Z - Z' = 0,$$

et on en déduit $$\frac{r}{\Delta} = \frac{Z + Z' - L - L'}{\sin Z + \sin Z'}.$$

Or $\frac{r}{\Delta}$ est la *parallaxe horizontale* P de l'astre S; la relation précédente fera donc connaître la valeur de Δ, c'est-à-dire la distance de l'astre S, et sa parallaxe maximum $\frac{r}{\Delta}$.

Cette méthode a été appliquée à la Lune, à Vénus et à Mars, par l'abbé de La Caille au Cap, de concert avec Lalande, à Berlin. Les observateurs n'étaient pas rigoureusement situés sur le même méridien, ainsi que nous l'avons supposé, mais il est facile de tenir compte par le calcul de ce petit défaut de coïncidence. C'est ainsi que la parallaxe horizontale et, par suite, la distance de chacun de ces astres au centre de la Terre a été déterminée. Nous aurons plus d'une occasion de revenir sur cet important sujet et de signaler d'autres méthodes *indirectes* que les astronomes possèdent pour arriver aux mêmes déterminations.

Parallaxe et distance du Soleil. — Comme nous avons ici plus particulièrement en vue la théorie du Soleil (ou de la Terre), nous nous bornerons à cet astre et nous dirons qu'on a trouvé pour sa parallaxe horizontale 8",57. Ainsi, quand un observateur situé en A voit le Soleil juste à l'horizon céleste, un observateur placé en C, centre de la Terre, verrait le Soleil à 8",57 au-dessus du même horizon. Il s'agit maintenant de déduire de là la distance Δ. La figure 57 nous montre que la parallaxe horizontale du Soleil n'est autre chose que l'angle ASC, sous lequel on verrait, du centre du Soleil, le demi-diamètre de la Terre. Or il est facile de trouver à quelle distance un objet dont les dimensions sont connues doit être placé pour être vu sous un angle de 1", de 2",... de 8",57. Dans un cercle dont le rayon est 1, la circonférence est $2\pi = 2 \times 3,1415926$; l'arc

de 1″ étant la $360 \times 60 \times 60 = 1\,296\,000^e$ partie de cette circonférence, sa longueur linéaire sera

$$\frac{2 \times 3,1415926}{1296000} = \frac{1}{206265}.$$

Donc, pour qu'un objet soit vu sous un angle de 1″, il faut qu'il soit placé à une distance égale à 206 265 fois ses dimensions; s'il est vu sous un angle de 2″, c'est qu'il est à une distance 2 fois moindre, ou de $\frac{206265}{2}$ fois ses dimensions. Or le rayon r de la Terre est vu, du Soleil, sous un angle de 8″,57; donc la Terre est éloignée du Soleil de $\frac{206265}{8,57}$ fois le rayon r ou de $24068.r$.

Arrêtons-nous un instant sur cette manière de raisonner qui reviendra plus d'une fois. Elle est fondée sur ce qu'un arc correspondant à un très-petit angle peut être pris pour une ligne droite, en sorte qu'un objet ab, placé perpendiculairement à Ob (fig. 57), peut être pris pour l'arc qui mesure l'angle aOb dans le cercle dont Ob est le rayon. Si l'angle aOb est de 1″, il sera contenu 1 296 000 fois dans 360°; pareillement le petit arc ab sera contenu 1 296 000 fois dans la circonférence $2\pi \times Ob$, c'est-à-dire $ab = \frac{2\pi}{1296000} \times Ob = \frac{1}{206265} \times Ob$.

De même, si l'angle aOb est de n'', le petit arc ab sera contenu $\frac{1}{n} \times 1296000$ fois dans la circonférence $2\pi \times Ob$, c'est-à-dire $ab = \frac{n}{206265} \times Ob$.

Quand il s'agit de la Terre et du Soleil, $ab = r$, $Ob = \Delta$, $n = 8'',57$; par suite $r = \frac{8,57}{206265} \times \Delta$, d'où $\Delta = \frac{206265}{8,57} \times r = 24068.r$, ainsi que nous l'avons vu. Tant que l'angle aOb sera très-petit, tant qu'il ne dépassera pas 1° par exemple, on pourra raisonner de la même manière et calculer Δ sans passer par la formule trigonométrique $\frac{r}{\Delta} = \sin P$, P étant la parallaxe horizontale *.

* Cela revient d'ailleurs à transformer ainsi cette formule : $\frac{r}{\Delta} = P \sin 1'' =$

Incertitude sur la distance de la Terre au Soleil. — Il importe d'avoir une idée nette du degré de précision avec lequel on est parvenu à déterminer cette distance Δ de la Terre au Soleil. Il reste encore, de l'aveu des astronomes, une incertitude de $\pm 0'',04$ sur la parallaxe horizontale du Soleil $P = 8'',57$; autrement dit, la seule chose qu'on sache positivement, c'est que cette parallaxe *doit* être comprise entre $8'',57 - 0'',04$ et $8'',57 + 0'',04$, ou entre $8'',53$ et $8'',61$. Donc la distance Δ est comprise, elle aussi, entre

$$\frac{206265}{8,53} \cdot r \quad \text{et} \quad \frac{206265}{8,61} \cdot r,$$

ou entre $24181 . r$ et $23956 . r$. L'incertitude est donc de ± 113 rayons terrestres, ou de ± 1 rayon du Soleil.

Si on veut convertir cette distance en mètres, il ne faut pas perdre de vue que le rayon terrestre dont il s'agit ici est le rayon *équatorial* de 6 377 398^m, et non le rayon qui répond à la Terre supposée sphérique. Quand on prend la Terre pour base dans une mesure aussi délicate, il est essentiel d'éviter toute erreur sur cette base; l'erreur serait amplifiée 24068 fois dans le résultat final. D'après ce qui précède, la distance de la Terre au Soleil est de 153 493 000 kilomètres (environ 38 millions de lieues de poste), avec une incertitude de $\pm 717 000$ kilomètres (180 mille lieues de poste). On voit qu'il est bien inutile de pousser plus loin l'exactitude numérique et d'écrire les chiffres des centaines, des dizaines et des unités de kilomètres, quand le chiffre des centaines de mille est déjà lui-même si incertain.

Il est difficile de se faire une idée d'une distance pareille. Notre plus grande vitesse de locomotion régulière est d'environ 50 kilomètres par heure, sur les chemins de fer; en marchant constamment avec cette vitesse, il faudrait trois siècles et demi pour atteindre le Soleil. Le son parcourrait cette distance en 15 ans, s'il y avait entre le Soleil et la Terre un véhicule du son tel que l'air atmosphérique. Mais la lumière, avec sa vitesse

---

$P \times \frac{1}{206 265}$; car $\sin 1'' = \frac{1}{206 265}$, et tant que P reste très-petit, on peut toujours remplacer $\sin P$ par $P \sin 1''$.

incroyable et pourtant bien constatée aujourd'hui, franchit cet espace en 8m 18s.

Rayon, surface et volume du Soleil. — La connaissance précise de la distance du Soleil va nous permettre d'en calculer le rayon, la surface et le volume. On appelle *diamètre apparent* d'un astre l'angle sous lequel son diamètre réel est vu de la Terre. Si on imagine un cône ayant son sommet à l'œil de l'observateur en T (fig. 58) et circonscrit au globe solaire, le cercle de contact déterminera pour nous le contour apparent du disque solaire, et l'angle ATB, compris entre deux génératrices opposées, sera le diamètre apparent du Soleil. En toute rigueur, les deux points de contact A et B sont les extrémités d'une corde et non d'un diamètre; mais à cause de la petitesse de AB par rapport à AS, on peut, sans erreur sensible, prendre AB pour un diamètre du Soleil. Dans le triangle rectangle ATS, on connait $TS = 24068r$, et l'angle $ATS = \frac{1}{2} ATB = 16'$; on peut donc calculer $AS = R$, car on a $\frac{TS}{AS} =$ sin ATS, ou $R = 24068 . r . \sin 16'$.

On peut dire encore, en raisonnant comme nous l'avons fait précédemment : un objet R, placé à une distance de 206265 . R, est vu sous un angle de 1″; le même objet sera vu sous un angle de 960″ = 16′ s'il est placé 960 fois plus près, c'est-à-dire à une distance de $\frac{206265}{960}$ R. Or 960″ est l'angle sous lequel nous voyons le rayon R du Soleil, à une distance de $24068r$; donc

$$\frac{206265}{960} R = 24068r; \quad \text{d'où} \quad R = 112r.$$

Il est encore plus simple de remarquer que la parallaxe 8″,57 du Soleil est aussi l'angle sous lequel on verrait, du Soleil, le rayon de la Terre; c'est le demi-diamètre apparent de la Terre vue du Soleil, c'est-à-dire d'une distance égale à $24068r$. Les diamètres réels de deux astres, vus à la même distance, étant sensiblement proportionnels à leurs diamètres apparents*, on a

$$\frac{R}{r} = \frac{16'}{8'',57} = \frac{960}{8,57} = 112.$$

* L'angle ATB étant très-petit (32′ seulement), le diamètre AB se confond

Il est parfaitement inutile d'exprimer R en kilomètres. Désormais nous prendrons pour unité de longueur le rayon équatorial r du sphéroïde terrestre. La surface du Soleil est environ 12 544 fois plus grande que celle de la Terre, et son volume est 1 404 928 fois plus grand. Ces nombres qui assignent au Soleil une grandeur énorme, sont basés sur des mesures et des calculs d'une grande simplicité, contre lesquels il est impossible d'élever la moindre objection. Si les anciens avaient eu des instruments plus précis, ils auraient pu déterminer aussi le diamètre et la parallaxe du Soleil, et ils auraient eu moins de répugnance à adopter le système pythagoricien que Copernic a dû reproduire il y a trois siècles. Mais un philosophe excita des huées générales pour avoir soutenu que le Soleil était aussi grand que le Péloponèse, et le plus beau génie de l'antiquité, Archimède, attribuait au Soleil un diamètre 6 fois plus grand seulement que celui de la Terre.

L'observateur peut désormais mesurer à chaque instant les coordonnées variables du Soleil, comme s'il était placé au centre de la Terre, et déterminer ainsi avec toute la précision nécessaire la trajectoire que cet astre paraît décrire annuellement dans le ciel.

CHAPITRE V.

COORDONNÉES DU CENTRE DU SOLEIL; DÉTERMINATION DU PLAN DE L'ÉCLIPTIQUE. — POINTS ÉQUINOXIAUX; SOLSTICES; OBLIQUITÉ DE L'ÉCLIPTIQUE; ORIGINE DES ASCENSIONS DROITES.

Coordonnées du Soleil.—L'ascension droite et la déclinaison du Soleil s'observent, comme celles des étoiles, à l'aide de la lunette méridienne associée à la pendule sidérale et du cercle mural. La seule différence consiste en ce que le Soleil a un disque d'un diamètre apparent considérable, tandis que les

---

sensiblement avec l'arc décrit du point T comme centre; or les arcs sont proportionnels aux angles.

étoiles n'ont point de diamètre sensible. Or, comme les théories du mouvement des astres se rapportent toujours à leurs centres, c'est le centre du disque solaire dont il s'agit aussi de déterminer les coordonnées. Evidemment il suffira de mesurer celles des bords opposés et d'en prendre la moyenne. Lorsque le Soleil passe au méridien, les deux bords de son image viennent passer successivement par la croisée des fils de la lunette; on note ces instants, et leur demi-somme indique l'heure sidérale du passage du centre par le méridien, ou l'ascension droite de ce centre. De même pour les déclinaisons : on observe d'abord la hauteur méridienne du bord supérieur du Soleil, puis celle du bord inférieur; la demi-somme de ces deux angles donne la hauteur apparente du centre, dont il faut encore retrancher la *réfraction moins la parallaxe* (p. 145), pour avoir la hauteur vraie, et par suite la déclinaison (p. 63).

Voici le tableau de ces coordonnées déterminées de mois en mois.

Coordonnées du centre du Soleil.

DATES (1851).	ASCENSION DROITE en temps.	ASCENSION DROITE en arc.	DÉCLINAISON.
Janvier...... 21	$20^h 12^m 34^s,20$	303° 8′33″	—19°58′ 3″
Février....... 21	22 17 40,52	334 17 38	—10 39 33
Mars......... 21	0 1 4,10	0 16 2	+ 0 6 58
Avril......... 21	1 54 32,62	28 38 9	+11 44 52
Mai.......... 21	3 50 21,71	57 35 26	+20 7 11
Juin......... 22	6 1 45,51	90 26 23	+23 27 24
Juillet....... 22	8 4 38,38	121 9 36	+20 22 16
Août......... 22	10 3 33,54	150 53 23	+11 55 13
Septembre... 23	11 59 22,84	179 50 43	+ 0 4 2
Octobre...... 23	13 49 38,67	207 24 40	—11 17 50
Novembre ... 22	15 49 39,91	237 24 59	—20 51 3
Décembre.... 21	17 55 59,15	268 59 47	—23 27 16
Janvier...... 21 1852.	20 11 32,84	302 53 13	—20 1 17

La première colonne indique l'heure sidérale du passage du centre du Soleil par le plan du méridien de Paris : c'est l'ascension droite de ce centre exprimée en temps. Elle a été tra-

duite en degrés, à raison de 15° pour 1h, de 15' pour 1m, de 15'' pour 1s, afin d'obtenir les nombres de la deuxième colonne. La troisième contient les déclinaisons, lesquelles sont précédées du signe + lorsque le Soleil est au-dessus de l'équateur céleste, et du signe — lorsqu'il est au-dessous. On voit que le Soleil se trouve, par suite de son mouvement apparent, tantôt dans l'hémisphère céleste austral, tantôt dans l'hémisphère boréal. Il suffit ici de continuer les observations pendant un an, car l'année suivante le Soleil repasse par les mêmes positions.

Pour déduire de ces coordonnées les lois du mouvement apparent du Soleil, nous agirons comme nous avons fait pour reconnaître les lois du mouvement diurne des étoiles, dans les variations de leurs hauteurs et de leurs azimuts. Nous aurons recours d'abord à une construction graphique sur un globe céleste, puis aux formules de la trigonométrie sphérique.

Plan de l'écliptique. — Si on marque sur un globe céleste (fig. 63) les positions apparentes du Soleil à l'aide de ses coordonnées, et qu'on fasse passer une ligne continue par les douze points ainsi déterminés, on trouvera que cette ligne $S_1S_2S_3S_4S_5$ est un grand cercle de la sphère *; ce grand cercle porte le nom d'*écliptique*.

Il ne faut pas perdre de vue que, sur la sphère idéale d'un rayon arbitraire dont la Terre et l'œil de l'observateur occupent le centre T, tout point indique une direction, tout grand cercle indique un plan passant par le centre T de la Terre, tout petit cercle indique un cône de révolution ayant le point T pour sommet, tout triangle sphérique répond à un angle trièdre, etc. Cette sphère est uniquement destinée à représenter graphiquement les directions où se trouvent les astres vus du centre T de la Terre. D'après cela, il faut se garder de considérer le grand cercle S_1 S_2 S_3... comme la courbe apparente que décrit le Soleil, mais seulement comme étant, sur la sphère, la perspective de cette courbe vue du point T. Si donc la perspective

---

* En se servant d'une mappemonde céleste, construite dans le système stéréographique, on trouverait encore que la courbe des positions apparentes du Soleil est un arc de cercle; et comme cet arc viendra couper le contour de la carte aux extrémités d'un même diamètre de ce contour, on en conclura que cet arc est la projection d'un grand cercle.

est un grand cercle de la sphère, il faut en conclure seulement que cette courbe est plane.

En un mot, l'écliptique $S_1S_2S_3$... désigne seulement le plan dans lequel le Soleil se meut en apparence et où la Terre se meut en réalité, sans nous rien apprendre sur la longueur des rayons menés de la Terre au Soleil, ni sur la nature de la courbe décrite.

Nous avons ensuite à constater un second résultat, à savoir que l'orbite apparente du Soleil est décrite en sens inverse du mouvement diurne et par conséquent d'un mouvement direct. On voit en effet que les ascensions droites du Soleil vont en augmentant; or les ascensions droites se comptent, comme nous l'avons remarqué déjà (p. 138), de l'ouest à l'est, c'est-à-dire dans le sens que les astronomes appellent direct. C'est là une première vérification de la théorie des apparences qui vient de nous montrer que si la Terre décrit en un an, en sens direct, une orbite plane autour du Soleil, l'observateur terrestre doit voir le Soleil décrire pareillement une orbite plane, d'un mouvement direct, et dans le même temps.

Équinoxes, solstices, obliquité de l'écliptique. — Un plan est déterminé quand on connaît sa trace sur un plan fixe pris pour base, et l'angle dièdre formé par ces deux plans. De même, dans la sphère, le grand cercle $S_1S_2S_3$.... (fig. 63) sera déterminé par son intersection B ou D avec l'équateur, et par l'arc de méridien GC ou AH qui mesure la déclinaison du point le plus écarté de l'équateur. Si on mène, par la ligne des pôles NS, un plan méridien NGSH perpendiculaire à BD, trace du plan de l'écliptique sur celui de l'équateur céleste, l'angle dièdre de ces deux derniers plans aura pour mesure l'angle CTG ou l'arc CG. Voici la nomenclature adoptée de toute antiquité pour désigner les diverses parties de cette figure :

1° Le sens HBGD, suivant lequel le Soleil paraît se mouvoir dans l'écliptique, est le sens *direct* indiqué par la flèche.

2° Le point B où l'écliptique coupe l'équateur, et où le Soleil passe de l'hémisphère austral dans l'hémisphère boréal, est le *point équinoxial du printemps*; l'instant de ce passage est *l'équinoxe* du printemps.

3° Le point opposé D est le point équinoxial d'automne.

4° Les points G et H où le Soleil atteint sa plus grande décli-

naison boréale ou australe (positive ou négative) se nomment *points solsticiaux;* les moments où le Soleil atteint ces points se nomment les *solstices d'été* ou *d'hiver*.

5° Enfin l'arc CG = AH qui mesure l'angle de l'écliptique avec l'équateur céleste se nomme *obliquité de l'écliptique*.

Le sens de ces dénominations est facile à saisir. Aux *équinoxes* du printemps ou d'automne, le Soleil se trouve dans l'équateur céleste et le jour est alors *égal à la nuit* par toute la Terre. Au *solstice* d'été, sa déclinaison boréale cesse d'augmenter et va commencer à décroître; il semble qu'alors le mouvement en déclinaison du Soleil s'arrête, *sol stat*. De même, au solstice d'hiver, la déclinaison australe ou négative atteint son maximum, et ne varie point d'une manière sensible pendant quelque temps. Au contraire, aux équinoxes, la déclinaison du Soleil est nulle, mais c'est à ces époques qu'elle varie avec le plus de rapidité d'un jour à l'autre*.

---

* Au lieu de suivre cette méthode purement graphique, appliquons ici les formules élémentaires de la trigonométrie sphérique.

La figure 64 représentant sur une plus grande échelle une partie de la figure 63, soient E'E, l'équateur; SS' l'écliptique, qui vient couper l'équateur en un point B et sous un angle SBA qu'il s'agit de déterminer. Les arcs SA, S'A' sont les déclinaisons du Soleil, et les arcs OA, OA' en sont les ascensions droites comptées à partir d'un certain point O qu'on prend pour origine de cette espèce de coordonnée. Les inconnues du problème sont l'arc OB ou l'ascension droite du point équinoxial B, et l'angle SBA = ω commun aux triangles sphériques rectangles SBA, S'BA'. Dans ceux-ci nous avons :

$$\sin BA = \sin(OA - OB) = \frac{\text{tang } D}{\text{tang } \omega}$$

et

$$\sin BA' = \sin(OA' - OB) = \frac{\text{tang } D'}{\text{tang } \omega}.$$

Ces deux équations suffisent pour déterminer les deux inconnues OB et ω c'est-à-dire l'ascension droite du point équinoxial du printemps et l'obliquité de l'écliptique. Pour vérification, et afin de constater que le grand cercle SS' contient bien toutes les autres positions S'', S'''... du Soleil, il suffira d'écrire les équations relatives à ces points :

$$\sin(OA'' - OB) = \frac{\text{tang } D''}{\text{tang } \omega}, \text{ etc...},$$

et de voir si elles sont satisfaites par les valeurs précédemment trouvées pour les inconnues OA et ω. En suivant cette marche, on trouverait, par les observations du Soleil rapportées plus haut, OA = 0° 0' 0'' à peu près et ω = 23° 27' 30''.

Les constructions graphiques dont nous venons de parler feront donc connaître la position du point équinoxial du printemps et l'obliquité de l'écliptique. Mais comme il est important d'obtenir ces deux éléments avec toute l'exactitude possible, on sent qu'un simple dessin exécuté sur un globe ne suffirait pas. Nous allons montrer comment on procède en réalité. D'abord il est facile de reconnaître que les observations du Soleil faites vers les équinoxes (mars et septembre) sont les plus avantageuses pour la détermination précise des points où l'écliptique rencontre l'équateur, mais qu'elles seraient peu propres à déterminer l'angle de ces deux plans. Le contraire a lieu pour les solstices : vers ces époques (juin et décembre), la déclinaison du Soleil diffère peu de l'arc qui mesure l'obliquité de l'écliptique, puisqu'aux solstices même la déclinaison du Soleil est précisément égale à l'obliquité; mais il ne serait pas possible d'en déduire avec quelque exactitude la position des points équinoxiaux. On se rendra compte de ces distinctions purement géométriques en essayant de faire passer un grand cercle par deux points voisins, pris sur un globe; si ces deux points voisins sont également distants de l'équateur, l'obliquité des deux cercles s'obtiendra avec exactitude, mais non leurs points d'intersection; si les points donnés sont situés au contraire très-près de l'équateur, l'intersection des deux cercles se trouvera parfaitement déterminée, mais non leur inclinaison mutuelle.

Détermination des points équinoxiaux. — On observe le Soleil au méridien le jour qui précède et celui qui suit l'équinoxe, par exemple, le 20 et le 21 mars. Soient E'E (fig. 64) l'équateur et SS' l'écliptique qui coupe en B l'équateur. Soient encore O le point pris sur l'équateur pour origine des ascensions droites, σ la position du Soleil sur l'écliptique le 20 mars, S sa position le 21. Les observations méridiennes ont donné : 1° $O\alpha$ et $\sigma\alpha$, c'est-à-dire l'ascension droite et la déclinaison du Soleil, le 20 mars, au moment du passage au méridien; 2° OS et SA, coordonnées du Soleil pour le 21. Les déclinaisons $\sigma\alpha$ et SA étant de signes opposés, le Soleil a dû rencontrer l'équateur en un point B situé quelque part entre α et A. L'inconnue de la question, c'est l'arc OB ou l'ascension droite du point équinoxial du printemps; elle est facile à déterminer.

Les observations n'étant séparées que par le faible intervalle

d'un jour, tous les arcs de la figure $\sigma\alpha$AS sont nécessairement très-petits et peuvent être considérés comme de petites lignes droites formant les triangles semblables B$\sigma\alpha$, BSA; on aura donc la proportion suivante pour déterminer le petit arc αB :

$$\frac{\alpha B}{BA} = \frac{\alpha\sigma}{AS} \quad \text{ou} \quad \frac{\alpha B}{BA + \alpha B} = \frac{\alpha\sigma}{AS + \alpha\sigma}.$$

Or BA + αB = OA — Oα = différence des ascensions droites observées le 20 et le 21; $\alpha\sigma$ et AS sont les déclinaisons correspondantes. On calculera donc αB et, en l'ajoutant à Oσ, c'est-à-dire à l'ascension droite du Soleil le 20, on aura la valeur de l'inconnue OB. Exemple :

	Ascension droite.	Déclinaison.
20 mars	$23^h\ 57^m\ 26^s,07$	— 0° 16′ 43″,3
21	24 1 4,10	+ 0 6 57,8

La proportion précédente devient (en négligeant les signes des déclinaisons, parce qu'il a été déjà tenu compte, dans la formule, de l'opposition de leurs sens) :

$$\frac{\alpha B}{3^m\,38^s,03} = \frac{16'\,43'',3}{23'\,41'',1} = \frac{1003,3}{1421,1};$$

et on en conclut αB = $153^s,93$ = $2^m 33^s,93$. En l'ajoutant à $23^h\ 57^m\ 26^s,07$, ascension droite Oα du Soleil au 20 mars, on aura enfin OB = $24^h\ 0^m\ 0^s,00$ ou OB = $0^h\ 0^m\ 0^s,00$ *

Origine des ascensions droites.—L'ascension droite OB du point équinoxial du printemps est nulle, non pas fortuitement, mais parce que les astronomes ont choisi ce point pour origine des ascensions droites. Ils auraient pu prendre tout autre point de l'équateur, par exemple celui qui serait situé sur le méridien de quelque belle étoile, de même que les géographes ou les marins comptent les longitudes terrestres à partir du méridien de leurs capitales. L'arbitraire est ici le même. Mais ce qui a décidé tous les astronomes à adopter un même point de départ pour les ascensions droites, c'est la nécessité d'intro-

* Les ascensions droites se comptent de 0^h à 24^h ou de 0° à 360°, et 24^h équivalent à 0^h, de même que 360° équivalent à 0°.

duire un nouveau système de coordonnées dont il sera bientôt question, système qui a pour plan fondamental l'écliptique. Afin de passer aisément d'un système à l'autre, il a fallu adopter une origine commune pour les arcs qui se comptent sur l'équateur et pour ceux qui se comptent sur l'écliptique. Ceux-ci se nomment *longitudes*, tandis que les arcs comptés perpendiculairement à l'écliptique prennent le nom de *latitudes*. Il est à regretter que ces désignations puissent être confondues, par les élèves, avec celles des coordonnées géographiques; on doit se rappeler que la longitude et la latitude d'un lieu de la Terre sont des coordonnées relatives à l'axe de rotation et à l'équateur terrestre, tandis que la longitude et la latitude d'un astre sont des coordonnées célestes relatives au plan de l'écliptique. Quoi qu'il en soit, voici la convention relative à l'origine de ces coordonnées : *Le point équinoxial du printemps est l'origine commune des ascensions droites comptées sur l'équateur et des longitudes comptées sur l'écliptique.*

Lorsque ce point de la sphère céleste passe au méridien d'un lieu quelconque, la pendule sidérale de ce lieu doit marquer $0^h 0^m 0^s$; c'est là le commencement conventionnel du jour sidéral. A la vérité ce point n'est marqué sur le ciel par aucune étoile, et son passage ne peut être observé effectivement, comme nous l'avions supposé, avec la lunette méridienne; mais on connaît les ascensions droites des étoiles comptées à partir de ce point, et cela suffit. Par exemple, on sait que l'ascension droite de α d'Andromède est $0^h 0^m 40^s,75$ comptée à partir du point équinoxial du printemps : il est évident que si la pendule sidérale marque $0^h 0^m 40^s,75$ à l'instant du passage de cette étoile, elle aura marqué aussi $0^h 0^m 0^s$ à l'instant du passage du point équinoxial.

Nous venons de voir la preuve que les astronomes ont bien déterminé la position du point équinoxial pris pour origine, car s'ils s'étaient trompés, nous n'aurions pas trouvé son ascension droite nulle. Mais afin d'éviter jusqu'à l'apparence d'un cercle vicieux dans cette matière, nous allons montrer comment ils s'y sont pris pour obtenir ce résultat, et raisonner dans l'hypothèse où tout serait à commencer en astronomie. Supposons donc que l'on ne connaisse ni les coordonnées du Soleil, ni celles des étoiles, et qu'on ignore absolument où est le point

équinoxial dont on veut pourtant faire l'origine des ascensions droites. Voici comment on agira.

Après avoir installé les instruments méridiens, et réglé la pendule de manière à ce qu'elle marque 86 400^s entre deux passages successifs d'une étoile quelconque, on déterminera les coordonnées du Soleil et des étoiles en prenant, sur l'équateur, un point quelconque pour origine des ascensions droites. Ce sera par exemple α d'Andromède, ou plutôt ce sera le point de rencontre du cercle de déclinaison de cette étoile avec l'équateur. D'après cette convention provisoire, la pendule devra marquer $0^h\,0^m\,0^s,00$ lorsque α d'Andromède passera au méridien. Les ascensions droites ainsi obtenues seront toutes affectées de l'erreur commise sur l'origine O (fig. 64); elles seront toutes trop grandes d'une quantité égale à l'arc OB si l'on compte en degrés, ou à $\frac{1}{15}$ OB si on les compte en temps; mais les observations du Soleil que l'on fera vers l'équinoxe du printemps permettront de déterminer cette erreur, et alors on ne trouvera plus $\frac{1}{15}\mathrm{OB} = 0^h 0^m 0^s$, mais $= -0^h\,0^m\,40^s,75$ qu'il faudra retrancher algébriquement de toutes les ascensions droites provisoires, afin d'en changer l'origine et de les compter, non plus à partir de α d'Andromède, mais à partir du point équinoxial désormais connu. Par exemple, l'ascension droite provisoire de α d'Andromède se trouvait naturellement $0^h\,0^m\,0^s$; si on en retranche la correction $\frac{1}{15}\mathrm{OB} = -0^h\,0^m\,40^s,75$, on obtiendra $0^h\,0^m\,40^s,75$ pour l'ascension droite de cette étoile comptée à partir du point vernal.

On voit donc que la lunette méridienne associée à la pendule sidérale ne peut, à elle seule, faire connaître les ascensions droites des astres, mais seulement leurs différences. Cela tient à ce que la convention qui en fixe l'origine a désigné le point de l'équateur où passe le Soleil, c'est-à-dire le point où le Soleil a pour déclinaison $0°\,0'\,0''$. La détermination de ce point exige évidemment l'emploi du cercle mural.

Le point équinoxial d'automne joue un rôle équivalent; il est situé à 180° juste de celui du printemps; par conséquent son ascension droite doit être 180° ou 12^h. Lorsqu'il passe au méridien, une pendule sidérale bien réglée doit marquer $12^h\,0^m\,0^s$, et lorsque le Soleil s'y trouve, il faut que son ascension droite soit juste $12^h\,0^m\,0^s$.

CHAPITRE VI.

DÉTERMINATION DE L'ÉQUINOXE. — LONGUEUR DE L'ANNÉE TROPIQUE.

Année tropique. — C'est l'intervalle de temps que le Soleil emploie à parcourir son orbite apparente, à revenir à un même point quelconque de l'écliptique, par exemple au même solstice ou au même équinoxe. Il est essentiel de déterminer cet élément avec la dernière précision, car, après chaque année révolue, le Soleil repasse par les mêmes positions, en sorte qu'il suffirait, à la rigueur, d'avoir observé cet astre avec soin, tous les jours d'une même année, pour être en état d'assigner la position qu'il occupera à une autre date quelconque.

Détermination de l'équinoxe. — L'équinoxe étant le moment où le centre du Soleil se trouve dans l'équateur, en B (fig. 64), à ce moment-là sa déclinaison doit être nulle. Réciproquement, pour déterminer cet instant, il suffirait de mesurer continuellement la déclinaison du Soleil lorsqu'elle est tout près de devenir nulle, et de saisir ainsi l'heure précise où elle se trouve égale à 0. En répétant l'année suivante la même observation, on déterminerait de même l'instant de l'équinoxe, et le temps écoulé entre ces deux équinoxes serait la longueur de l'année tropique, 366 $\frac{1}{4}$ jours sidéraux à peu près.

Dans la pratique il faut modifier ce procédé; car, outre qu'il serait difficile et peu exact de suivre ainsi la déclinaison du Soleil en dehors du méridien, afin de saisir l'instant précis où elle deviendrait nulle, il se pourrait très-bien que, pour un lieu donné de la Terre, ce phénomène arrivât pendant la nuit et fût visible seulement pour l'hémisphère opposé. D'ailleurs il est évident que le problème de déterminer l'instant de l'équinoxe est tout à fait semblable à celui de déterminer la position du point équinoxial; nous pourrons donc suivre une marche analogue. Le Soleil ayant été observé au méridien, comme à l'ordinaire, le jour qui précède et le jour qui suit l'équinoxe du printemps, soient σ et S ses positions sur l'écliptique (fig. 64). En σ, la déclinaison est australe ou négative; en S elle est boréale ou positive; l'époque x où elle a été nulle se trouve donc comprise

entre les dates τ et t de ces deux observations. Or, quand les arcs $\alpha\sigma$ et AS sont très-petits, ils varient à très-peu près en raison du temps écoulé. On peut donc trouver l'instant x où la déclinaison était zéro par une simple interpolation entre les deux instants τ et t où elle était $\alpha\sigma$ et AS; pour cela il suffit de partager l'intervalle de temps $t-\tau$ en parties proportionnelles aux petits arcs $\alpha\sigma$ et AS. On a ainsi :

$$\frac{x-\tau}{t-\tau}=\frac{\alpha\sigma}{\alpha\sigma+\mathrm{AS}}.$$

Exemple : le 20 et le 21 mars 1851, on a observé au cercle mural la déclinaison du Soleil, et on a trouvé :

	Heure sidérale.	Déclin. du ☉.
Le 20 à.........	$23^h57^m26^s$	$-0°16'43'',3$
Le 21...........	0 1 4	$+0\ \ 6\ 57,8$

La proportion précédente devient :

$$\frac{x-23^h57^m26^s}{24^h3^m38^s}=\frac{16'43'',3}{23'41'',1}=\frac{1003'',3}{1421'',1},$$

et elle donne $x=16^h56^m39^s$. Ainsi l'équinoxe du printemps a eu lieu en mars 1851, entre le 20 et le 21, lorsque la pendule sidérale marquait $16^h56^m39^s$ *.

Longueur de l'année tropique. — Si on compare cet équinoxe de 1851 avec celui de 1850, la différence entre les deux époques sera la longueur de l'année tropique; on trouverait ainsi $366\frac{1}{4}$ jours sidéraux, à peu près. Mais on ne pourrait obtenir une grande précision; il est facile de voir, par la proportion précédente, que 1'' d'erreur sur les déclinaisons observées entraînerait une erreur de $\frac{1}{1421,1}$ sur le second membre, et, par suite, une erreur de $\frac{24^h3^m38^s}{1421,1}=62^s$ environ sur la valeur de

* Cette date exprimée en temps civil répond au 21 mars à $5^h\ 4^m$ du matin. Il est inutile de faire remarquer que les instants τ et t de chaque observation sont les heures sidérales des passages méridiens du Soleil, et par conséquent ses ascensions droites successives.

x, c'est-à-dire sur l'instant de l'équinoxe. Comme on pourrait commettre une erreur de même ordre sur l'équinoxe précédent, il en résulte que la longueur de l'année ne serait pas connue à une minute près. Les astronomes ont employé de tout temps un procédé aussi simple qu'ingénieux pour atténuer presque indéfiniment ces erreurs inévitables, en les répartissant sur un très-grand intervalle de temps. Au lieu de comparer deux équinoxes successifs, ils choisissent deux équinoxes séparés par le plus grand nombre d'années possible, 100 ans, par exemple, et alors, quand bien même l'intervalle de temps compris ne serait déterminé qu'à 60^s près par les observations, l'erreur commise sur la longueur d'une seule année serait réduite évidemment à sa centième partie, c'est-à-dire à $0^s,60$, à cause de la division par le nombre des années écoulées. C'est ainsi que l'on procède en arithmétique, quand on veut obtenir le quotient de deux nombres à 0,01 ou 0,001 près : la division donnant toujours ce quotient à une unité près, quelle que soit la grandeur du dividende, il suffit, pour atteindre la précision voulue, de rendre ce dividende 100 ou 1000... fois plus grand, et de chercher ensuite le quotient avec le degré d'approximation ordinaire, c'est-à-dire à une unité près; comme on le divise ensuite par 100 ou par 1000..., l'erreur du calcul se trouve ainsi atténuée dans la même proportion.

On pourrait même comparer l'équinoxe de 1851 à ceux qu'Hipparque, le plus grand astronome de l'antiquité, avait observés 140 ans environ avant J. C., car c'est à lui qu'est due la méthode que nous venons de décrire. On aurait un intervalle de près de 2000 ans, et l'influence des erreurs commises sur les deux équinoxes, se trouverait ainsi divisée par 2000. Mais les erreurs des observations faites à ces époques reculées sont encore trop considérables pour pouvoir être suffisamment atténuées, même par un si grand diviseur ; on trouve de l'avantage à ne pas remonter au delà des équinoxes déterminés, il y a un siècle, par La Caille et Bradley.

On a trouvé ainsi 366,242217 jours sidéraux ou $366^j 5^h 48^m 47^s,555$ pour la longueur de l'année tropique; l'erreur à craindre sur ce résultat ne dépasse pas une très-petite fraction de la seconde.

CHAPITRE VII.

EFFET COMBINÉ DE LA ROTATION DIURNE ET DE LA TRANSLATION ANNUELLE DE LA TERRE. — JOURS SOLAIRES VRAIS ET MOYENS. — DIVISION ANCIENNE DU ZODIAQUE.

Mouvement diurne du Soleil. — Si le Soleil répondait toujours, comme les étoiles, au même point de la sphère céleste, c'est-à-dire si le mouvement annuel n'existait pas, cet astre n'en suivrait pas moins les lois du mouvement diurne; comme les étoiles, il paraîtrait tourner de l'est à l'ouest autour du spectateur, et, à chaque jour sidéral, il passerait une fois au méridien.

Nous avons vu (p. 133) que le mouvement annuel de la Terre autour du Soleil ne produit aucun déplacement apparent dans les étoiles, mais qu'il a pour effet de faire décrire en apparence, au Soleil, le cercle entier de l'écliptique. Il faut donc considérer le Soleil comme étant animé à la fois de ces deux mouvements, l'un diurne, l'autre annuel. Le premier, commun à tous les astres, s'accomplit en un jour sidéral, de l'est à l'ouest, parallèlement à l'équateur; le second, particulier au Soleil, s'accomplit de l'ouest à l'est, en 366 $\frac{1}{4}$ jours sidéraux, dans le plan de l'écliptique. Pour se représenter l'effet résultant de ces deux mouvements, il suffit d'imaginer que le Soleil soit placé, mais non fixé, sur la surface même de la sphère céleste; qu'il tourne avec elle en un jour, comme les étoiles; et qu'il chemine *en même temps* le long de l'écliptique, comme dans une rainure, de manière à faire, en un an et en sens inverse du mouvement diurne, le tour entier de la sphère*. Il sera dans le cas des

---

* Cette représentation géométrique des apparences produites par le double mouvement de la Terre se trouve parfaitement décrite dans ces vers d'Ovide :

Adde quod assidua rapitur vertigine cœlum,
Sideraque alta trahit, celerique volumine torquet.
Nitor in adversum : nec me, qui cætera, vincit
Impetus; et rapido contrarius evehor orbi.

Metam., II, 70.

Les connaissances cosmographiques sont réellement indispensables à ceux qui veulent avoir l'intelligence complète des poëtes anciens. Ces connais-

voyageurs qui font le tour du globe terrestre en cheminant en sens contraire du mouvement de rotation : lorsqu'ils ont achevé leur voyage, ils se trouvent avoir fait un tour de moins que la Terre et compter un jour de moins qu'au point de départ. De même le Soleil aura fait, *en un an* ou 366 ¼ jours sidéraux, un tour de moins que la sphère étoilée; il aura passé 365 fois au méridien de l'observateur, tandis que les étoiles y passent 366 fois.

Jours solaires vrais et moyens. — Le *jour solaire* est l'intervalle de temps qui s'écoule entre deux passages consécutifs du Soleil au méridien : donc 365 ¼ jours solaires valent 366 ¼ jours sidéraux *, ou plus exactement

365,242217 jours solaires = 366,242217 jours sidéraux.

De là on déduit la valeur du jour solaire :

$$1 \text{ jour solaire} = \frac{366,\ 242217}{365,\ 242217} = 1{,}00273908 \text{ jour sidéral,}$$

ou $1^j3^m56^s{,}555$ sid. **.

Le jour solaire n'a pas, d'un bout à l'autre de l'année, une durée rigoureusement constante, comme le jour sidéral ; la valeur que nous lui assignons ici est donc une valeur moyenne, c'est la durée du *jour solaire moyen* qui tient le milieu entre les

sances étaient fort répandues autrefois. Aujourd'hui la profusion des horloges publiques, l'usage universel des montres, les calendriers qu'on publie chaque année, les voies dont les pays habités sont sillonnés en tous sens, etc., ont eu pour résultat de dispenser les individus de recourir au ciel à tout instant. De nos jours, la science astronomique s'applique encore, et sur une échelle bien plus vaste, mais à l'ensemble et non aux détails des besoins de la société.

* Si cette fraction de jour embarrasse le lecteur, il lui suffira de faire le raisonnement suivant : on comprend bien qu'en un an le Soleil passe au méridien une fois de moins que les étoiles, et qu'en quatre ans il y passe quatre fois de moins ; donc $4 \times 366\frac{1}{4}$ ou $4 \times 366 + 1$ jours sidéraux répondent au même laps de temps que le même nombre *entier* de jours solaires diminué de 4 unités. En divisant par 4, on obtient la relation du texte. On raisonnerait de même quelle que fût la fraction de jour.

** Pour calculer aisément ce rapport avec exactitude, en se servant des tables de logarithmes ordinaires, il suffit de se rappeler que

$$\frac{a}{a-1} = 1 + \frac{1}{a} + \frac{1}{a^2} + \frac{1}{a^3} + \dots$$

série qui converge rapidement quand a est grand. Ici $a = 366{,}242217$ et les trois ou quatre premiers termes suffisent.

durées un peu variables de tous les *jours solaires vrais* d'une même année.

Mouvement du Soleil en ascension droite et en déclinaison. — En négligeant ces légères variations, nous voyons, par ce résultat, que le mouvement annuel du Soleil dans l'écliptique a pour effet de ralentir son mouvement diurne et de retarder de $3^m\ 56^s,555$ sidér., ou de 4^m sidér. environ, le passage du Soleil au méridien. Si, par exemple, le Soleil passe aujourd'hui au méridien en même temps qu'une certaine étoile, demain il passera 4^m après cette étoile; après-demain le retard sera de 8^m et ainsi de suite. Au bout d'une demi-année ou de six mois, ce retard accumulé aura produit un demi-jour sidéral; le Soleil passera au méridien 12 heures après l'étoile; par conséquent il se trouvera au méridien inférieur au moment où l'étoile passera au méridien supérieur. Après une année révolue, le retard sera devenu un jour sidéral entier; le Soleil aura regagné l'étoile; de nouveau il passera en même temps qu'elle au méridien, mais après avoir perdu un passage dans l'intervalle.

Là se bornerait l'influence du mouvement annuel du Soleil, si l'écliptique était confondu avec l'équateur céleste, car alors la déclinaison du Soleil serait perpétuellement nulle. Mais comme l'écliptique fait un angle de 23° 28' avec l'équateur, le Soleil doit s'écarter plus ou moins de l'équateur dans le cours d'une année; sa déclinaison varie incessamment et influe de son côté sur le mouvement diurne. Les étoiles décrivent des cercles parfaits autour du pôle, parce que leurs distances au pôle ne changent pas : le Soleil, dont la distance au pôle varie à chaque instant, ne décrit pas de véritables *parallèles* diurnes, mais les spires d'une espèce d'hélice qu'on pourrait figurer en entourant plusieurs fois la sphère avec un fil. Pour bien saisir ces particularités, il faut se reporter à la figure 63 et mettre la sphère en rotation diurne dans le sens CBA, pendant que le Soleil parcourt lentement l'écliptique dans le sens opposé HBG. Le 21 mars, le Soleil se trouve dans l'équateur, en B; ce jour-là son parallèle diurne serait l'équateur même, si sa déclinaison restait nulle toute la journée; mais en 24 heures, le Soleil s'avance sur l'écliptique d'environ 1° (à raison de 360° pour 365 ¼ jours solaires); il ne se retrouve plus en B le jour suivant, mais un peu au-dessus de l'équateur. A mesure qu'il

avance vers le point solsticial G, il s'écarte de plus en plus de l'équateur, et les parallèles ou plutôt les spires qu'il décrit en vertu du mouvement diurne vont en se rétrécissant. Enfin, au solstice, sa déclinaison boréale atteint son maximum en G et varie à peine pendant plusieurs jours consécutifs, parce que l'arc de l'écliptique qu'il parcourt alors est sensiblement parallèle à l'équateur. Le Soleil décrit donc, à cette époque, un véritable parallèle, auquel on a donné le nom de *Tropique céleste du Cancer*.

Après le solstice d'été, sa déclinaison commence à décroître et les mêmes phénomènes se passent en ordre inverse jusqu'à l'équinoxe d'automne. A cette époque, le Soleil traverse de nouveau l'équateur; il passe dans l'hémisphère austral où il atteint en H le solstice d'hiver. Là encore le Soleil décrit un vrai parallèle diurne qu'on nomme le *Tropique céleste du Capricorne*.

Mouvement annuel en déclinaison. — Les variations du Soleil en déclinaison sont beaucoup plus évidentes que ses variations en ascension droite et ce sont elles qui règlent les vicissitudes des saisons. Aussi le mouvement en déclinaison est-il le premier qui ait frappé les anciens peuples. On voit le Soleil monter tous les jours un peu dans l'hémisphère boréal, pendant le printemps, et par suite s'élever chaque jour, à midi, un peu plus haut dans le ciel. Au commencement de l'été, le Soleil semble s'arrêter quelques jours (de là le mot de solstice, *sol stat*), puis retourner sur ses pas, c'est-à-dire se rapprocher de l'équateur (de là le mot *tropique*, de τρέπω, je retourne). Le signe du *Cancer* ou de l'*Ecrevisse*, affecté à la région de l'écliptique où le Soleil se trouve alors, est significatif. Les phénomènes analogues de l'hémisphère austral se passent dans le même ordre. Le Soleil baisse de plus en plus à midi chaque jour; il semble descendre dans le ciel jusqu'au solstice d'hiver, où sa distance à l'équateur cesse de croître et à partir duquel il semble remonter dans le ciel (tropique du *Capricorne*, animal qui aime à monter, à gravir) pour accomplir de nouveau les mêmes phases. C'était même par l'observation du phénomène si frappant des solstices, et non par celui des équinoxes, que les anciens déterminaient la longueur de l'année, avant Hipparque.

Mouvement annuel en ascension droite. — Pour suivre le mouvement annuel du Soleil en ascension droite, ou plutôt sur

l'écliptique même, il fallait un peu plus d'attention et de connaissances astronomiques.

Le premier indice en est donné par le changement continuel d'aspect que le ciel étoilé présente, pendant la nuit, d'un bout de l'année à l'autre. Le Soleil illumine la région du ciel où il se trouve; son éclat efface les étoiles et les rend invisibles à l'œil nu; mais la région opposée est amenée chaque nuit sous nos yeux par la rotation diurne de la sphère, et comme le Soleil se déplace en marchant vers l'est, il empiète de plus en plus sur les constellations orientales, tandis que les constellations situées à l'ouest du Soleil se dégagent de plus en plus de ses rayons. Les premiers observateurs suivaient la marche annuelle du Soleil en notant les étoiles qui se trouvaient visibles le soir, à l'occident, peu après le coucher du Soleil, ou le matin, à l'orient un peu avant son lever. Si, par exemple, on regarde le ciel plusieurs jours de suite vers le commencement de mai, au point du jour, on voit que le lever de la constellation du Taureau précède un peu le lever du Soleil. Au bout d'un mois environ; cette constellation se trouvera beaucoup plus écartée du Soleil; ce sera la constellation des Gémeaux qui lui aura succédé et qui deviendra visible le matin, à l'orient, un peu avant la naissance du jour. On voit ainsi successivement toutes les constellations situées près de l'écliptique se dégager, l'une après l'autre, des rayons du Soleil, comme si elles passaient peu à peu du ciel du jour dans le ciel de la nuit. Or il n'est pas difficile de reconnaître que c'est le Soleil qui s'écarte du Taureau, par exemple, puis des Gémeaux, et ainsi de suile, et non les constellations qui s'écartent du Soleil. En voyant les étoiles conserver entre elles les mêmes distances, se lever et se coucher toujours aux mêmes points de l'horizon, tandis que le Soleil se lève et se couche chaque jour à des points différents, on a compris que c'est le Soleil qui marche lentement contre le mouvement diurne et s'écarle chaque jour des constellations avec lesquelles il se levait précédemment.

Les premiers observateurs, dépourvus de tout instrument, employaient non le méridien, mais l'horizon comme plan de comparaison ou de repère; ils notaient soigneusement les levers et les couchers, comme nous notons les passages au méridien. Ils notaient surtout les levers ou couchers *héliaques* des étoiles, c'est-à-dire les époques de l'année où une étoile se lève ou se couche

avec le Soleil (du moins peu de temps avant ou après lui). A l'équateur, au Pérou, par exemple, où la sphère est droite, cette méthode revient à la nôtre, car là l'horizon est un plan horaire comme le méridien; les levers ou les *ascensions* des étoiles y donnent la mesure de leurs *ascensions droites*. Mais, hors de l'équateur, ces ascensions sont obliques, et pour déduire, des passages des étoiles par l'horizon, les coordonnées que nous avons nommées ascensions droites, il faudrait résoudre un triangle sphérique. Il est inutile d'ajouter que les observations faites dans le plan de l'horizon ne peuvent être que très-grossières et bonnes seulement pour des époques où la division du cercle en douze parties égales suffisait aux besoins de la science.

Signes du Zodiaque. — Les anciens reconnurent ainsi que le Soleil décrit chaque année le même cercle, puisqu'il repasse constamment au milieu des mêmes étoiles. Ils s'attachèrent à grouper ces étoiles en constellations distribuées, comme des repères, le long de l'écliptique et ils leur donnèrent les noms et les symboles suivants* :

Le Bélier,	Le Taureau,	Les Gémeaux,	Le Cancer,	Le Lion,	La Vierge,
♈	♉	♊	♋	♌	♍
La Balance,	Le Scorpion,	Le Sagittaire,	Le Capricorne,	Le Verseau,	Les Poissons.
♎	♏	♐	♑	♒	♓

Chaque constellation était censée répondre à un des douze signes ou *dodécatémories* (douzièmes) de l'écliptique, en sorte que le Soleil les traversait de mois en mois. Toute la théorie du Soleil a consisté longtemps à pouvoir assigner l'époque à laquelle il se trouve dans un de ces signes.

Nous reviendrons sur ce sujet à propos de la précession.

La division de l'écliptique en douze signes, portant chacun un nom particulier, est tout à fait semblable à celle de la rose des vents en seize points, avec un nom propre pour chaque direction. Pour exprimer que la longitude du Soleil est de 180°, on disait : le Soleil entre dans le signe de la Balance. Avec le progrès des sciences, ces désignations concrètes ont fait place à la

* Vers mnémoniques :

Sunt Aries, Taurus, Gemini, Cancer, Leo, Virgo
Libraque, Scorpius, Arcitenens, Caper, Amphora, Pisces.

nomenclature purement numérale où l'on peut subdiviser autant qu'on veut, sans avoir à craindre une complication croissante.

Mais cette réforme ne s'est point opérée d'un seul coup. En 1750, La Caille disait encore, par exemple : le Soleil est à 8°51' du signe de l'Écrevisse, ou : sa longitude est 8°51 ♋. En 1800, les symboles avaient disparu ; les signes n'étaient plus qu'une première division de la circonférence en douze parties, et Delambre aurait écrit : 3ˢ 8° 51'. Enfin la même longitude s'exprimerait simplement aujourd'hui par 98° 51'. Certaines expressions tombées en désuétude se rapportent à cette division primitive. Ainsi on disait autrefois qu'un mouvement s'accomplit *contre l'ordre des signes*, pour indiquer un mouvement rétrograde.

Les douze constellations qui répondent aux douze signes occupent, sur la sphère, une zone étroite qui porte le nom de Zodiaque*. On lui donne 8° ½ de largeur de chaque côté de l'écliptique, en tout 17°. Les anciens avaient fort bien remarqué que les planètes ne s'écartent jamais de cette zone dont le Soleil parcourt le milieu. Ce fait tient, comme nous le verrons plus tard, à la forme générale du système solaire et à la place que nous y occupons.

CHAPITRE VIII.

PREMIÈRE APPROXIMATION DE LA THÉORIE DU MOUVEMENT ANNUEL. — SYSTÈME DES COORDONNÉES ÉCLIPTIQUES (LONGITUDE ET LATITUDE). — PREMIÈRE CAUSE D'INÉGALITÉ DES JOURS SOLAIRES VRAIS.

Théorie du mouvement annuel. — Si la marche du Soleil dans l'écliptique était uniforme, toute la théorie du Soleil, vu de la Terre, se réduirait aux éléments précédents, savoir : l'obliquité de l'écliptique, la longueur exacte de l'année et l'observation d'un équinoxe ; on serait en état de calculer d'avance, pour une époque quelconque, la position que le Soleil

* De ζώδια, les animaux. La plupart des constellations zodiacales figuraient des animaux réels ou fabuleux.

doit occuper dans le ciel, c'est-à-dire son ascension droite et sa déclinaison. Pour le montrer, rappelons d'abord le nouveau système de coordonnées relatif au mouvement de translation de la Terre, système dont il a été question p. 157 : son plan fondamental est l'écliptique, son axe est une perpendiculaire à ce plan, menée par le centre de la Terre. En voici la comparaison avec le système relatif au mouvement diurne.

Coordonnées équatoriales.	Ascension droite.	Plan fondamental :	l'équateur céleste.
	Déclinaison......	Axe :	la ligne des pôles.
Coordonnées écliptiques.	Longitude.......	Plan fondamental :	l'écliptique.
	Latitude........	Axe :	l'axe de l'écliptique.

L'origine commune des ascensions droites et des longitudes est le point équinoxial du printemps. La sphère se trouve partagée par le plan fondamental de l'écliptique en deux régions : les points de celle où se trouve le pôle boréal de l'équateur céleste ont des latitudes boréales ou positives; les points de la région opposée ont des latitudes australes ou négatives. Le Soleil ne sortant jamais du plan fondamental de l'écliptique, sa latitude est toujours nulle.

Il ne reste donc qu'à examiner comment il est possible de calculer sa longitude pour une époque quelconque. Si le Soleil parcourt uniformément les 360° de longitude, comptés sur l'écliptique, en 366,242217 jours sidéraux, l'arc n décrit en un jour sera

$$\frac{360^\circ}{366,242217} = 58'58'',642.$$

Or l'observation nous a appris qu'en 1851 l'équinoxe du printemps a eu lieu entre le 20 et le 21 mars, lorsque la pendule sidérale marquait à Paris $16^h 56^m 39^s$. A cette époque-là, que nous désignerons par t, la longitude du Soleil était nulle, et elle a augmenté depuis, proportionnellement au temps, à raison de $58'58'',642 = n$ par jour sidéral. Si donc il s'agit de calculer la longitude l du Soleil pour une autre époque quelconque t', il suffira de chercher le nombre de jours sidéraux écoulés entre t et t' et de le multiplier par n, d'où $l = n(t' - t)$. S'il s'est écoulé plusieurs années entre t et t', il faudra évidemment les

supprimer, puisqu'elles correspondent à des révolutions entières du Soleil, ou à des arcs de 360° pour sa longitude.

Connaissant la longitude l, il est aisé de passer aux coordonnées équatoriales. Dans la figure 65, où BSS' représente l'écliptique et BAA' l'équateur, l'arc BS est la longitude l du Soleil placé en S; BA en est l'ascension droite $\mathcal{R}$, et AS la déclinaison D; l'angle SBA $= \omega = 23°28'$ est l'obliquité de l'écliptique; enfin le triangle sphérique SBA, rectangle en A, donne

$$\tang \mathcal{R} = \tang l \cos \omega, \text{ et } \tang D = \sin \mathcal{R} \tang \omega.$$

On pourrait de même passer à un autre système de coordonnées et transformer, par exemple, $\mathcal{R}$ et D en azimut et hauteur. Mais ce sont ordinairement les coordonnées équatoriales que l'on emploie, parce qu'elles règlent les passages au méridien.

Inégalité des jours solaires. — De ce qui précède, nous pouvons déjà tirer cette conclusion : quand bien même la longitude du Soleil croîtrait proportionnellement au temps, il n'en serait pas ainsi de son ascension droite, et, par suite, les intervalles des passages successifs du Soleil au méridien, c'est-à-dire les jours solaires, ne seraient pas de même durée. En effet, si le côté BS $= l$ (fig. 64) croît de quantités égales, il n'en peut être ainsi du côté BA $= \mathcal{R}$, puisque le triangle BSA est sphérique et non rectiligne. La figure 63 le montre encore mieux : l'arc de longitude BS_1, pris vers l'équinoxe, étant projeté sphériquement sur l'équateur, donne l'arc d'ascension droite BA_1 plus petit que BS_1; tandis que, au solstice, l'arc BC est égal à l'arc BG, tous les deux étant de 90°. Evidemment la longitude et l'ascension droite sont égales quatre fois dans l'année, car elles sont l'une et l'autre de 0° et de 180°, aux deux équinoxes, de 90° et de 270° aux deux solstices. Mais dans l'intervalle, elles cessent d'être égales, et pendant que la longitude croît de $n = 58'58'',642$ par chaque jour sidéral, l'ascension droite augmente d'une quantité tantôt plus faible tantôt plus grande que n. Ainsi la différence $l - \mathcal{R}$ est nulle quatre fois par an et atteint son maximum entre un équinoxe et un solstice; cette quantité périodique porte le nom de *réduction à l'équateur*; son expression se déduit de la relation précédente entre l et $\mathcal{R}$.

Maintenant on peut s'expliquer facilement comment les inégales variations de l'ascension droite du Soleil entraînent l'inégale durée des jours solaires. Supposons que le Soleil soit en B (fig. 63), au moment où il passe au méridien d'un lieu quelconque; la sphère céleste tournant autour de la ligne des pôles dans le sens CBA, le point B, après un jour sidéral, se trouvera de nouveau dans le méridien du lieu; mais pendant ce temps le Soleil aura décrit sur l'écliptique le petit arc BS_1 et il faudra que la sphère tourne de l'arc BA_1, qui lui correspond sur l'équateur, pour qu'il atteigne de nouveau le méridien du lieu. Cet arc BA_1 ou plutôt $\frac{1}{15}BA_1$ est donc la différence entre le jour sidéral et le jour solaire. Le jour sidéral est constant; donc le jour solaire le serait aussi, si l'arc BA_1 avait toujours la même valeur d'un bout à l'autre de l'année, mais nous venons de voir qu'il n'en est rien, que l'ascension droite du Soleil n'augmente pas tous les jours de la même quantité. Cette cause d'inégalité des *jours solaires vrais* n'existerait pas, si l'écliptique était confondue avec l'équateur céleste, autrement dit, si l'axe de rotation du globe terrestre était perpendiculaire au plan de l'orbite que la Terre décrit annuellement autour du Soleil. Elle n'est pas la seule : nous allons voir que le mouvement apparent du Soleil sur l'écliptique n'est pas tout à fait uniforme, comme nous l'avons supposé.

CHAPITRE IX.

SECONDE APPROXIMATION DE LA THÉORIE DU MOUVEMENT ANNUEL; MOUVEMENT ELLIPTIQUE; PÉRIGÉE ET APOGÉE. — LONGITUDE MOYENNE DU SOLEIL. — EXCENTRICITÉ DE L'ELLIPSE SOLAIRE. — ÉQUATION DU CENTRE. — CALCUL DE LA LONGITUDE VRAIE ET DE L'ASCENSION DROITE VRAIE DU SOLEIL.

Mouvement elliptique. — D'après les lois de Képler, les planètes décrivent des ellipses dont le Soleil occupe un foyer; de plus, les aires des secteurs elliptiques, décrits par le *rayon vecteur* idéalement tiré du Soleil à la planète, croissent propor-

tionnellement au temps. Si l'orbite de la Terre était un cercle, cas particulier de l'ellipse dont les deux foyers se trouvent réunis au centre, les lois de Képler se trouveraient encore applicables, l'aire du secteur circulaire décrit dans l'unité de temps serait constante, et par suite, l'angle de ce secteur serait lui-même constant. Or, dire que le rayon vecteur de la planète décrit des angles égaux en temps égaux autour du Soleil, c'est dire que le mouvement angulaire réel de la planète autour du Soleil est uniforme, et que le mouvement angulaire apparent du Soleil, vu de la planète, est uniforme également. La théorie du chapitre précédent répond donc à ce cas particulier des lois de Képler où l'orbite terrestre serait un cercle dont le Soleil occuperait le centre dès lors confondu avec le foyer. Dans la réalité, cette orbite est une ellipse, mais une ellipse si peu différente d'un cercle, qu'on peut regarder l'hypothèse circulaire du chapitre précédent comme une première approximation suffisante dans une foule de cas. Il s'agit maintenant de se rapprocher davantage de la réalité, de considérer l'orbite annuellement parcourue par la Terre, non plus comme un cercle, mais comme une ellipse dont nous nous proposerons de chercher la forme et la position dans le plan de l'écliptique.

Soit TT'T'' (fig. 65), l'orbite elliptique de la Terre; AP le grand axe de cette ellipse, O son centre, S un des foyers, celui que le Soleil occupe.

Lorsque la Terre se trouve aux extrémités du grand axe, en A ou en P, sa distance au Soleil est la plus petite ou la plus grande possible : ces deux points A et P se nomment le *périhélie* et l'*aphélie**; partout ailleurs le rayon vecteur ST prend des valeurs intermédiaires entre SP et SA. Le demi-grand axe de l'ellipse est OP ou OA; l'excentricité est OS. Les astronomes prennent pour unité de longueur le demi-grand axe; dès lors OP sera représenté par 1 et OS par une fraction égale au rapport $\frac{OS}{OP}$. Rappelons que le grand axe AP divise l'ellipse en deux parties égales et symétriques.

En vertu de la théorie des mouvements apparents, si la Terre décrit une ellipse dont le Soleil occupe un foyer, le Soleil, vu de

* De περὶ, proche, ou ἀπὸ, loin, et de ἥλιος, le Soleil.

la Terre, paraîtra décrire une ellipse égale, autour de l'observateur qui se juge immobile et placé lui-même au foyer de l'orbite apparente. Le seul changement qui résultera de la substitution des apparences à la réalité, sera un changement de mots : *périgée* au lieu de *périhélie; apogée* au lieu d'*aphélie* (γῆ, Terre). Nous pourrons donc continuer à parler le langage des apparences, et supposer l'observateur immobile au foyer d'une ellipse que le Soleil parcourt en un an dans l'écliptique.

Longitude du Soleil. — Si S, S′, S″.... (fig. 66) sont les positions successives du Soleil dans son ellipse apparente, et BT la ligne des équinoxes, les longitudes du Soleil seront les angles BTS, BTS′, BTS″.... formés par le rayon vecteur ST avec la ligne des équinoxes. A cause de la première loi de Képler, ce ne sont plus ces longitudes qui croissent proportionnellement au temps, comme dans l'hypothèse d'une orbite circulaire, mais bien les aires des secteurs BTS, BTS′, BTS″... décrits par le rayon vecteur TS. Si les arcs d'ellipse BS, SS′, S′S″... sont décrits dans le même temps, un jour sidéral par exemple, les aires des secteurs correspondants seront égales, mais leurs angles ou les arcs correspondants de l'écliptique ne le seront pas; ils iront en diminuant à mesure que le rayon vecteur s'allongera, à mesure que le Soleil marchera vers l'apogée A. Ainsi, pour déterminer la longitude du Soleil à une époque quelconque, en S″ par exemple, il faudra calculer : 1° l'aire du secteur elliptique BTS″ décrit depuis l'équinoxe du printemps; 2° l'angle BTS″ de ce secteur. Le premier calcul est bien simple : puisque l'aire entière de l'ellipse est décrite en un an ou en 366^j *, l'aire du secteur correspondant à 1 jour sera $\frac{1}{366}$ de l'aire totale, et par suite celle du secteur décrit en 2, 3, 4... jours sera double, triple, quadruple... de cette dernière quantité. Mais le calcul de l'angle correspondant, c'est-à-dire de la longitude du Soleil, n'est plus aussi facile, et ne saurait être exposé ici en détail; disons seulement qu'il est nécessaire, pour faire ce calcul, de connaître la forme de l'ellipse, c'est-à-dire son excentricité, et la position de son grand axe dans le plan de l'écliptique, c'est-à-dire l'angle compris entre la ligne des équinoxes TB et le rayon TP. Cet angle porte le nom de *longitude du périgée*. Voilà deux nouveaux

* Nous continuons à laisser de côté la précession des équinoxes.

éléments que la théorie du Soleil doit emprunter aux observations.

Position du grand axe de l'ellipse solaire. — Elle se déduit de la propriété que le grand axe PA (fig. 66) possède, à l'exclusion de toute autre ligne passant par le foyer T, de diviser la surface de l'ellipse en deux parties égales. Les aires des deux secteurs PSA, ADP étant égales, elles doivent être décrites en temps égaux par le rayon vecteur. Or la surface entière de l'ellipse est décrite en un an; donc, si à une certaine époque le Soleil s'est trouvé en P, une demi-année après il se trouvera en A, à 180° de distance angulaire de sa première position. Pour toute autre ligne, telle que BD passant aussi par le foyer T, les deux secteurs BAD, DPB sont inégaux, et sont par conséquent parcourus en temps inégaux. En B et en D, le Soleil occupe bien deux positions diamétralement opposées; ses longitudes en B et D diffèrent bien de 180°, comme en P et en A, mais la ligne BD ne partage point l'année en deux parties égales. Ainsi, pour déterminer la position du grand axe de l'orbite solaire, il suffit de chercher, dans une série d'observations du Soleil, deux positions diamétralement opposées dont les dates diffèrent juste de 6 mois. Par exemple, le 1er janvier 1851, la longitude observée du Soleil était de 280°; elle était de 100° au 2 juillet. Voilà deux positions diamétralement opposées. Du 1er janvier au 2 juillet il s'est écoulé six mois, ou une demi-année; donc le Soleil se trouvait, à ces deux époques, aux extrémités du grand axe de son orbite. De plus, les observations montrent que la longitude du Soleil augmentait de 61′ par jour, vers le 1er janvier, et de 57′ seulement vers le 2 juillet. La plus grande vitesse angulaire ayant eu lieu en janvier, il s'ensuit que le Soleil se trouvait à l'extrémité P du grand axe, et sa longitude étant alors de 100°, il en doit être de même de la longitude du point P ou du périgée de l'orbite solaire. En opérant avec toute l'exactitude requise*, on trouve que la longitude du périgée est de 100°22′26″.

* Il est évident que les observations méridiennes du Soleil ne se feront presque jamais au moment précis où le Soleil se trouve au périgée ou à l'apogée. Pour trouver les longitudes et les moments correspondants à ces deux positions, il faut donc recourir à une interpolation analogue à celle que l'on a déjà employée (p. 156) pour déterminer l'équinoxe.

Détermination de l'excentricité. — Soient $P\sigma$ et $\sigma'A$ (fig. 66) les arcs que le Soleil décrit en un jour quand il est au périgée ou à l'apogée : ces arcs étant très-petits, et sensiblement perpendiculaires aux rayons vecteurs qui les comprennent, nous pourrons les identifier avec des arcs de cercle décrits du point T comme centre, avec les rayons $TP = r$, $TA = r'$, et calculer les aires des secteurs elliptiques $PT\sigma$, $\sigma'TA$ comme s'il s'agissait de simples secteurs circulaires. Nommons donc v et v' les angles de ces secteurs: $\frac{1}{2}r^2v$ et $\frac{1}{2}r'^2v'$ en seront les surfaces, et, en vertu de la première loi de Képler, nous aurons l'égalité $\frac{1}{2}r^2v = \frac{1}{2}r'^2v'$ ou $r\sqrt{v} = r'\sqrt{v'}$.

Le second foyer de l'ellipse étant en F, on a $FA = r$ et $TF = 2OT = TA - FA = r' - r$. Si nous prenons le demi-grand axe $OP = \frac{1}{2}(r' + r)$ pour unité de longueur, l'excentricité OT, que nous désignerons par e, sera $\frac{1}{2}(r' - r)$; v et v' étant connus par l'observation du Soleil, on en déduira la valeur de e en éliminant r et r' entre les trois équations du premier degré

$$r\sqrt{v} = r'\sqrt{v'}, \quad e = \tfrac{1}{2}(r' - r), \quad \text{et} \quad \tfrac{1}{2}(r + r') = 1.$$

On obtient ainsi $e = \dfrac{\sqrt{v} - \sqrt{v'}}{\sqrt{v} + \sqrt{v'}}$. Par exemple on trouve, par l'observation du Soleil, que sa longitude était

le 1er janvier... 280° 32′ 28″,
le 2 » ... 281 33 39.

La différence est $1°1'11'' = 3671''$: c'est l'angle v décrit en un jour par le rayon vecteur du Soleil, vers le périgée. On trouve de même que, vers le 2 juillet, c'est-à-dire à l'apogée, la longitude du Soleil augmentait de $57'13'' = 3433''$ par jour : c'est là la valeur de v'. En substituant ces nombres dans la formule précédente, on trouve $e = 0{,}016756$. La vraie valeur est 0,016775. Quant à r et r', rayons vecteurs minimum et maximum, leur valeur est évidemment $OP - OT = 1 - e$, et $OA + OT = 1 + e$, ou 0,983225 et 1,016775 *.

* L'observation du diamètre apparent du Soleil, au 1er janvier et au 2 juillet, fournit une espèce de vérification de ces résultats. Le Soleil étant plus près de la Terre au périgée, c'est-à-dire vers le 1er janvier, son diamètre appa-

Calcul de la longitude vraie du Soleil. — Examinons actuellement comment, avec ces données nouvelles, on peut calculer d'avance la longitude du Soleil pour un instant donné t, et, par suite, son ascension droite et sa déclinaison.

Au moment où le Soleil S atteint le périgée P (fig. 66), imaginons qu'un Soleil fictif S' parte avec lui du point P et parcourre la même orbite d'un mouvement uniforme, avec la vitesse moyenne du Soleil véritable. Ces deux Soleils achèveront leur révolution et même leur demi-révolution dans le même temps; ils passeront

---

rent doit être plus grand; car le diamètre apparent d'un astre, vu de la Terre, est inversement proportionnel à sa distance à la Terre. A ces deux époques, la distance étant $1+e$ et $1-e$, le diamètre apparent doit être $32'.(1-e)$ et $32'.(1+e)$; $32'$ étant le diamètre qui répond à la *distance moyenne* 1. On pourrait donc déduire des diamètres d' et d, observés à ces époques, la valeur de l'excentricité e par la relation

$$\frac{d}{d'}=\frac{1-e}{1+e},\quad \text{d'où } e=\frac{d-d'}{d+d'}.$$

Les observations faites au cercle mural donnent le diamètre apparent du Soleil à toutes les époques de l'année, car la hauteur méridienne du centre étant la demi-somme des hauteurs des deux bords, le diamètre vertical de l'astre sera la différence de ces hauteurs. On a trouvé ainsi, par de très-nombreuses mesures,

1er janvier, Soleil périgée... $d=32'36'',2=1956'',2$
2 juillet, Soleil apogée... $d'=31\ 30,3=1890,3$;

et on déduit, par la formule précédente, $e=0,019019$, valeur beaucoup trop considérable de l'excentricité.

Presque toutes les mesures du diamètre solaire sont entachées de certaines erreurs qui tendent à l'amplifier, plus encore en été qu'en hiver. Et comme d'ailleurs l'excentricité de l'orbite solaire produit des variations beaucoup moins sensibles sur le diamètre apparent du Soleil que sur sa vitesse angulaire, c'est à l'observation de celle-ci qu'il faut s'attacher de préférence pour déterminer cet élément. Plus loin, on verra que l'effet maximum de l'excentricité a lieu dans la plus grande équation du centre où il atteint, non des secondes ou des minutes, mais des degrés entiers. Quand il s'agit de déterminer, par observation, un élément quelconque, il faut avant tout, et ce n'est pas une prescription inutile à vulgariser, rechercher avec soin sur quels phénomènes observables l'influence de cet élément se prononce le plus, parce que là l'influence des erreurs *inévitables* de toute mesure se trouve réduite au minimum. Jamais Képler n'eût trouvé ses immortelles lois, s'il eût étudié la forme des orbites planétaires autre part que dans les inégalités de la marche même des planètes.

toujours ensemble en P et en A. Partout ailleurs ils seront séparés. La vitesse du Soleil vrai S étant plus grande en P qu'en A, il commencera par devancer l'autre mobile, en s'écartant d'abord de lui de plus en plus, jusqu'à un certain point E; mais sa vitesse diminuant à mesure qu'il se rapproche de l'aphélie, il se laissera peu à peu regagner par le Soleil fictif S' dont la marche est uniforme, et leur écart diminuera progressivement jusqu'à l'aphélie A, où ils arriveront au même moment au bout de six mois. Les mêmes phases se reproduiront en ordre inverse dans la seconde moitié de l'ellipse solaire : là le Soleil fictif précède le Soleil vrai, mais ils arrivent ensemble à leur point de départ commun P. Cet écart variable, tantôt en plus, tantôt en moins, se nomme *équation du centre*, et dépend uniquement de l'excentricité déjà connue de l'orbite. En calculant l'équation du centre qui correspond à une position quelconque du Soleil fictif, et en l'ajoutant algébriquement à la longitude, on aura donc celle du Soleil vrai. Ainsi :

longitude vraie = *longitude moyenne* + *équation du centre*,

ou

$$\lambda = l + E$$

On voit par là comment les astronomes utilisent la théorie du mouvement circulaire et uniforme : le Soleil fictif, dont nous venons de parler, n'est autre chose que celui dont nous avons déjà calculé si aisément la longitude, pour un moment donné, par la formule $l = n\,(t' - t)$ dans laquelle $n = 58'58'',642$ (p. 169). Ils considèrent cette longitude moyenne comme une valeur approchée de la longitude vraie, puis ils y ajoutent une correction E afin d'obtenir celle-ci.

Quant à l'ascension droite et à la déclinaison, le calcul est le même que dans le chapitre précédent. Au lieu de projeter sphériquement l'arc de longitude λ sur l'équateur, on prend λ pour première approximation de l'ascension droite cherchée, et on y ajoute algébriquement la *réduction à l'équateur* R_e (p. 170); on a donc enfin :

$$\textit{Ascension droite vraie} = \lambda + R_e = l + E + R_e.$$

Discutons ces deux corrections périodiques E et R_e qu'on doit ajouter à la longitude moyenne pour avoir l'ascension droite vraie du Soleil réel. Nous venons de voir que les deux Soleils

fictif et réel se rencontrent deux fois par an, au périgée et à l'apogée : là leur écart est nul, et par suite $E=0$. Cet écart atteint son maximum à deux époques de l'année; une première fois, lorsque le Soleil va du périgée à l'apogée; une seconde fois, lorsqu'il va de l'apogée au périgée. Cet écart maximum est la plus grande équation du centre; on peut la déterminer par observation, puisque c'est la plus grande différence entre la longitude réelle ou observée du Soleil, et sa longitude calculée dans l'hypothèse d'un mouvement uniforme. On a trouvé ainsi que la plus grande valeur de E est de $1°\,55'\,20'',5$ et c'est de là qu'on a déduit l'excentricité $e=0{,}01677506$.

Quant à la réduction à l'équateur $R_{,}$, nous avons vu (p. 170) qu'elle est nulle quatre fois par an, aux équinoxes et aux solstices. La somme des deux corrections $R_{,}+E$ jouit de la même propriété d'être nulle quatre fois par an; mais les époques où la première est nulle sont altérées par l'addition de la quantité variable E. A ces quatre époques (15 avril, 15 juin, 11 septembre et 25 décembre), l'ascension droite se trouve égale à la longitude moyenne.

Ainsi l'ascension droite du Soleil se compose d'une partie proportionnelle au temps (la longitude moyenne du Soleil), plus d'une partie périodique $(E+R_{,})$ à laquelle on a donné le nom d'*équation du temps* et qui est nulle quatre fois par année.

Quant à la déclinaison, elle se déduit de $\tan D = \sin \mathcal{R} \tan \omega$.

CHAPITRE X.

TEMPS SOLAIRE VRAI ET MOYEN. — ÉQUATION DU TEMPS. — ORIGINE DU JOUR MOYEN. — LONGITUDES EXPRIMÉES EN TEMPS : L'ESPÈCE DE TEMPS N'Y EST POINT SPÉCIFIÉE.

Jour solaire moyen. — C'est la marche diurne du Soleil qui règle les alternatives des journées et des nuits, et, par suite, tous les travaux humains; c'est donc le jour solaire, non le jour sidéral, qui a dû être adopté comme unité fondamentale de la mesure civile du temps. Mais comme l'essence d'une unité de mesure est l'invariabilité, on a dû choisir, pour cette unité, le

jour solaire moyen qui est constant, et qui d'ailleurs diffère très-peu du jour solaire vrai dont la durée varie d'un bout à l'autre de l'année *.

Le jour solaire moyen se divise en 24 heures solaires moyennes, l'heure en 60 minutes, la minute en 60 secondes, comme pour le jour sidéral. L'heure, la minute, la seconde de temps moyen ont donc avec leurs homologues du temps sidéral le même rapport que les unités principales; 1ˢ de temps moyen, par exemple, = 1ˢ,002739 de temps sidéral (p. 163).

Les nombreuses applications de l'astronomie à la navigation, à la géographie, à la chronologie, etc., ont décidé les astronomes à adopter eux-mêmes le temps moyen; ils en font usage concurremment avec le temps sidéral; la transformation de l'un dans l'autre s'opère aisément, à l'aide du rapport numérique qui vient d'être indiqué.

Origine du jour solaire moyen. — Il ne suffit pas de connaître la durée du jour moyen, il faut encore lui assigner une origine. Pour le jour sidéral, nous avons vu que son origine est fixée, en chaque lieu, par le passage du point équinoxial du printemps au méridien du lieu. On a fait une convention analogue pour le jour solaire moyen: *le milieu du jour moyen* **, *c'est-à-dire midi moyen, a lieu quand un point de l'équateur céleste dont l'ascension droite serait toujours égale à la longitude moyenne du Soleil passe au mé-*

* Naguère les horloges étaient réglées sur le jour solaire vrai (jusqu'en 1816). Mais comme les horloges ont une marche nécessairement uniforme, tandis que les jours solaires vrais ne l'ont pas, il fallait tous les jours allonger ou raccourcir le pendule et toucher aux aiguilles afin de les mettre d'accord avec le Soleil, ou du moins de leur faire marquer midi à chaque passage du Soleil au méridien. Le célèbre astronome français Lalande réclama instamment l'adoption du jour moyen pour l'usage civil: Malgré quelques mauvaises plaisanteries, son conseil a fini par être écouté; les horloges publiques suivent aujourd'hui le temps moyen, et il n'est plus nécessaire de retoucher à chaque instant aux pendules et aux montres. Maintenant que mille circonstances de la vie civile supposent de la précision, par conséquent de l'uniformité dans la mesure du temps (les chemins de fer, par exemple), on comprend mieux toute l'utilité du conseil de Lalande.

** L'usage civil est de placer l'origine du jour à minuit, lorsque le Soleil moyen passe au méridien inférieur. Les astronomes, au contraire, font commencer le jour à midi moyen, c'est-à-dire au passage supérieur du Soleil fictif. Il ne peut résulter de là aucun inconvénient, si l'on a soin d'avertir de la convention qu'on adopte.

ridien. Afin de justifier cette convention, il faut démontrer : 1° que le jour moyen ainsi déterminé a une durée constante ; 2° qu'il est égal à la moyenne des jours vrais pendant l'année. Nous avons vu (p. 170) que le jour solaire vrai serait uniforme, si l'ascension droite du Soleil augmentait tous les jours de la même quantité : c'est précisément ce qui a lieu pour le point de la sphère céleste dont l'ascension droite est égale à la longitude moyenne du Soleil, car celle-ci croît tous les jours de la même quantité, elle est proportionnelle au temps. En second lieu, le point mobile qui règle le jour moyen et qu'on peut appeler le Soleil moyen, fait le tour entier du ciel en un an, puisque son ascension droite est égale à la longitude moyenne du Soleil, laquelle varie évidemment de 0° à 360° dans le cours d'une année. Donc, en un an, c'est-à-dire en 366 $\frac{1}{4}$ jours sidéraux, il aura passé une fois de moins au méridien que les étoiles, absolument comme le Soleil vrai (p. 162), et la longueur de l'année sera de 365 $\frac{1}{4}$ jours moyens. Comme il y a d'ailleurs autant de jours vrais que de jours moyens dans l'année, il est évident que le jour moyen en est bien la valeur moyenne.

Nous avons vu d'ailleurs (p. 163) que

1 jour solaire moyen = 1 jour sidéral $3^m\ 56^s,555$.

Équation du temps. — Le point mobile de l'équateur (Soleil moyen), dont les passages au méridien règlent la succession des jours solaires moyens, n'est pas plus visible que le point équinoxial dont les passages règlent les jours sidéraux ; il faut donc faire pour l'un ce qui a été fait pour l'autre. Nous avons remplacé le point équinoxial par des étoiles observables, en assignant l'heure qu'une pendule de temps sidéral doit marquer quand α d'Andromède, Sirius, etc. passent au méridien. De même nous allons remplacer l'observation impossible du Soleil moyen par celle du Soleil réel, en assignant l'heure qu'une pendule de temps moyen doit marquer quand le vrai Soleil passe au méridien. Il suffit pour cela de rapprocher les deux expressions :

Ascension droite du Soleil vrai $= l + \text{E} + \text{R}_{\text{e}} = l +$ *équation du temps* *.

Ascension droite du Soleil moyen $= l$.

* $\text{E} + \text{R}_{\text{e}}$ est un petit arc qu'il faut transformer en temps en le divisant par 15.

Donc *l'ascension droite du Soleil vrai est égale à celle du Soleil moyen, plus l'équation du temps.*

Le passage du Soleil vrai par les 24 plans horaires équidistants d'un lieu quelconque détermine les *heures vraies :* de même le passage du Soleil moyen par les plans horaires déterminera les heures moyennes. On peut donc dire, en général :

*Le temps moyen est égal au temps vrai, plus l'équation du temps**.

Il a fallu calculer cette quantité périodique, nommée équation du temps, pour tous les jours de l'année ; en voici le tableau de 10 jours en 10 jours.

Heure qu'une pendule réglée sur le temps moyen doit marquer au passage méridien du Soleil, ou à midi vrai.

MOIS.	DATE.	HEURE moyenne à midi vrai.	MOIS.	DATE.	HEURE moyenne à midi vrai.
		XII^h plus			XII^h plus
Janvier......	1	3^{m}44^s	Juillet.......	10	4^{m}56^s
	11	8 8		20	5 59
	21	11 33		30	6 8
	31	13 43	Août.........	9	5 18
Février......	10	14 32		19	3 30
	20	14 3		29	0 54
Mars.........	2	12 28			XII^h moins
	12	10 4	Septembre...	8	2^{m}17^s
	22	7 9		18	5 46
Avril.........	1	4 5		28	9 13
	11	1 11	Octobre......	8	12 18
		XII^h moins		18	14 41
	21	1^{m}16^s		28	16 3
Mai..........	1	2 59	Novembre...	7	16 11
	11	3 49		17	14 56
	21	3 44		27	12 17
	31	2 43	Décembre....	7	8 28
Juin.........	10	1 1		17	3 49
		XII plus			XII plus
	20	1^m 4^s		27	1^{m}11^s
	30	3 11		37	5 55

* Voyez la deuxième note placée à la fin de ce volume.

Quand on n'a pas besoin d'une grande précision, on peut se servir plusieurs années de suite de cette table qui a été calculée pour 1851. Nous verrons que les éléments de l'orbite solaire ne sont pas tous rigoureusement invariables, comme nous l'avons supposé tacitement jusqu'ici : leurs lentes variations, jointes aux perturbations planétaires, influent sur l'équation du temps, et l'on est obligé de la recalculer tous les ans, d'après les *Tables du Soleil*, pour les éphémérides destinées aux marins et aux astronomes.

Différences des longitudes géographiques exprimées en temps. — Ici le genre de temps n'est jamais spécifié. La longitude de Brest, par exemple, par rapport au méridien de Strasbourg, est de $48^m\,58^s$ ouest ; une pendule sidérale à Strasbourg doit donc marquer $48^m\,58^s$ de plus qu'une pendule sidérale à Brest. Si elles sont réglées sur le temps moyen, elles doivent encore présenter la même différence. En effet, quand il s'agit de temps sidéral, cette manière d'exprimer la différence des longitudes signifie que le point équinoxial du printemps (ou une étoile quelconque) met $48^m\,58^s$ à passer du méridien de Strasbourg à celui de Brest, tandis qu'il met 24^h *heures sidérales* à parcourir tous les méridiens pour revenir au point de départ. Or il en est de même du Soleil moyen : il emploie 24 *heures moyennes* à faire le tour du ciel, en vertu du mouvement diurne un peu ralenti par sa combinaison avec le mouvement annuel (p. 164). Ce Soleil moyen met donc une heure de temps moyen à parcourir l'espace angulaire de 15° qu'une étoile parcourt en une heure sidérale ; de même il met $48^m\,58^s$ de temps moyen à parcourir l'angle de deux méridiens qu'une étoile décrit en $48^m\,58^s$ sidérales. Ainsi quand on dit que Brest est à $48^m\,58^s$ à l'ouest de Strasbourg, il est inutile d'ajouter la qualification de temps sidéral ou moyen. Il est entendu qu'au même instant on compte à Strasbourg $48^m\,58^s$ de plus qu'à Brest en temps sidéral, si ce sont des pendules sidérales que l'on compare, en temps moyen, si on compare des pendules de temps moyen, ou même en temps lunaire (peu usité, p. 314), si l'on veut, pourvu que le jour lunaire, beaucoup plus long que les deux autres, soit divisé comme eux en 24 heures ou en 86400 secondes lunaires.

CHAPITRE XI.

GNOMONS ET CADRANS SOLAIRES.

Ces instruments réalisent les deux premiers systèmes de coordonnées dont nous avons parlé. Le gnomon donne immédiatement l'azimut et la hauteur du Soleil : il équivaut au théodolite. Le cadran donne son angle horaire et sa déclinaison, et remplace la machine parallactique. Si, dans ces deux systèmes, on matérialise l'axe et le plan fondamental, la direction de l'ombre portée par l'axe sur ce plan donnera, dans le premier cas, l'azimut, dans le second, l'angle horaire; dans tous deux, la longueur de l'ombre sera inversement proportionnelle à la tangente de la distance angulaire de l'astre au plan fondamental, c'est-à-dire à la tangente de la deuxième coordonnée sphérique. Ces deux antiques instruments sont fondés sur cette remarque évidente que le plan coordonné passant par l'axe et l'astre, est le même que le plan qui passe par l'ombre et l'axe. Mais ils ne s'appliquent qu'aux astres portant ombre, au Soleil d'abord, ensuite à la Lune. Quelques détails sur ces deux instruments ne seront pas inutiles au lecteur qui voudra joindre un peu de pratique à la théorie. Il est difficile de se procurer les instruments dont se servent aujourd'hui les astronomes, mais on peut faire un gnomon avec un bâton, un cadran avec une tige de fer qu'on plante dans un mur exposé au Soleil, et, avec l'un des deux, vérifier soi-même les théories précédentes dans tous les points essentiels.

Le gnomon. — Soient AB (fig. 67) un plan horizontal, OG une tige verticale nommée *style;* OF l'ombre solaire portée par cette tige, à un instant quelconque de la journée. F étant l'extrémité de l'ombre *, la ligne FG se trouve être la direction du rayon solaire qui rase le sommet du style; le plan GFO est le *vertical*

*L'ombre d'un corps qui intercepte les rayons du Soleil n'est jamais nettement terminée; elle est toujours accompagnée d'une pénombre plus ou moins large, qui n'existerait pas si le Soleil se réduisait à un simple point lumineux. De là une inévitable incertitude sur la position de l'extrémité F ou du *point d'ombre*. Ce défaut commun aux cadrans et aux gnomons ne peut jamais être entièrement corrigé, même par la disposition de la figure 68 (p. 186).

actuel du Soleil, et l'angle GFO en est la *hauteur*. Si on mesure les deux côtés GO et OF du triangle rectangle GOF, ce triangle sera déterminé et, par suite, la hauteur du Soleil sera connue. L'angle formé par l'ombre OF avec la méridienne passant par O, sera l'*azimut* du Soleil.

Tracé de la méridienne du gnomon. — En suivant la marche de l'ombre pendant une partie de la journée, avant et après midi, et en marquant sur le plan horizontal les positions successives de l'extrémité de l'ombre (le *point d'ombre*), on pourra en tracer la courbe FMF'. Du point O, comme centre, décrivez un cercle qui coupe cette courbe en deux points F, F'. Les ombres FO, F'O étant égales, les hauteurs correspondantes du Soleil l'étaient aussi; donc la bissectrice de l'angle F'OF est la méridienne cherchée et le plan vertical MOG est le méridien. La ligne MO est l'ombre méridienne, GMO est la hauteur méridienne du Soleil. Le moment où l'ombre a atteint la direction OM est celui du passage du Soleil par le méridien. Ainsi un gnomon peut remplacer à la fois la lunette méridienne, le cercle mural et le théodolite, quand il s'agit du Soleil.

Heure et latitude. — L'azimut MOF' et la hauteur OF'G du Soleil étant mesurés, on en déduira l'heure et la latitude, si la déclinaison du Soleil est connue pour l'instant de l'observation. Elle l'est toujours, indépendamment des Tables astronomiques, à quatre époques de l'année, savoir, aux équinoxes où elle est nulle et aux solstices où elle est $\pm 23°28'$. Mais voyons s'il ne serait pas possible de se passer de toute notion antérieure et de tirer tout de l'instrument lui-même.

Obliquité de l'écliptique, latitude du lieu et équinoxe. — Soient L la latitude du lieu, D la déclinaison du Soleil, H sa hauteur méridienne. La hauteur méridienne du Soleil est égale à $90° - L + D$, c'est-à-dire au complément de la latitude plus la déclinaison, laquelle est positive quand le Soleil est au-dessus de l'équateur, et négative lorsqu'il est au-dessous. Le triangle GMO donne cette hauteur, soit par une construction graphique, soit par la formule $\tang \text{GMO} = \tang \text{H} = \frac{\text{OG}}{\text{OF}}$. Nous admettrons que l'on ait mesuré à diverses époques, à Paris, la longueur de l'ombre méridienne portée par un style de 1^{m} de hauteur et qu'on ait trouvé ainsi :

DATES.	LONGUEUR de l'ombre.	DATES.	LONGUEUR de l'ombre.
Janvier 21	$2^m,564$	Juillet 22	$0^m,542$
Février 21	1 ,696	Août 22	0 ,764
Mars 21	1 ,138	Septembre 23	1 ,140
Avril 21	0 ,756	Octobre 23	1 ,671
Mai 21	0 ,548	Novembre 22	2 ,696
Juin 22	0 ,474	Décembre 22	3 ,123

La plus grande et la plus petite hauteur méridienne du Soleil répondent au solstice d'été et au solstice d'hiver; alors la longueur de l'ombre doit atteindre son minimum et son maximum. Le tableau précédent prouve que le solstice d'été tombe très-près du 21 juin, et le solstice d'hiver très-près du 22 décembre. Puisque la hauteur du Soleil ne varie presque pas d'un jour à l'autre, à ces époques-là, on peut prendre $0^m,474$ et $3^m,123$ comme les longueurs d'ombre correspondantes aux solstices mêmes, et alors la formule $\tang H = \frac{OG}{OM} = \frac{1^m}{0^m,474}$ et $\frac{1^m}{3^m,123}$ donnera, pour hauteur méridienne du Soleil, 64° 38′ et 17°45′. Il faut en retrancher les réfractions 28″ et 3′ 1″ relatives à ces hauteurs (p. 119) et en s'en tenant aux minutes, on a, pour les hauteurs vraies, 64°38′ et 17°42′. Les déclinaisons du Soleil aux deux solstices étant égales à l'obliquité ω, mais de signes contraires, on a

$$64° 38' = 90° - L + \omega$$
$$17\ 42 = 90 - L - \omega.$$

Le complément 90°—L de la latitude de Paris est donc la demi-somme de ces deux hauteurs; l'obliquité en est la demi-différence: $90° - L = 41° 10'$, d'où $L = 48° 50'$ et $\omega = 23° 28'$. C'est ainsi qu'observaient Pythéas à Marseille, 350 ans avant J. C., et le savant empereur Tchéou-Kong, à Honanfu, en Chine, 1100 ans avant J. C. (avec un gnomon de 8 pieds). C'est encore ainsi qu'on opérait à l'Observatoire de Paris, dans le siècle de Louis XIV.

Maintenant que nous connaissons la latitude L du lieu de l'observation, les hauteurs méridiennes (déduites de la longueur

des ombres, pour tous les autres jours de l'année, par la formule $\tang H = \left(\frac{\text{longueur du style}}{\text{longueur de l'ombre}}\right)$ nous donnerons les déclinaisons du Soleil par la formule $90° - L + D = H$. A leur tour, les déclinaisons du Soleil nous en donneront l'ascension droite par la formule $\tang D = \tang Æ \cos \omega$, où ω est connu. Enfin les équinoxes (et par suite la longueur de l'année tropique) nous seront donnés par les époques où cette déclinaison devient nulle.

Détermination de l'heure à l'aide du gnomon. — Le passage de l'ombre par la méridienne indique celui du Soleil par le méridien. A cet instant, il est midi vrai et l'horloge du temps moyen doit marquer l'heure indiquée par la table de l'équation du temps. Si on n'a point d'horloge, et qu'on veuille savoir l'heure à tout autre instant de la journée, il faudra, à cet instant, mesurer la longueur de l'ombre pour en déduire la hauteur du Soleil, puis résoudre graphiquement sur un globe, ou par la première formule de la trigonométrie sphérique, le triangle dont les sommets sont le pôle P (fig. 18), le zénith Z et l'astre A', et dont on connaît trois côtés, savoir : $PZ = 90° - L$, $ZA' = 90° - H$ et $PA' = 90° - D$ (ce D se conclut de l'ombre méridienne); l'inconnue est l'angle horaire ZPA' du Soleil. En le transformant en temps, à raison de $15°$ pour 1^h, on aura l'heure vraie; en ajoutant l'équation du temps pour ce jour-là, on aura l'heure moyenne. On peut également utiliser l'azimut de l'ombre.

Pour que les résultats soient exacts, la surface où les ombres se mesurent doit être plane et horizontale : on s'assure qu'elle est plane, avec une longue règle en bois bien dressée, et qu'elle est horizontale, avec un niveau de maçon, qu'on vérifie lui-même par retournement bout pour bout. Au lieu d'un bâton vertical, on se sert, avec plus d'avantage, d'un poteau portant une plaque mince percée d'un trou (fig. 68). Le rayon qui pénètre par ce trou va peindre sur le sol une petite image du Soleil dont on marque le centre C. Le pied O du gnomon est donné par un fil à plomb qu'on fait passer par le centre de l'ouverture; la longueur ou la direction de l'ombre est OM. On marque la méridienne sur le sol par un trait ineffaçable, et le gnomon se trouve construit. Il y en a de très-grands dans plusieurs églises.

Courbe diurne des points d'ombre. — Le point d'ombre est déterminé par la ligne menée de l'extrémité de l'ombre au

sommet du style et aboutissant au centre du Soleil ; pendant que celui-ci décrit son parallèle diurne, cette ligne le suit et décrit un cône droit ayant pour base le parallèle, et pour axe la ligne des pôles, ou plutôt une droite menée par le sommet du gnomon parallèlement à la ligne des pôles. La suite des points d'ombre est la trace horizontale de ce cône, c'est-à-dire une hyperbole, une droite, une ellipse, une parabole ou un cercle, suivant les latitudes ou les saisons. Les élèves feront bien de discuter cette question, en supposant successivement la sphère oblique (France), droite, ou parallèle pour l'observateur.

Cadrans solaires. — La figure 69 représente trois espèces de cadrans à la fois, l'équatorial *, l'horizontal et le vertical. Rien de plus simple que leur théorie et leur construction.

Cadran équatorial. — Soient AB une droite parallèle à la ligne des pôles, OLT un plan perpendiculaire à AB, et parallèle, par conséquent, à l'équateur. Plaçons en O le centre de la sphère céleste. Le système des plans horaires coordonnés aura AB pour axe, OLT pour plan fondamental, et si on divise un cercle ayant le point O pour centre en 24 parties égales (comptées suivant l'usage civil) XII, I, II, III etc., le système des 24 plans horaires équidistants et passant par l'axe AB aura pour traces le système des 24 rayons OXII, OI, OII, OIII, ... Enfin ce système sera convenablement orienté, si le rayon OXII se trouve dans le méridien du lieu. Le passage du Soleil par le plan méridien BOXII détermine l'heure de midi (en temps vrai); son passage par les plans horaires suivants détermine les heures I, II, III ... Si la ligne AOB est une ligne matérielle, elle portera ombre sur le plan OLT; chaque fois que le Soleil se trouvera dans un des plans horaires de midi, de I heure, de II heures, etc., l'ombre coïncidera avec la trace de ce plan et indiquera ainsi l'heure correspondante. Tant que le Soleil sera au-dessus de l'équateur (printemps et été), les ombres du style OB seront portées sur la face supérieure du plan OLT; lorsqu'il sera au-dessous de l'équateur (automne et hiver), les ombres seront portées par le prolongement OA du style sur la face inférieure du plan OLT. Cette face devra donc avoir les mêmes lignes horaires.

* Ou équinoxial.

Cadran horizontal et cadran vertical. — Les ombres portées par AB (fig. 69), sur le plan horizontal ou sur le plan vertical, seront encore les traces des 24 plans horaires passant par AB ; mais ces traces ne feront plus entre elles des angles de 15° comme sur l'équateur OLT. Il est facile cependant de déterminer ces traces. Qu'on prolonge, par exemple, la ligne OX jusqu'à sa rencontre en X avec LT, intersection commune des trois plans, qu'on joigne ce point à A et à B, et on aura les traces horizontales et verticales du plan horaire de X heures. Quand le centre du Soleil passera par ce plan, l'ombre du style AB se trouvera sur AX et sur BX, et marquera l'heure tout aussi bien que l'ombre portée sur le cadran équatorial. Dans la figure, les trois cadrans marquent VIII heures du matin. Au lieu d'un plan vertical, on pourrait employer une surface quelconque, aussi singulière qu'on le voudra, pour recevoir le style AB et les ombres portées par ce style ; il suffirait de chercher les intersections de cette surface par tous les plans horaires. Alors, il est vrai, les lignes horaires ne seraient plus des droites, mais des courbes que l'ombre du style parcourrait successivement aux heures indiquées. C'est, comme on voit, une pure question de géométrie descriptive ; nous nous bornerons à indiquer le tracé des lignes horaires pour le cadran horizontal et le cadran vertical.

Rabattons le plan OLT sur le plan horizontal, en le faisant tourner autour de la trace LT ; la méridienne OXII viendra se placer sur la méridienne horizontale AXII, et toutes les lignes horaires se rabattront de même sans cesser de passer par leurs points de rencontre avec LT. Sur l'épure 70, T'L' représente la ligne de terre TL de la figure précédente ; A'XII et B'XII sont les projections du style AB parallèle à la ligne des pôles ; toute la question se réduit à trouver, sur A'XII, le point O' rabattement du point O. Or OXII (fig. 69) est perpendiculaire au côté AB du triangle rectangle BXIIA. Construisons ce triangle à part sur l'épure (fig. 70), en prenant L'A″ et L'B″ égaux aux deux côtés de l'angle droit. La perpendiculaire L'O″ sera égale à OXII, et en la portant de XII en O' sur A'B', nous aurons le rabattement du point O sur le plan horizontal. Du point O', comme centre, on décrira un cercle qu'on divisera en 24 parties égales à partir de la méridienne O'XII ; on prolongera, jusqu'à L'T', les rayons passant par les points

de division, et on joindra les points de rencontre à A' et à B'. Les deux cadrans seront tracés. Quant aux styles de ces cadrans, on plantera en A' une flèche de fer ou de cuivre ayant l'inclinaison L'A''B'' = hauteur du pôle = latitude du lieu; en ayant soin qu'elle soit exactement située dans le méridien. On opérera de même en B'; mais, pour rendre le style bien parallèle à l'axe du monde, il faudra qu'il forme avec le plan vertical un angle égal à L'B''A'' = complément de la latitude *. Quand on veut tracer un cadran sur un mur vertical, on commence par chercher la trace horizontale du méridien qui passe par le point où on veut planter le style; puis on construit sur le sol un cadran horizontal auxiliaire, afin de déterminer les pieds des lignes horaires qu'il faut tracer sur le mur. Si ce mur n'était pas perpendiculaire au méridien, s'il *déclinait* un peu à l'est ou à l'ouest, l'épure serait à peine modifiée; L'T' serait seulement oblique à A'O' et la ligne horaire de midi, sur le mur, c'est-à-dire B'XII, ne diviserait pas symétriquement l'ensemble des lignes horaires. C'est là ce que l'on nomme un cadran vertical *déclinant*. Inutile d'ajouter que tous ces cadrans indiquent le temps vrai, auquel il faut ajouter l'équation du temps pour avoir le temps moyen, et que les heures, autres que midi, sont entachées de petites erreurs provenant de la réfraction et de la parallaxe du Soleil que l'on a négligées.

CHAPITRE XII.

INÉGALITÉ DES JOURNÉES ET DES NUITS. — VICISSITUDES DES SAISONS. — CLIMATS.

Journée. — La *journée* est l'intervalle de temps compris entre le lever et le coucher du Soleil. Sa durée est constamment de 12h

* Assez souvent on met au bout du style une plaque percée d'un trou, comme pour les gnomons; mais toujours la ligne qui joint le centre du trou au point de concours des lignes horaires doit être parallèle à la ligne des pôles.

à l'équateur; mais plus on s'écarte de l'équateur, et plus la longueur de la journée ou de la nuit devient variable d'une saison à l'autre. Il ne faut donc pas confondre la journée avec le jour solaire qui se règle sur les passages du Soleil au méridien, et qui dure toujours 24ʰ, même là où cet astre reste des mois entiers sans se coucher.

On peut étudier les questions qui font l'objet de ce chapitre sous deux points de vue différents : 1° à la manière des anciens, en supposant la Terre immobile et en parlant le langage des apparences; 2° en se plaçant au point de vue de la réalité, et en considérant à la fois le double mouvement de la Terre. Dans le premier cas, dont nous recommandons la discussion aux élèves, à titre d'exercice, il suffit de suivre les hauteurs méridiennes que le Soleil atteint sur un horizon donné, dans le cours d'une année, en se rappelant que la déclinaison du Soleil varie de —23°28′ à +23°28′, et que sa hauteur méridienne est égale, en chaque lieu, au complément de la latitude plus la déclinaison (prise avec son signe)*. Mais il est plus simple d'adopter ici la seconde marche, qui a été employée pour la première fois par Copernic, dans son traité *De Revolutionibus Orbium cœlestium* (1543); ici le langage de la réalité est encore plus simple que celui des apparences.

La figure 72 représente les positions principales de la Terre, dans son orbite elliptique dont le Soleil S occupe le foyer**.

Parallélisme de l'axe terrestre. — Le point capital sur lequel Copernic a basé l'explication de tous ces phénomènes, c'est le parallélisme constant de l'axe de rotation de la Terre. Nous avons vu déjà que le mouvement de rotation est dans une indépendance complète vis-à-vis du mouvement de translation annuel; que celui-ci ne saurait altérer en rien ni la vitesse du premier ni la direction de l'axe autour duquel il s'effectue. C'est ce parallélisme constant, que la ligne des pôles, l'équateur et son intersection avec l'écliptique (ligne des équinoxes) conservent dans toutes les positions du globe, qui nous a permis

* La question a déjà été traitée, en partie, de cette manière dans le chapitre VII.

** Ce dessin (fig. 72) est une perspective de l'orbite terrestre placée horizontalement et vue par un œil peu élevé au-dessus de son plan.

de les employer comme axe et plan fondamental des coordonnées sphériques d'ascension droite et de déclinaison : il est clair, en effet, que si ce système changeait de direction dans l'espace, par suite du mouvement annuel, il ne pourrait plus servir à fixer la position des astres (voyez toutefois le chapitre XIV).

En suivant, sur la figure 72, les positions relatives du Soleil et de la Terre, on voit qu'au solstice d'hiver le Soleil est situé au-dessous du plan de l'équateur terrestre prolongé indéfiniment ; sa déclinaison est alors de $-23°28'$. L'inverse a lieu au solstice d'été ; la distance angulaire du Soleil au plan de l'équateur (l'angle du rayon vecteur ST avec sa projection sur l'équateur) a atteint son maximum positif de $+23°28'$. Dans les deux positions intermédiaires, le rayon vecteur se confond avec la trace de l'équateur sur l'écliptique, c'est-à-dire avec la ligne des équinoxes ; le plan de l'équateur ne passe plus ni au-dessus, ni au-dessous, mais par le centre du Soleil dont la déclinaison est nulle à ces époques. Ces deux positions correspondent aux équinoxes de printemps et d'automne.

Dans toutes ces positions, une moitié de la Terre se trouve éclairée par le Soleil ; l'autre moitié est dans l'ombre. La ligne de séparation d'ombre et de lumière est la courbe de contact d'un cône circonscrit à la fois au Soleil et à la Terre ; cette ligne est un cercle dont le plan doit être perpendiculaire à la ligne des centres, c'est-à-dire au rayon vecteur ST. A cause de la grande distance des centres, ou plutôt à cause de la petitesse de l'angle au sommet du cône circonscrit, on peut considérer la ligne de contact comme un grand cercle du globe terrestre. Cela posé, toutes les questions relatives à l'inégalité des journées et des nuits se réduisent à examiner comment ce cercle de séparation d'ombre et de lumière partage les parallèles terrestres, à diverses époques de l'année.

Inégalités des journées et des nuits, au solstice d'été. — Considérons d'abord le solstice d'été : prenons pour plan de projection un plan passant par la ligne des pôles PP' (fig. 72) perpendiculairement à l'écliptique ; il coupera le plan de l'écliptique suivant le rayon vecteur ST et le globe terrestre suivant le méridien qui passe à cet instant par le Soleil. Si on projette sur ce plan les divers parallèles terrestres, et la ligne de séparation

d'ombre et de lumière dont le plan est perpendiculaire à ST, tous ces cercles seront représentés en projection par des lignes droites (fig. 73). Soient donc ST le rayon vecteur, PP' la ligne des pôles, $e e'$ la projection de l'équateur; l'angle S T e mesure la déclinaison solsticiale du Soleil, il doit donc être de 23°28'. Le plan du cercle de séparation d'ombre et de lumière étant perpendiculaire à ST, sa projection sera le diamètre I I' faisant avec PP' un angle égal à STe ou à 23°28'. Pour marquer, sur la figure, la projection d'un parallèle quelconque, celui de Paris par exemple, il faudra prendre sur le méridien, à partir de l'équateur, un arc ep égal à la latitude de Paris (ici $ep = 48°50'$) et mener par le point p une parallèle à ee'. De tous ces parallèles, un seul est coupé en deux parties égales par le cercle I I'; c'est l'équateur, dont tous les points décriront par conséquent (en vertu du mouvement de rotation de la Terre autour de l'axe PP') la moitié de leur circonférence diurne dans la partie éclairée par le Soleil, et l'autre moitié dans l'ombre de la nuit. Il en est toujours de même, quelle que soit la position du cercle I I', c'est-à-dire quelle que soit la position de la Terre par rapport au Soleil; ainsi, à toutes les époques de l'année, les journées sont égales aux nuits sur l'équateur, propriété caractéristique qui lui fait donner quelquefois, par les géographes, le nom de *ligne équinoxiale*. Quito, au Pérou, étant à peu près situé sur cette ligne ($L = -0°14'$), les journées et les nuits y sont constamment de 12 heures.

Mais les autres parallèles sont partagés inégalement par le cercle I I'. Au nord de l'équateur, la partie éclairée est plus grande que la partie située dans l'ombre; les journées y sont plus longues que les nuits. L'inverse a lieu dans l'hémisphère austral. Il est facile d'en déterminer les durées respectives sur un parallèle quelconque, pp', par exemple. Le plan de ce parallèle coupe celui du cercle I I' suivant une droite perpendiculaire au plan du tableau et dont la projection se réduit au point k. Si on fait tourner le parallèle autour de son diamètre pp' pour le rabattre en $np'n'p$ sur le tableau, cette droite d'intersection se rabattra en nkn'; l'arc npn' sera la partie éclairée, l'arc $np'n'$ sera la partie obscure du parallèle de Paris. Les 24 heures du jour seront réparties entre la journée et la nuit proportionnellement à ces arcs, à raison de 1h pour 15° sur chacun d'eux. Or on trouve, avec un rapporteur, que

l'arc npn' est de 240°; la journée dure donc 16 heures et la nuit 8 heures, à Paris, à l'époque du solstice d'été. L'inverse a lieu sur le parallèle $\pi'\pi$ des antipodes de Paris; le jour y est alors de 8^h et la nuit de 16^h.

Cercles polaires. — Le cercle I*i* (fig. 73, figure de droite) étant situé tout entier dans la partie éclairée, le Soleil ne se couche pas, au solstice d'été, pour les habitants des lieux situés sur ce parallèle, dont la latitude *ei* ou $e'I = e'P - PI = 90° - 23°28' = 66°32'$. C'est le cercle polaire boréal ou *arctique*. Torneå, ville de la Laponie, célèbre par la mesure d'un arc du méridien que les académiciens français exécutèrent dans le dernier siècle, est située très-près du cercle polaire, car sa latitude est $+65°51'$. A minuit, au solstice d'été, le centre du Soleil se trouve à 41' au-dessous de l'horizon; mais la réfraction horizontale le relève de 34', et comme le demi-diamètre apparent du Soleil est de 16', on voit que le bord supérieur est élevé de $34' + 16' - 41'$ ou de 9' au-dessus de l'horizon. Il fait donc jour en plein minuit à Torneå, le 21 juin. Mais pour simplifier, nous ne tiendrons compte ni de la réfraction ni du diamètre du disque solaire. Il y a sur l'hémisphère opposé un cercle analogue I'*i'*, où le Soleil ne paraît pas sur l'horizon le 21 juin (sauf l'effet de la réfraction); c'est le *cercle polaire austral* ou *antarctique*.

Voici le tableau de la durée de la journée, au solstice d'été, pour tous les lieux du globe compris entre les deux cercles polaires.

LATITUDE.	HÉMISPHÈRE boréal.	HÉMISPHÈRE austral.	LATITUDE.	HÉMISPHÈRE boréal.	HÉMISPHÈRE austral.
0° 0'	12^h	12^h	58°27'	18^h	6^h
16 44	13	11	61 19	19	5
30 48	14	10	63 23	20	4
41 24	15	9	64 50	21	3
49 2	16	8	65 48	22	2
54 31	17	7	66 21	23	1
			66 32	24	0

Pendant que l'hémisphère boréal a ses plus longs jours, l'hémisphère opposé a ses plus longues nuits; la figure 73 montre

bien que la partie éclairée d'un parallèle boréal est égale à la partie obscure du parallèle austral correspondant.

Au solstice d'hiver, les phénomènes inverses ont lieu ; on voit aisément sur la figure 73 que les parallèles de l'hémisphère boréal se trouvent alors situés, par rapport au cercle II', comme l'étaient ceux de l'hémisphère austral au solstice d'été. Pour avoir la longueur des journées ou des nuits, à cette époque, il suffit donc d'échanger les titres des deux dernières colonnes du tableau précédent.

Crépuscule. — On a vu (p. 115) que les crépuscules du matin et du soir, qui prolongent d'une manière si notable la durée de la lumière diffuse de la journée, sont dus à la présence de l'atmosphère ; celui du matin commence et celui du soir finit quand le Soleil est abaissé de 18° au-dessous de l'horizon. Il est aisé, d'après cela, d'en tenir compte dans l'épure de la figure 73. Puisque le point I a le Soleil à l'horizon, ainsi que tous les points situés sur le cercle II', le point p' qui en est éloigné de 18° aura le Soleil à 18° au-dessous de son horizon, et il en sera de même de tous les points du cercle p'A parallèle à II'. Donc la partie de chaque parallèle comprise entre ces deux cercles sera plongée, non dans la nuit absolue, mais dans le crépuscule du soir ou du matin. On voit même que le parallèle de Paris, pp', ne sort pas de la région crépusculaire, en sorte qu'il n'y a pas de nuit, à proprement parler, à Paris, vers le solstice d'été : le crépuscule du matin succède immédiatement à celui du soir *.

Pour déterminer la durée du crépuscule au solstice d'hiver, à Paris, il suffit de la chercher au solstice d'été sur le parallèle $\pi\pi'$. Or la ligne p'A passe à peu près par le milieu O de $\pi\pi'$; par conséquent la moitié de ce parallèle est dans la nuit pure ; il y a donc là 12 heures de nuit pure et comme d'ailleurs la journée représentée par l'arc πx y est de 8 heures, il en résulte que les deux crépuscules comprennent ensemble $12^h - 8^h$ ou 4 heures.

Du solstice d'hiver au solstice d'été, on voit (fig. 72) que le cercle qui sépare sur le globe l'ombre de la lumière se rapproche peu à peu de la ligne des pôles PT, en tournant autour de son diamètre

* Cela serait tout à fait exact pour le parallèle austral dont la latitude aurait pour complément $23°\,28' + 18° = 41°\,28'$; le complément de la latitude de Paris est 41°10'. Cette petite différence est insensible sur le dessin.

II' perpendiculaire à l'écliptique. A l'équinoxe de printemps, ce cercle a atteint la ligne des pôles et se confond avec un méridien; il divise alors tous les parallèles en deux parties égales, l'une située dans l'ombre, l'autre dans la partie éclairée, en sorte que les journées sont alors égales aux nuits par toute la Terre. A partir de l'équinoxe, le cercle d'ombre et de lumière s'écarte de plus en plus de la ligne des pôles, jusqu'au solstice d'été, où l'angle de cette ligne avec le plan du cercle II' atteint de nouveau son maximum de 23° 28'; l'inégalité des journées et des nuits (partout ailleurs que sur l'équateur) va donc en croissant jusqu'au 21 juin.

Zones polaires. — Quant aux contrées polaires, il est facile de voir que l'alternative des journées et des nuits ne dépend plus de la rotation de la Terre, mais bien de son mouvement de translation annuelle autour du Soleil. A l'équinoxe du printemps, le cercle d'ombre II' passe par les deux pôles (fig. 72). A partir de ce moment, le jour commence pour le pôle boréal P et finit pour le pôle austral P'. A mesure que la Terre avance vers le solstice d'été, le cercle II' s'écarte de plus en plus des contrées polaires du nord, mais il les regagne progressivement après le solstice. A l'équinoxe d'automne, après une illumination continue de six mois, le pôle P se retrouve de nouveau dans l'ombre et y reste six autres mois jusqu'à l'équinoxe du printemps.

Voici le tableau de la durée maximum des journées polaires.

LATITUDE	DURÉE de la journée.	DÉCLINAISON du Soleil couchant.
66°32'	1 jour	23°28'
67 23	1 mois	22 37
69 51	2 »	20 9
73 40	3 »	16 20
78 11	4 »	11 49
84 5	5 »	5 55
90 0	6 »	0 0

Là le Soleil reste circumpolaire pendant des mois entiers, et s'il finit par atteindre enfin l'horizon, c'est que sa déclinaison a diminué. Ainsi, le 21 mai, la déclinaison du Soleil est de + 20°;

il ne se couche pas ce jour-là pour le lieu dont la latitude boréale est de 70°. Les jours suivants, sa déclinaison augmente; il se rapproche de plus en plus du pôle; il reste donc *a fortiori* circumpolaire. A partir du 21 juin, sa déclinaison commence à diminuer, et le 24 juillet elle est redescendue à + 20°. Ce jour-là, le Soleil rase un moment l'horizon du lieu que nous considérons ici (latit. = 70°) et se couche dans le courant du jour suivant. Le Soleil est donc resté visible, sans interruption aucune, du 21 mai au 24 juillet, c'est-à-dire plus de deux mois. Pendant ce temps-là, le parallèle de 70° de latitude australe a une nuit de même longueur. On rattachera aisément ce mode d'explication à ce qui a été dit plus haut, si on se rappelle que l'angle variable de la ligne PP' avec le cercle II' est précisément égal à la déclinaison du Soleil *.

Chaleur solaire. — Si on considère le globe terrestre en général, on peut dire que la quantité de chaleur que le Soleil lui envoie en un temps donné est toujours la même, puisqu'il présente toujours à ses rayons la moitié de sa surface entière, et que la distance des deux astres reste à peu près constante. Or l'observation nous apprend que la température moyenne du globe terrestre est stationnaire; elle n'augmente ni ne diminue avec le temps, et cette période de stabilité thermométrique, où la Terre est depuis longtemps arrivée, paraît devoir embrasser une durée considérable. Il faut donc conclure que la Terre perd annuellement, par voie de rayonnement calorifique, une quantité de chaleur égale à celle qu'elle reçoit du Soleil. Mais il suffit de jeter les yeux sur la figure 73 pour voir combien la chaleur solaire se trouve inégalement distribuée à la surface du globe, suivant les latitudes et suivant les époques de l'année.

Deux causes principales (il ne s'agit ici que de causes purement astronomiques) décident de la quantité de chaleur qu'un *lieu donné* reçoit du Soleil : 1° l'obliquité sous laquelle les rayons

* Tous ces détails deviennent faciles lorsqu'on se sert, pour les expliquer, d'un de ces mécanismes qui figurent le double mouvement de la Terre. J'en ai vu de fort ingénieux chez un de nos plus habiles constructeurs de chronomètres, M. H. Robert. Ceux qu'il a imaginés pour représenter les mouvements relatifs de la Terre, de la Lune et du Soleil m'ont paru encore plus utiles et tout aussi bien conçus.

solaires viennent frapper le sol; 2° la durée de la présence du Soleil sur l'horizon.

Influence de la hauteur du Soleil. — Si une surface se présente aux rayons incidents sous un angle variable, il est clair que le nombre des rayons reçus sur une étendue donnée est le plus grand possible lorsque la surface leur est perpendiculaire, et le plus petit possible, ou nul quand elle leur est parallèle. On démontre aisément, en Physique, que la quantité de chaleur reçue est proportionnelle au sinus de l'angle d'incidence. Or cet angle est précisément la hauteur du Soleil sur l'horizon : ainsi la chaleur reçue par le sol, en un lieu quelconque, varie incessamment avec cette hauteur.

Il faut encore tenir compte de l'extinction (p. 115) que l'atmosphère fait subir à tous les rayons de lumière ou de chaleur qui les traversent, extinction peu considérable quand le Soleil est voisin du zénith, mais très-énergique quand sa hauteur est faible. En concentrant sur de l'amadou les rayons du Soleil, à l'aide d'une petite lentille convexe à court foyer, on l'allume presque aussitôt si l'astre est à une hauteur notable; mais s'il est à quelques degrés seulement de l'horizon, sa chaleur ne suffit plus à produire la combustion. Quand le Soleil a 40° de hauteur, l'atmosphère laisse passer environ les deux tiers de la chaleur solaire; à 21° ou 22° de hauteur, elle en laisse passer la moitié : le reste est absorbé ou réfléchi vers l'espace et se trouve perdu pour le sol et les couches d'air où nous vivons.

Saisons. — La vicissitude annuelle des saisons, en un lieu donné, se rattache aux mêmes conditions astronomiques que l'inégalité des journées et des nuits, c'est-à-dire à l'*inclinaison* de l'axe de rotation de la Terre sur le plan de l'écliptique, et au *parallélisme* constant que cet axe conserve dans toutes les positions que la Terre occupe. Il en résulte, en effet, qu'au solstice d'été l'hémisphère boréal (fig. 73) est exposé plus longtemps et moins obliquement aux rayons solaires qu'à l'époque du solstice d'hiver. L'inverse a lieu pour l'hémisphère austral. Le 21 juin, c'est sur le parallèle boréal CC' que les rayons solaires frappent perpendiculairement à midi, c'est le pôle boréal P qui voit le Soleil, c'est sur l'hémisphère boréal que règnent les longues journées. Le 22 décembre, la Terre s'est transportée dans la région opposée de son orbite, de l'autre côté du Soleil. C'est alors le pa-

rallèle austral *cc'* dont les régions reçoivent successivement, à midi, les rayons perpendiculaires du Soleil; le pôle austral est éclairé et échauffé, tandis que les longues nuits règnent sur notre hémisphère.

Puisque la température, en un lieu donné, dépend à la fois de l'obliquité des rayons solaires et de la durée de leur action, il est évident que la chaleur totale que la Terre reçoit journellement du Soleil doit être, à ces deux époques, très-inégalement partagée entre les deux hémisphères. Au solstice d'été, l'hémisphère boréal en reçoit la plus grande portion, la plus petite revient à l'hémisphère boréal. Au solstice d'hiver, les rôles se trouvent intervertis. Il y a deux époques dans l'année où les deux moitiés du globe sont également favorisées, et se partagent, par égales portions, la somme invariable de chaleur que le Soleil envoie à la Terre : ce sont les équinoxes. La température doit donc tendre alors vers une sorte de moyenne entre les extrêmes des solstices.

Ce qui vient d'être dit pour les hémisphères est applicable à deux parallèles quelconques de même latitude, situés de part et d'autre de l'équateur; l'hiver sur l'un se trouve en quelque sorte complémentaire de l'été sur l'autre, et deux fois par an l'égalité des températures tend à s'y rétablir.

Telle est la belle et simple explication que Copernic a donnée des saisons et de leur éternelle vicissitude. Chose extraordinaire, le parallélisme constant de l'axe, base de cette théorie, parut alors une hypothèse hasardée, et comme les machines dont on se servait pour figurer le mouvement de la Terre autour du Soleil ne pouvaient réaliser le transport de l'axe, parallèlement à lui-même, sans l'addition d'un mécanisme particulier, on en tirait une objection contre le rénovateur de l'astronomie, on disait (c'était le célèbre Tycho Brahé) que son système n'était pas aussi simple qu'il le paraissait à première vue, puisque les deux mouvements de rotation diurne et de translation annuelle ne suffisaient pas et qu'il en fallait un troisième pour rétablir, à chaque instant, le parallélisme de l'axe.

L'objection était une erreur : le parallélisme de l'axe ou de l'équateur se produit de lui-même; bien loin d'avoir besoin d'un secours quelconque pour se maintenir, il faudrait qu'une cause extérieure vînt agir sur le globe pour que son axe changeât de

direction. Les lois aujourd'hui mieux connues de la mécanique rationnelle ont fait disparaître cette difficulté, et les lunettes nous ont fait voir dans le ciel, par le parallélisme constant de l'anneau de Saturne, une vérification saisissante du système copernicien.

Époque du maximum et du minimum de la température, en un lieu donné. — Le solstice d'été est l'époque où l'action calorifique du Soleil est la plus grande, mais ce n'est pas l'époque des plus grandes chaleurs de l'année; le solstice d'hiver n'est pas celle des plus grands froids. De même, le maximum de la température de chaque jour a lieu, non pas à midi, au moment de la plus grande hauteur du Soleil, mais quelque temps après, à 2h ou 3h du soir La variation annuelle ou diurne de la température est toujours en retard sur le phénomène astronomique qui la détermine. Cela tient à ce que les corps ne se comportent pas pour la chaleur comme pour la lumière; il leur faut du temps pour s'échauffer, et du temps pour perdre, par le rayonnement, la chaleur qu'ils ont acquise peu à peu. Vers le solstice d'été, la température du sol va en croissant, parce que chaque jour ajoute alors une nouvelle quantité de chaleur à celle que le sol possède déjà et conserve de la veille. Mais plus le sol s'échauffe, plus il rayonne abondamment vers l'espace, en sorte qu'il faut tenir compte à la fois de ce qu'il gagne en s'assimilant, pour ainsi dire, la chaleur du Soleil, et de ce qu'il perd, le jour et la nuit, par rayonnement. Or, au solstice d'été et les jours suivants, les gains journaliers l'emportent encore sur les pertes; la température doit donc continuer à croître. Plus tard l'intensité toujours croissante du rayonnement finit par contrebalancer les accroissements diurnes de chaleur; le maximum de température se trouve atteint un mois après le solstice, état qui durerait indéfiniment si l'une des influences contraires ne venait à décroître. Déjà, en effet, le Soleil ne monte plus aussi haut sur l'horizon, les jours ont diminué, les nuits augmentent de plus en plus, les gains journaliers de chaleur décroissent et le refroidissement prend le dessus jusqu'au solstice d'hiver. Ici, mêmes phénomènes, *mutatis mutandis*; le minimum de température se produit après le solstice, dans le mois de janvier.

Des causes non astronomiques, telles que la répartition des

* Voyez sur la figure 45 l'opposition si tranchée qui existe à cet égard

terres et des eaux*, les vents, les chaînes de montagnes et même les courants de la mer, modifient puissamment la marche des températures annuelles. L'étude de ces causes est du ressort de la météorologie.

Climats. — Le climat d'un lieu, c'est, d'une part, la température moyenne de l'année en ce lieu, d'autre part, c'est la différence plus ou moins marquée entre ses étés et ses hivers. Il y a les climats chauds et les climats froids; puis les climats tempérés; il y a aussi les climats *excessifs*, où l'été est très-chaud et l'hiver très-froid. L'étude complète de la distribution des températures moyennes, estivales et hibernales n'appartient pas à la cosmographie; mais elle emprunte à notre science les données fondamentales qui se réduisent, comme il a été dit, à la hauteur méridienne du Soleil et à la longueur du jour. A ce point de vue, le tableau de la page 193 contiendra toute la théorie cosmographique des climats si on inscrit, à côté de chaque latitude, les plus grandes et les plus petites hauteurs méridiennes que le Soleil y atteint dans l'année. Par exemple :

	LATITUDE.	HAUTEUR MÉRIDIENNE du Soleil.		DURÉE de la présence du Soleil sur l'horizon.	
		maximum.	minimum.	maximum.	minimum.
1..	0° 0′	90° 0′	66° 32′	12 heures.	12 heures.
1.. / 2..	23 28	90 0	46 56	13 »	11 »
2..	48 50 Paris.	64 38	17 42	16 »	8 »
2.. / 3..	66 32	46 38	0 0	24 »	0 »
3..	90 0	23 28	—23° 28′	6 mois.	6 mois de nuit.

Ce tableau compte pour les deux hémisphères. On voit qu'il y a, dans chacun d'eux, une zone comprise entre l'équateur et le parallèle terrestre de 23° 28′ de latitude, où le Soleil atteint deux fois par an * le zénith (hauteur méridienne de 90°).

entre deux moitiés du globe. La curieuse et importante remarque, sur laquelle cette petite mappemonde est basée, a été faite par notre célèbre géologue, M. Elie de Beaumont.

* Excepté sur les deux parallèles extrêmes; là le Soleil ne passe au zénith qu'à l'un des solstices.

Ces deux zones réunies portent le nom de *zone torride* ou tropicale. Le Soleil y est toujours (à midi) très-élevé sur l'horizon, car sa hauteur méridienne ne varie, d'un bout à l'autre de l'année, que de 90° à 46°56'. Là il n'y a pas d'hiver et d'été proprement dits, mais en général une saison des pluies et une saison de sécheresse. Les deux parallèles terrestres de ± 23°28' de latitude séparent la région où le Soleil atteint le zénith, de celles où sa hauteur reste toujours au-dessous de 90°.

Puis vient la *zone tempérée* (sur l'un et l'autre hémisphère) où la différence des saisons se prononce beaucoup plus pour une double raison ; d'abord parce que les hauteurs méridiennes du Soleil y diffèrent davantage de l'été à l'hiver, ensuite parce qu'une même variation de hauteur produit d'autant plus d'effet sur l'extinction atmosphérique, qu'elle s'opère plus près de l'horizon. Aussi l'opposition des deux saisons extrêmes devient-elle plus tranchée à mesure qu'on s'avance vers le cercle polaire; les animaux et les végétaux doivent s'accommoder à ces vicissitudes et en porter l'empreinte inconnue dans la zone précédente.

Enfin la *zone glaciale* commence au cercle polaire et s'étend jusqu'au pôle. Voici comment la surface du globe se trouve répartie entre ces cinq zones * :

	Latitudes des parallèles extrêmes.	Superficie.
Zone glaciale,	de + 90° 0' à + 66°32'	0,04
Zone tempérée,	de + 66 32 à + 23 28	0,26
Zone torride,	de + 23 28 à — 23 28	0,40
Zone tempérée,	de — 23 28 à — 66 32	0,26
Zone glaciale,	de — 66 32 à — 90 0	0,04
Surface de la Terre entière........		1,00

Influence de l'obliquité de l'écliptique sur les climats et les saisons. — Nous avons déjà remarqué que les journées seraient partout égales aux nuits si l'écliptique coïncidait avec l'équateur : dans ce cas, les saisons disparaîtraient aussi, et la distri-

* Ces nombres s'obtiennent aisément : la surface de la sphère de rayon r est $2r \times 2\pi r$; celle d'une zône dont la hauteur est h est $h \times 2\pi r$, et $h = r \cos L - r \cos L'$, si L et L' sont les latitudes des parallèles qui limitent la zone.

bution de la chaleur solaire serait uniforme en tous lieux, d'un bout à l'autre de l'année. Pour retrouver l'analogue de nos saisons, il faudrait marcher de l'équateur vers les pôles. Les régions équatoriales auraient un perpétuel été, plus brûlant encore que celui qui y règne dans l'état actuel des choses; nos contrées auraient un printemps ou un automne éternel; enfin l'hiver régnerait constamment vers les pôles. Tel est, à très-peu près, le cas où se trouve Jupiter.

Si au contraire l'obliquité de l'écliptique était de 90°, c'est-à-dire si la ligne des pôles était située dans le plan même de l'écliptique, les inégalités des jours, des saisons et des climats seraient énormes, car à trois mois d'intervalle les contrées polaires auraient le Soleil tantôt à leur zénith, tantôt à leur horizon; on en peut dire autant des contrées équatoriales. La Terre serait inhabitable. J'engage les élèves à discuter cette hypothèse dont Uranus offre précisément la réalisation et dont Vénus n'est pas très-éloignée si, comme on le croit, l'obliquité du plan de son orbite sur son équateur est de 73°.

Origine et durée de chaque saison. — Puisque les saisons se règlent, d'après ce qu'on vient de voir, sur les déclinaisons du Soleil, on est convenu de leur assigner les origines suivantes :

	DÉCLINAISON du Soleil (au commencement de chaque saison)	LONGITUDE du Soleil (au commencement de chaque saison)	
Printemps........	0° 0′	0°	Équinoxe.
Été.............	+23 28	90	Solstice.
Automne.........	0 0	180	Équinoxe.
Hiver............	—23 28	270	Solstice.

Chaque saison comprenant ainsi 90° de longitude, il semble au premier coup d'œil qu'elles doivent être toutes de même durée : il n'en est rien, car

Le printemps dure	92,9 jours.
L'été.............	93,6
L'automne........	89,7
L'hiver...........	89,0
	365,2

Cette inégalité tient à l'ellipticité de l'orbite terrestre et à la position de son grand axe. Il suffit de jeter les yeux sur la figure 71 pour s'en rendre compte. Comme le périhélie se trouve situé dans la région que la Terre parcourt en hiver, il en résulte que les 90° de longitude compris entre le solstice d'hiver et l'équinoxe de printemps sont parcourus plus rapidement que les 90° opposés. On voit en effet que l'aire du secteur elliptique qui répond à l'hiver est plus petite que celle du secteur d'été; d'après la première loi de Képler, le premier sera donc parcouru en moins de temps que le second. Le printemps et l'été pris ensemble durent 8 jours de plus que l'automne et l'hiver réunis. Toutes ces indications se rapportent à notre hémisphère terrestre (boréal). Pour l'hémisphère opposé (austral), les saisons sont interverties; l'été répond à notre hiver et l'automne à notre printemps, de même que nos longues journées répondent aux longues nuits de nos antipodes. Si donc la chaude saison dure ici huit jours de plus que la saison froide, l'inverse doit avoir lieu pour l'hémisphère austral; celui-ci reçoit donc un peu moins de chaleur que le nôtre. Cette inégalité disparaîtrait si l'orbite terrestre était circulaire.

La position du grand axe de cette orbite favorise encore l'hémisphère boréal d'une autre manière. Puisque la Terre passe à son périhélie en hiver, il s'ensuit qu'elle est alors un peu plus proche du Soleil qu'en été. Cette circonstance tend à tempérer nos hivers et à modérer un peu les chaleurs estivales. C'est encore l'inverse sur l'autre hémisphère : l'été est plus chaud et l'hiver plus froid qu'ils ne le seraient dans le cas d'une orbite circulaire. Il est facile de voir que si l'excentricité de l'orbite terrestre était très-considérable, les inégalités dont il s'agit pourraient croître démesurément; c'est précisément le cas des comètes périodiques qui parcourent avec une extrême rapidité la portion de leur orbite où se trouve le périhélie, et avec une extrême lenteur la partie qui contient l'autre extrémité du grand axe ou l'aphélie. Ces astres doivent éprouver des alternatives de chaleur et de froid excessives.

Toute cette discussion montre bien la dépendance qui existe entre les conditions d'habitabilité de notre planète et les éléments astronomiques de son double mouvement de rotation et de translation. Ces éléments, nous les avons jusqu'ici regardés

comme constants, et ils le seraient en effet si la Terre et le Soleil existaient seuls; mais l'action lente et faible des autres planètes introduit certaines variations dans l'obliquité de l'écliptique, dans l'excentricité, etc.: il n'y a que la durée de la rotation diurne et celle de la révolution annuelle qui échappent à ces changements progressifs. Mais les géomètres français (Lagrange, Laplace, Poisson, Le Verrier) ont prouvé que ces lentes variations restent forcément comprises entre des limites assignables très-étroites, en sorte que l'état actuel des choses n'éprouvera lui-même, dans la suite des siècles, que des modifications légères, incapables d'altérer profondément les conditions où nous nous trouvons.

CHAPITRE XIII.

LE CALENDRIER.

L'institution du calendrier a pour but de régler la division des temps sur la marche périodique des saisons, lesquelles règlent elles-mêmes les travaux de l'agriculture et la plupart des relations civiles. Il faut donc que les mêmes dates de chaque année voient se reproduire, aussi rigoureusement que possible, les retours du Soleil aux mêmes points de l'écliptique.

Ce n'est point ainsi que les anciens peuples ont commencé; la première division régulière du temps a été basée sur les mouvements de la Lune et sur le mois qui, plus tard, a passé dans notre calendrier. Le mois exprime en effet le temps compris entre deux retours de la Lune à la même phase; il en sera question dans le livre suivant. Qu'il nous suffise de dire ici que les anciens calendriers sont tous lunaires, sauf celui des Égyptiens, dont l'attention a dû être détournée vers le Soleil par un phénomène particulier à leur pays, la crue et le débordement du Nil, dont les retours périodiques coïncident chaque année avec le solstice d'été. L'année solaire fut introduite chez les Romains par Jules César; l'Église a adopté ce calendrier en le perfectionnant, et en a doté la chrétienté.

Importance du calendrier. — Si l'année tropique se compo-

sait d'un nombre entier de jours, rien ne serait plus simple que le calendrier. Il suffirait de connaître exactement ce nombre de jours, de le subdiviser en fractions plus petites, en mois de 30 ou 31 jours, afin d'éviter l'emploi de nombres trop considérables pour exprimer les dates; alors chaque jour de même dénomination ramenant, chaque année, le Soleil au même point de l'écliptique, répondrait à une même longueur de la journée ou de la nuit, et à la même phase dans les saisons. Tout se passerait dans un ordre constant et régulier. Si, par exemple, l'équinoxe vernal tombait une année au 21 mars, il en serait de même pour toutes les années suivantes; toujours le 21 mars indiquerait le commencement du printemps. L'intérêt d'une pareille concordance, au point de vue civil, est facile à comprendre. Une foule de travaux indispensables qui se rattachent forcément à la vicissitude des températures doivent être entrepris, dans chaque saison, à une époque fixe. Avancer ou retarder cette époque, ce serait compromettre le fruit de nos labeurs. Telles sont les semailles, les récoltes, certaines expéditions maritimes, un grand nombre d'opérations industrielles, etc., etc... L'expérience acquise à cet égard, et qui consiste à rattacher l'ordre de succession des travaux à celui des dates de l'année (voyez tous les almanachs et recueils agronomiques), suppose que celles-ci ramènent les mêmes influences météorologiques et répondent par conséquent aux mêmes positions relatives de la Terre et du Soleil. Que deviendrait cette expérience traditionnelle, si chaque année une date différente correspondait à un même équinoxe, à un même solstice, en un mot à une même position du Soleil? Une génération qui aurait réussi en semant en novembre, serait suivie d'autres générations à qui il faudrait semer dans le mois suivant. Il faudrait, pour le plus simple renseignement historique, pour l'appréciation la plus élémentaire des contrats et des transactions civiles, faire un calcul astronomique afin de savoir à quelles phases des saisons et des températures les dates doivent être rapportées. Certes ces inconvénients ne sauraient empêcher une nation d'exister; mais quand on songe à l'immense perte de temps, de produits et de force qu'ils entraîneraient pour toute une grande population, on conçoit l'importance que l'on a attachée, de tout temps, à mettre de l'ordre dans le calendrier.

Conséquences d'une erreur commise sur la longueur de l'année tropique. — Nous avons supposé tout à l'heure le cas le plus simple, en admettant que l'année se compose d'un nombre entier de jours; encore faudrait-il connaître exactement ce nombre, et donner à l'année sa vraie longueur. Une erreur de quelques jours, d'abord insensible, deviendrait bientôt intolérable; car, en s'accumulant d'année en année, elle transporterait successivement les jours de même dénomination dans toutes les saisons. C'est là ce qui est arrivé pour le premier calendrier des Égyptiens, dont l'année civile a été d'abord de 360 jours* seulement, au lieu de 365. Supposons, en effet, que l'équinoxe du printemps coïncide avec le 21 mars d'une certaine année de ce calendrier primitif : l'année suivante, au 21 mars, il s'en faudra de 5 jours que le Soleil soit à l'équinoxe; deux ans après, l'erreur sera de 10 jours; d'un mois entier au bout de 6 ans; d'une saison au bout de 18 ans. Après 18 ans révolus, quand le calendrier indiquera le 21 mars, le Soleil ne sera pas encore au solstice d'hiver; la saison officielle sera le printemps : la saison réelle sera l'hiver. La date du 21 mars continuera à rétrograder ainsi de saison en saison; elle passera du printemps à l'hiver, de l'hiver à l'automne, etc... pour revenir enfin au printemps au bout de 72 ans. Un vice aussi palpable porte d'ailleurs en lui-même le moyen de correction. Puisque l'erreur accumulée devient un an, au bout de 72 années révolues, c'est que l'erreur commise sur la longueur d'une seule année en est la 72e partie, c'est-à-dire 5 jours ($\frac{360}{72} = 5$), qu'il a fallu ajouter aux 360^j qui la composaient d'abord**. Il est même certain qu'on a laissé l'erreur s'accumuler beaucoup plus de 72 ans, ce qui a permis de déterminer la correction des 5 jours avec toute la certitude désirable. L'année égyptienne de 360 jours était divisée en 12 mois de 30 jours (1800 ans avant J. C.); les 5 jours *complémentaires* ou *épagomènes* qu'on y ajouta furent comptés à part et placés à la fin des 12 mois.

La longueur attribuée à l'année, après cette indispensable ré-

* C'est là l'ancienne année *vague* des Égyptiens.

** Les Égyptiens, qui traitaient un peu les voyageurs grecs en enfants, leur racontaient cette réforme en disant que Mercure, pour tirer une déesse d'embarras, avait joué avec la Lune et lui avait gagné la soixante-douzième partie du jour.

forme, était de 365 jours juste, tandis que la longueur réelle est de 365j ¼. L'erreur était vingt fois moindre; ses effets ont été vingt fois plus lents. L'erreur étant de ¼ de jour au bout d'un an, elle doit aller à 1 jour entier au bout de 4 ans et à 365 jours, ou à une année entière au bout de $4 \times 365 = 1460$; et, comme l'erreur est encore ici de même sens, il en a été de même du résultat. Une date quelconque allait en rétrogradant de saison en saison, et en parcourait le cycle entier en 1460 années. Les Égyptiens avaient reconnu l'erreur, mais ils ne la corrigèrent point; ils donnaient le nom de *période sothiaque** à la période de 1460 ans qui devait ramener les dates à leur correspondance primitive avec les saisons.

Intercalation. — Cette fraction de jour dont il faut bien tenir compte, puisqu'il est impossible de la négliger sans qu'elle s'accumule et finisse par jeter le trouble dans le calendrier, constitue la différence de l'année *civile* à l'année *tropique*. L'année civile se compose nécessairement d'un nombre entier de jours; dès lors sa longueur ne peut être invariable; pour maintenir l'accord entre le calendrier et le Soleil, on est obligé d'ajouter un jour à l'année, chaque fois que le désaccord a atteint un jour entier, c'est-à-dire tous les 4 ans environ. Cette addition d'un jour se nomme *intercalation*, et le calendrier romain, fondé par Jules César, en a offert le premier exemple. L'ancien calendrier étant tombé dans un état de confusion extrême, Jules César entreprit de le réformer vers l'an 46 avant J. C. D'après l'avis de Sosigène, astronome d'Alexandrie, il le régla sur le Soleil, sans chercher, comme par le passé, à le faire cadrer en même temps avec les mouvements de la Lune. Il adopta, d'après Hipparque, 365j,25 pour longueur de l'année tropique, et fixa l'intercalation d'un jour supplémentaire à chaque période de 4 années, de telle sorte que, sur 4 années consécutives, 3 fussent des années *communes* de 365j, et la 4e, une année *bissextile* de 366 jours.

Or, sur 4 nombres consécutifs, il en a trois non divisibles par 4 et un qui est divisible par 4; on a donc posé cette règle simple : faire bissextiles les années dont le millésime est divisible par 4,

---

* La seconde année égyptienne porte, comme la première, le nom d'année vague, parce que chaque date passe successivement par toutes les saisons; 1461 années vagues de 365j = 1460 années de 365j ¼.

ou, ce qui revient au même, les années dont les deux derniers chiffres du millésime forment un nombre divisible par 4. D'après cela, les années qui terminent un siècle, comme 1600, 1700, 1800, nommées aussi années séculaires, doivent être toutes bissextiles. Le jour complémentaire est ajouté au mois de février qui a par conséquent 29 jours dans les années bissextiles.

Erreur de l'intercalation julienne. — L'évaluation que Jules César avait adoptée pour l'année tropique est trop forte, car celle-ci est de $365^j,24222$ (l'erreur est de $0^j,00778$ ou de 11^m environ). Au bout de 4 ans, l'année civile de 365 jours n'est donc pas en erreur de $0^j,25 \times 4 = 1^j$, mais seulement de $0^j,24222 \times 4$ ou de $0^j,96888$. En intercalant 1^j à chaque période de 4 ans, on ajoutait $0^j,03112$ de trop. Il est aisé de trouver au bout de quel temps l'accumulation de cette petite erreur aura produit un jour entier : il suffit de former les multiples successifs de 0,03112, jusqu'à ce qu'on en obtienne deux qui comprennent l'unité. On trouve ainsi qu'après 32 périodes de 4 années, c'est-à-dire après 128 ans, l'erreur est de $0^j,99584$. Tel est le vice du calendrier julien; il y a une bissextile de trop au bout de 128 ans. Les Égyptiens avaient admis une année trop courte (365^j) : il en résultait qu'une même date répondait successivement à toutes les saisons en rétrogradant, c'est-à-dire en passant du printemps dans l'hiver, de l'hiver dans l'automne, et de l'automne à l'été. Les Romains ayant adopté une année un peu trop longue ($365^j,25$), l'effet doit se prononcer en sens inverse; une même date doit parcourir les saisons, en avançant du printemps vers l'été, mais avec une extrême lenteur.

Concile de Nicée; vieux style. — Le concile de Nicée qui régla, en 325, les points fondamentaux de la doctrine chrétienne, s'est aussi occupé du calendrier. Il adopta l'intercalation julienne, tout en reconnaissant ce qu'elle a d'imparfait. Plus tard on changea l'ère ou l'origine à partir de laquelle se comptent les années. Les Romains comptaient de la fondation de leur ville, *Ab Vrbe Condita* (A. V. C.); les chrétiens choisirent pour ère l'année de la naissance de Jésus-Christ. D'ailleurs on établit la concordance astronomique du nouveau calendrier avec les mouvements du Soleil, en constatant que l'équinoxe du printemps avait eu lieu le 21 mars, en 325, année où s'était tenu le concile. Mais comme le concile avait

conservé l'intercalation julienne, cette concordance ne pouvait subsister indéfiniment. En 1582, c'est-à-dire 1257 ans après le concile de Nicée, le 21 mars s'était avancé dans l'ordre des saisons (en marchant vers l'été), et venait par conséquent après l'équinoxe, au lieu de coïncider avec lui. L'erreur de l'intercalation julienne étant de 1 jour au bout de 128 ans, elle devait être de $\frac{1257}{128} = 10$ jours en 1582; l'équinoxe de printemps arrivait 10 jours avant le 21 mars *. Or le concile de Nicée a réglé la fête de Pâques et, d'après elle, toutes les fêtes mobiles de l'année, sur la première pleine Lune du printemps, c'est-à-dire sur la première pleine Lune qui a lieu à partir du jour de l'équinoxe. Comme on admettait en même temps que l'équinoxe répondait toujours au 21 mars, supposition déjà fausse de 10 jours en 1582, le jour de Pâques se trouvait mal déterminé; dans la suite des temps, l'erreur du calendrier Julien aurait fini par transporter en plein été une fête essentiellement reliée, par la tradition, au commencement du printemps.

Calendrier grégorien; nouveau style. — Ce fut le pape Grégoire XIII qui eut la gloire d'opérer la réforme du calendrier et de l'intercalation julienne **.

Puisqu'en 1582 l'erreur de l'intercalation julienne avait produit un écart de 10 jours que l'on avait attribués indûment au mois de février dans 10 années bissextiles, il en résultait que 10 jours s'étaient ainsi écoulés sans faire progresser les dates. Pour réparer l'erreur, il fallait donc augmenter toutes les dates de 10 unités. Le pape décida que le 5 octobre 1582, époque de la publication de la bulle pontificale, se nommerait le 15 octobre, et que l'on compterait ainsi jusqu'à la fin de 1582, cette

* En effet, la longueur admise pour l'année tropique est trop forte de 11^m environ; l'année réelle est donc révolue avant l'année supposée, et les retours réels du Soleil à un même équinoxe *précèdent* de 11^m les retours indiqués par le calendrier. Au bout de 128 années, l'écart est de $11^m \times 128 = 1408^m$ ou de 1 jour à peu près. On a donc fait une bissextile de trop en 128 ans.

** Il ne peut être question ici que du calendrier civil; quant au calendrier ecclésiastique, en partie basé sur la théorie de la Lune, il se trouvait aussi vers 1582 en désaccord frappant avec le ciel; il a été réformé comme le premier, et avec le même succès. Voir, pour plus de détails, la dernière note de cet ouvrage.

année-là devant avoir 10 jours de moins que les autres années communes. C'est ce qu'on a appelé la suppression de 10 jours, et avec raison, car, ajouter ainsi 10 unités à une date de l'an 1582, c'était bien en retrancher 10 jours.

Puis, pour corriger l'erreur de l'intercalation julienne, Grégoire XIII établit que l'on supprimerait, non pas une bissextile tous les 128 ans, comme la rigueur l'eût exigé, ou trois bissextiles en 384 ans, mais trois bissextiles en 400 ans ou sur 4 années séculaires. Cette prescription avait pour but d'harmoniser le mode nouveau d'intercalation avec celui qu'avait établi le concile de Nicée : il suffisait, en effet, de convenir que les années séculaires seraient désormais communes et non bissextiles comme dans le calendrier Julien, sauf celles dont le millésime serait divisible par 4 après la suppression des deux derniers zéros. Ainsi 1600 a été bissextile, comme dans le vieux style, mais 1700 et 1800 ont été des années communes, tandis que les Russes et les Grecs schismatiques qui ont conservé le vieux style ont continué à en faire des bissextiles. De là vient que la différence des deux styles julien et grégorien est maintenant de 12 jours. Elle sera de 13 jours en 1900, et encore de 13 jours en 2000, parce que cette dernière année séculaire étant divisible par 400 se trouve être bissextile dans les deux calendriers.

Les Grecs et les Russes, dans leurs relations avec le reste de l'Europe, écrivent les dates dans les deux styles; par exemple le $\frac{6}{18}$ juin 1851 est le 6 juin, date julienne, d'après leur style, et le 18, date grégorienne, d'après le nôtre.

Au reste, voici la formule générale de cette discordance. Pour transformer une date julienne quelconque en date grégorienne, il faut lui ajouter

$$10 + (S - 16) - \tfrac{1}{4}(S - 16),$$

S étant la partie séculaire du millésime de l'année. En effet, les 10 jours de la correction ordonnée par le pape, en 1582, s'augmentent de 3 jours par période de 4 siècles, depuis 1600; le nombre de siècles écoulés depuis 1600 est (S — 16), dont il faut prendre les $\frac{3}{4}$; or $\frac{3}{4}(S - 16) = (S - 16) - \frac{1}{4}(S - 16)$. Ce dernier terme est nul jusqu'à l'an 2000, attendu qu'il ne peut être question que d'unités entières dans la division de S — 16 par 4.

Erreur de l'intercalation grégorienne. — Nous avons vu

que l'année tropique est de $365^j,24222$; constituer tous les 4 ans une bissextile conduirait à faire les 4 années de $4 \times 365 + 1^j$, tandis qu'elles ne font, en réalité, que

$$4 \times 365 + 0^j,96888;$$

retrancher trois bissextiles tous les 400 ans revient à faire les 400 ans de $100(4 \times 365 + 1)^j - 3^j$, tandis qu'ils font seulement $400 \times 365^j,24222$. L'erreur est la différence de ces deux nombres, ou 400 années grégoriennes — 400 années tropiques $= 400 \times 365^j + 97 - (400 \times 365^j + 96^j,888) = 0^j,112$ en 400 ans, et, par suite, $1^j,112$ en 4000. Pour la corriger, il faudrait donc supprimer une bissextile tous les 4000 ans. Mais, bien que nos prévisions s'étendent aujourd'hui plus loin qu'autrefois, il serait inutile de régler d'avance les choses pour un temps si éloigné, car, on peut le dire à présent, la longueur de l'année tropique, base de tous ces calculs, n'est pas rigoureusement constante. Ses lentes variations sont dues à des causes dont nous allons avoir occasion de parler bientôt; si faibles qu'elles soient, elles s'opposent à ce qu'on puisse fonder, sur des règles invariables, un calendrier qui s'accorde perpétuellement avec le Soleil. Après quelques milliers d'années de concordance, des désaccords de 1 à 2 jours, finiront forcément par se manifester, désaccords qui échappent à toute règle simple d'intercalation. Dans plusieurs milliers d'années, il faudra sans doute retoucher le calendrier.

La conclusion est donc que le nouveau calendrier satisfait complétement à tous les besoins réels de la société et de la science.

Origine de l'année civile. — Elle est complétement arbitraire. Il eût été naturel de faire commencer l'année avec l'anniversaire de la naissance de Jésus-Christ, puisque l'année de cet événement a déjà été prise pour *ère*; mais on l'a fait commencer tantôt au 1er mars, tantôt au 25 décembre, tantôt au 1er janvier. Au XVIe siècle, un édit royal a mis fin à ces incertitudes en fixant l'origine de l'année au 1er janvier. Cette règle est aujourd'hui universellement suivie en Europe. Pour établir la concordance de l'année avec les mouvements du Soleil, il nous suffit de savoir qu'en 325 l'équinoxe du printemps a eu lieu le 21 mars, et que, depuis la réforme grégorienne, cet équinoxe tombe toujours le 20 ou le 21 du même mois.

Ensemble du calendrier grégorien. — L'ère ou l'année 1 est celle de la naissance du Christ. Chaque année commence avec le 1er janvier, c'est-à-dire au minuit qui sépare le 31 décembre du 1er janvier. Les années non séculaires, dont le millésime est divisible par 4, sont bissextiles, ainsi que les années séculaires dont le millésime est divisible par 400; dans le cas contraire, les années sont de 365 jours. L'année se divise en 12 mois de 30 et de 31 jours, sauf février qui en a 28 dans les années communes et 29 dans les bissextiles.

Disons ici que le style grégorien, d'abord repoussé par les protestants allemands et anglais, a été accepté en 1700 par les Allemands, à l'instigation du grand géomètre Leibnitz, et en 1752 par les Anglais. Les faibles réserves qui furent faites alors, pour l'époque de la célébration de la fête de Pâques, ont depuis ongtemps disparu. Les Russes et les Grecs conservent le style ulien, tel qu'il avait été institué, en 325, par le concile de Nicée.

Les jours civils commencent et finissent à minuit (l'origine du jour étant arbitraire, elle a été déterminée par une convention légale). Ce sont des jours solaires *moyens*. Une époque quelconque est donnée par le millésime de l'année, l'indication du mois et la date du mois.

La semaine. — Elle constitue un autre mode de division du temps qui n'a aucun rapport avec ce qui précède. C'est un *cycle* à part, une période purement civile et religieuse dont l'origine se retrouve dans la Genèse. La semaine court sans interruption à travers le calendrier, indépendamment des années, des mois, des intercalations et des réformes. Jamais l'ordre des jours n'y est interrompu. Si on joignait, au nom du jour de la semaine*,

---

* Les noms des jours de la semaine sont d'une origine moins ancienne que la semaine elle-même; ils se rattachent à l'époque de l'astrolâtrie. Chaque jour était consacré à une planète et en portait le signe. Les astronomes conservent encore aujourd'hui cet usage et désignent indifféremment par les symboles:

	☾	♂	☿	♃	♀	♄	☉
les jours :	lundi,	mardi,	mercredi,	jeudi,	vendredi,	samedi,	dimanche ;
ou les astres :	la Lune,	Mars,	Mercure,	Jupiter,	Vénus,	Saturne,	le Soleil.

Les alchimistes donnaient ces mêmes signes aux métaux suivants:

argent,	fer	mercure,	étain,	cuivre,	plomb,	or.

le nombre des semaines écoulées depuis le premier jour de la première année de notre ère, ce serait une seconde manière de compter le temps, tout à fait indépendante du calendrier ordinaire qui procède par millésimes d'années et par dates de mois. Par exemple, jeudi de la 96 529e semaine équivaut à 2 janvier 1851. Il suffit de se rappeler que le premier jour de notre ère était un samedi. La concordance de ces deux computs différents s'établit à l'aide de l'ingénieux artifice des lettres dominicales dont l'explication ne peut trouver place ici *.

Calendrier républicain. — De 1793 à 1806, on a suivi en France un calendrier complétement différent du calendrier grégorien. L'ère, l'origine de l'année, les mois, les semaines, et jusqu'aux noms des jours avaient été changés. L'ère était le 22 septembre 1792, jour de la proclamation de la république et de l'équinoxe d'automne. Le commencement de chaque année devait être fixé astronomiquement au jour dans lequel tombe ce même équinoxe, de manière à supprimer toute intercalation. Il en est ainsi, de temps immémorial, chez les Chinois, dont l'année commence au solstice d'hiver. L'année était subdivisée, comme chez les Égyptiens, en 12 mois de 30 jours, suivis de 5 ou 6 jours *complémentaires*, équivalent des jours *épagomènes* de l'année civile égyptienne. Les mois ** étaient eux-mêmes divisés en 3 décades, comprenant chacune 10 jours, dont les noms primidi, duodi, tridi, etc... exprimaient le rang dans la décade.

La concordance des deux calendriers est facile à établir; il suffit de se rappeler l'ère du dernier (22 septembre 1793) et les années sextiles (années de 366 jours), à savoir : l'an III, l'an VII et l'an XI. Exemple : à quelle date grégorienne répond le

* Voici comment on peut, à la rigueur, se passer des lettres dominicales : du 1er janvier de l'an I au 2 janvier 1851, il s'est écoulé 1850 ans et 1^j ou $1850 \times 365 \frac{1}{4}^j = 675713^j$ dont il faut retrancher les 12 unités de la correction grégorienne. Le reste est $675701^j = 96528$ semaines plus 5^j. Or, le 1er janvier de l'an I étant un samedi, en lui ajoutant un nombre entier de semaines on retombe sur un samedi et, en ajoutant encore 5 jours, on arrive à jeudi. Voir les notes placées à la fin du livre.

** Vendémiaire, brumaire, frimaire, nivôse, pluviôse, ventôse, germinal, floréal, prairial, messidor, thermidor, fructidor. On avait fait rimer les noms des mois compris dans une même saison. Ces noms sont bien appropriés à notre zone tempérée ; mais ils n'ont plus de sens entre les tropiques, et ils sont au rebours des saisons dans la zone tempérée australe.

25 frimaire an VII? Le temps écoulé depuis le 1er vendémiaire an I est 6 ans* + 2 mois + 24 jours qu'il faut ajouter à l'ère, c'est-à-dire au 22 septembre 1792; la somme est le 106 septembre 1798, ou le 15 décembre 1798. Le problème inverse se résoudrait de la même manière.

La réforme du calendrier n'a pas eu le sort de celle des poids et mesures. Celle-ci a réussi: une partie de l'Italie, la Hollande, la Belgique et la France l'ont adoptée; elle est, je crois, désirée partout ailleurs. L'insuccès de la première s'explique par la nature même des choses: l'année ne se prête point à la subdivision décimale. Il en est autrement des poids et des mesures où tout est de convention, et où la confusion la plus inextricable appelait depuis longtemps une réforme systématique. Quant à la suppression de la semaine, une des plus antiques et des plus respectables institutions civiles, l'infortuné Romme, auteur du calendrier républicain, n'avait pas compris que la semaine valait mieux que la décade pour les faibles et les pauvres; qu'elle s'harmonisait mieux avec l'étendue de nos forces et la nature de nos besoins. Rien, d'ailleurs, ne le forçait à l'écarter, car nous avons vu qu'elle est absolument indépendante de l'institution même du calendrier**.

Je n'aurais point parlé d'une tentative justement oubliée, et désavouée plus tard par ceux même qui y avaient concouru, si la connaissance de ce calendrier n'était nécessaire pour l'étude détaillée de nos fastes militaires, du 6 octobre 1793 au 1er janvier 1806.

---

* Il ne faut pas oublier les années de 366 jours; l'an III, qui est sextile, est ici compensé par l'année bissextile 1796. L'an VII est aussi sextile; mais le 366e jour était placé à la fin.

** On n'ajoute absolument rien quand on joint, à une date de ce calendrier, le nom du jour de la décade; il est bien évident, par exemple, que le 5, le 15 et le 25 d'un mois quelconque sont des quintidis, le 2, un duodi, etc... Mais, dans le calendrier usuel, le nom du jour de la semaine est un renseignement, un moyen de contrôle qui sert quelquefois à déceler des erreurs de date. Ainsi, en jetant un coup d'œil sur un calendrier perpétuel, on reconnaît que cette date: lundi, 6 janvier 1856, est fausse. Le doute ne porte-t-il que sur l'année, comme cela peut arriver dans certaines recherches chronologiques? alors on ne pourra hésiter, pour rectifier l'erreur, qu'entre les millésimes les plus voisins, 1851 et 1862; dans aucune année intermédiaire, le 6 janvier ne saurait être un lundi. Voy. les notes.

CHAPITRE XIV.

RÉTROGRADATION LENTE DES POINTS ÉQUINOXIAUX ; PRÉCESSION DES ÉQUINOXES.

Comparaison des cartes ou globes célestes construits à différentes époques. — En rapportant les points de la sphère céleste à divers systèmes de coordonnées (ascensions droites et déclinaisons, longitudes et latitudes), nous avons toujours supposé jusqu'ici que les plans fondamentaux ou les axes de ces systèmes conservaient constamment la même direction, sinon le même lieu dans l'espace. Ces suppositions seraient exactes, si notre globe était une sphère parfaite, et s'il n'existait, dans le monde solaire, que l'attraction mutuelle du Soleil et de la Terre. Mais comme le globe terrestre diffère un peu d'une sphère, comme d'autres planètes exercent aussi des attractions, très-faibles à la vérité, mais nullement négligeables, il en résulte que l'axe de rotation et le plan de l'orbite annuelle, auxquels nous avons rapporté les divers points de l'espace, sont eux-mêmes soumis à des déplacements dont il faut désormais tenir compte.

Et d'abord si les axes et les plans coordonnés changent peu à peu de direction, qu'en résultera-t-il pour les représentations graphiques du ciel étoilé, pour les cartes ou les globes célestes? La réponse est facile; nous possédons des cartes, des globes ou des catalogues d'étoiles construits à des époques très-différentes; il suffit de les comparer. En rapprochant ainsi ces cartes ou ces catalogues, on trouve d'abord que les étoiles n'ont pas changé de positions relatives, et cela doit être puisque les étoiles sont fixes, ou du moins placées à une distance telle que leurs mouvements sont insensibles pour nous*; sous ce rapport, on peut dire que le ciel des anciens est identique à celui des modernes. Ce qui a changé, c'est le réseau des méridiens et des parallèles qui n'est plus placé aujourd'hui de la

* Cela est vrai, en général; quelques étoiles seulement se déplacent d'une manière sensible, mais avec une excessive lenteur.

même manière au milieu des constellations; ce sont les pôles et l'équateur qui ne répondent plus aux mêmes étoiles; c'est, en un mot, le système des coordonnées qui n'ont plus ni les mêmes grandeurs ni les mêmes directions. Au lieu de comparer des catalogues ou des globes, on peut rapprocher ainsi des cartes célestes construites à diverses époques, sur la même échelle; le résultat devient plus frappant, parce qu'il est facile alors d'identifier, en les superposant, des régions entières avec toutes les étoiles qu'elles renferment. On voit les étoiles d'une carte coïncider avec les étoiles de même nom sur l'autre, tandis que les réseaux formés par les méridiens et les parallèles ne se confondent pas; les pôles des deux réseaux restent séparés, les deux équateurs se trouvent dirigés autrement, et les points pris pour origine des ascensions droites tombent loin l'un de l'autre.

Comparaison des cartes terrestres construites à différentes époques. — Si, au lieu de comparer des cartes célestes, on rapproche de la même manière des cartes géographiques construites à des époques différentes, on ne trouve rien de semblable. En les superposant de manière à mettre en coïncidence deux points du globe marqués sur les deux cartes, Rome et Alexandrie, par exemple, tous les autres points coïncideront aussi, sauf les erreurs de tracé, et cette coïncidence n'a rien qui doive étonner puisque la surface de la Terre est invariable; mais ce dont on ne pouvait être certain d'avance, c'est qu'il en est encore de même des deux réseaux de méridiens et de parallèles, des deux pôles, des deux équateurs; en un mot de toutes les lignes de même dénomination*. Donc le système de coordonnées, qui est à peu près le même pour les deux sphères céleste et terrestre, a changé de direction par rapport aux étoiles, mais non par rapport aux points du globe. La ligne des pôles, c'est-à-dire l'axe de rotation, a toujours percé la surface de la Terre aux mêmes points. Les méridiens n'ont pas changé de direction sur le sol, la hauteur du pôle sur l'horizon d'un lieu quelconque est restée invariable**.

* Sauf les tropiques et les cercles polaires qui se déplacent un peu (p. 230).

** C'est ce que prouvent l'orientation si exacte des temples de l'ancienne Égypte, et la permanence des latitudes terrestres où les mesures les plus délicates ne laissent pas soupçonner la moindre altération. Ces deux éléments terrestres, la latitude et la direction du méridien en un lieu quelconque, ne

Coordonnées écliptiques. — L'étude du mouvement annuel nous a conduits à un système de coordonnées célestes rapportées à l'écliptique, c'est-à-dire au plan où s'exécute la révolution de la Terre autour du Soleil. A cause de l'indépendance mutuelle des deux mouvements diurne et annuel de notre globe, l'axe de rotation et le plan de l'équatenr peuvent changer de direction dans l'espace, sans que l'immobilité du plan de l'écliptique en soit altérée. Voyons donc si les coordonnées des étoiles rapportées à l'écliptique sont restées invariables, ou si elles ont subi auss quelque modification. En traçant, sur les globes ou sur les mappemondes célestes dont nous avons parlé, le cercle qui représente l'écliptique, les pôles de ce cercle, enfin les cercles de latitude et tout le réseau des coordonnées, il se trouvera que ce système serait resté complétement invariable, à toutes les époques, si nous n'avions adopté un point commun à l'équateur et à l'écliptique pour origine des longitudes. En effet les distances des étoiles à l'écliptique, c'est-à-dire leurs latitudes, sont restées les mêmes, tandis que toutes leurs longitudes ont augmenté avec le temps de la même quantité, par suite du déplacement du point équinoxial que l'équateur entraîne avec lui dans son propre déplacement.

Nous venons donc de retrouver dans le plan de l'écliptique l'invariabilité qui manque à l'équateur; mais comme il est impossible de renoncer aux coordonnées équatoriales, parce que ce sont elles que l'on mesure directement à l'aide des instruments méridiens, il faut se résoudre à en étudier les variations pour en tenir compte ensuite par le calcul. Et d'abord indiquons la cause physique qui détermine, dans l'axe de rotation de la Terre, un changement progressif de direction.

Cause physique des déplacements de la ligne des pôles et de l'équateur terrestre. — En premier lieu, le principe d'inertie nous montre que cet axe resterait toujours parallèle à lui-même,

---

pourraient être modifiés que par le plus effroyable cataclysme. Les grandes révolutions géologiques elles-mêmes pourraient à peine y introduire une faible variation, car, en imaginant, par exemple, que l'énorme massif de l'Himalaya, la plus haute chaîne de montagnes du globe, fût transporté à 90° de sa position actuelle, il en résulterait tout au plus un changement de 1″ dans la position actuelle de l'axe de rotation à l'intérieur du globe, et, par suite, une variation de 1″ dans les latitudes des divers points de la surface.

malgré le mouvement de translation de la Terre, si aucune cause extérieure ne venait agir sur le globe terrestre. En second lieu, c'est une loi parfaitement établie de la mécanique rationnelle, que des sphères homogènes, ou formées de couches homogènes, s'attirent, en raison directe de leurs masses et en raison inverse du carré de leur distance mutuelle, comme si leurs masses étaient réunies à leurs centres respectifs. Les attractions exercées sur le globe terrestre, par le Soleil et les autres astres de notre monde, n'auraient donc aucune influence sur la direction de l'axe de rotation, si la Terre était une sphère homogène. Or la Terre est un sphéroïde aplati vers les pôles et renflé à l'équateur ; la loi précédente ne lui est donc plus applicable, et on a dû chercher si les attractions du Soleil et des planètes sur ce renflement équatorial n'auraient pas pour résultat de dévier peu à peu l'axe de rotation.

On peut d'abord négliger entièrement les planètes, à cause de leurs distances toujours très-grandes et de la faiblesse de leurs attractions. Mais il reste le Soleil, dont la distance est compensée par l'énormité de sa masse, et la Lune, dont l'attraction est sensible, à cause de la petite distance qui la sépare de nous. Naturellement il ne peut être encore question de notre satellite : il suffit de savoir que son action s'ajoute ici à celle du Soleil.

Considérons la Terre T (fig. 74) vers le solstice d'été; par la ligne des pôles PP′ et le Soleil S, faisons passer un plan qui devra se trouver, à cette époque, perpendiculaire au plan de l'écliptique, et qui coupera le sphéroïde terrestre suivant l'ellipse méridienne $PeP'e'$. Pour n'avoir à considérer que le renflement équatorial, supprimons à l'intérieur de la Terre la sphère qui a PP′ pour diamètre. Cela est permis, car les attractions que le Soleil exerce sur toutes les parties de cette sphère, ont une résultante unique qui passe par le centre; elles ne sauraient donc influer sur le mouvement de rotation qui s'exécute autour de lui. Mais il en est autrement de la couche mince ou du ménisque qui forme le renflement équatorial, couche dont l'épaisseur est nulle aux pôles, et atteint son maximum vers l'équateur (5 lieues de poste environ). Considérons une partie es de ce ménisque, située au-dessous de l'écliptique qui se trouve représentée ici par sa trace ST sur le plan du dessin ; l'attraction solaire, s'exerçant sur cette partie suivant Se,

oblique à ST, tend à faire basculer le ménisque autour du centre, et à rapprocher le point e de l'écliptique ST. Il est vrai que le Soleil exerce une action en sens inverse sur la partie opposée $\varepsilon'e'$; mais $\varepsilon'e'$ est un peu plus loin du Soleil que εe; par conséquent cette seconde action doit être moindre que la première; elle ne peut en détruire qu'une partie, et il reste toujours une tendance à faire tourner le ménisque autour du centre T, ou plutôt autour d'une perpendiculaire en T au plan du dessin, de manière à le rapprocher de ST, c'est-à-dire du plan de l'écliptique. Or ee' représente ici l'équateur, dont le plan est perpendiculaire, comme celui de l'écliptique au plan du dessin, et l'angle eTS, que l'action solaire tend à diminuer, est l'obliquité de l'écliptique. Voilà donc un premier résultat facile à saisir : l'attraction que le Soleil exerce sur le renflement équatorial tend à rapprocher l'équateur de l'écliptique, en le faisant tourner autour de l'intersection de ces deux plans, c'est-à-dire autour de la ligne des points équinoxiaux ; elle tend à redresser l'axe de rotation PP′ et à le rapprocher de l'axe de l'écliptique ou de la droite TE perpendiculaire à ce plan. C'est là, en effet, ce qui aurait lieu si la Terre ne tournait pas. Mais son mouvement de rotation a pour effet de transformer la tendance de la ligne PP′ vers TE en un mouvement conique de PP′ autour de TE; en d'autres termes, la rotation du globe empêche l'équateur de se rapprocher de l'écliptique, et transforme cette tendance en un mouvement conique autour de TE. Pour le comprendre, au moins par une analogie saisissable, il suffit de considérer un exemple très-familier, où l'on voit un mouvement de rotation *conserver* pareillement l'inclinaison de l'axe autour duquel il s'effectue, malgré l'action de forces qui tendent énergiquement à la faire varier. Cet exemple nous est tout simplement offert par une toupie qui tourne avec rapidité autour de son axe, pendant que cet axe tourne lui-même coniquement autour de la verticale. Plaçons la toupie sur sa pointe, dans la position inclinée TP (fig. 75). La pesanteur tendra à la faire tomber, c'est-à-dire à augmenter de plus en plus l'angle PTE, formé par l'axe de la toupie avec la verticale; mais si ce petit appareil est animé d'un vif mouvement de rotation autour de son axe TP, il ne tombera point; son axe tournera coniquement autour de la verticale TE, en conservant avec elle le même

angle, jusqu'à ce que le frottement et la résistance de l'air aient diminué sensiblement sa vitesse de rotation.

L'analogie est assez complète pour faire concevoir comment la rotation de la Terre autour de TP peut empêcher l'équateur de se rapprocher de l'écliptique, et transformer cette tendance en un mouvement de rotation conique de l'axe TP autour de la ligne TE, perpendiculaire au plan de l'orbite terrestre. Ce mouvement de l'axe TP est nécessairement partagé par le globe tout entier qui fait corps avec le renflement équatorial, et comme la masse de celui-ci est très-faible vis-à-vis de celle de la sphère intérieure dont nous avons fait d'abord abstraction, il en résulte que le mouvement produit devra être d'une lenteur extrême *.

La théorie des rotations est une des plus difficiles questions de la mécanique rationnelle; on ne saurait donc prétendre ici à faire plus que de donner une simple idée du mouvement conique que l'axe TP exécute *en sens inverse de la rotation terrestre,* autour de la perpendiculaire TE à l'écliptique. Mais une fois ce point établi ou accepté, ses conséquences géométriques sont aisées à déduire :

1° L'angle PTE (fig. 74) du cône décrit lentement par la ligne des pôles autour de TE, est égal à l'obliquité de l'écliptique *e*TS, c'est-à-dire à 23°28'.

2° Dans le mouvement de translation de la Terre, l'axe TP ne reste pas constamment parallèle à lui-même, mais bien à des génératrices successives du cône de révolution dessiné dans la figure 74.

3° Si on détermine, à diverses époques, la position des pôles, de l'équateur et de l'écliptique sur la sphère étoilée **, on trouve

---

* La machine d'Atwood, dont on se sert dans tous les cours de physique pour expliquer les lois de la pesanteur, montre bien que si la quantité de mouvement d'un mobile vient à se partager entre les molécules d'une masse plus forte, la vitesse se trouve diminuée dans le rapport de la nouvelle masse à l'ancienne. Le petit poids additionnel de la machine d'Atwood tomberait, s'il était seul, avec la vitesse de chute ordinaire de tous les corps pesants; mais, comme il ne peut se mouvoir sans entraîner avec lui une masse beaucoup plus considérable qu'on a eu soin de soustraire à l'action de la pesanteur, la vitesse de chute se trouve considérablement amoindrie. C'est précisément ce dont il s'agit dans le texte. (*Leçons de Physique* de M. Cabart, n° 41.)

** Il ne faut pas oublier que la Terre et même son orbite annuelle peuvent

que ceux de l'écliptique ont conservé sensiblement leurs positions parmi les étoiles (fig. 34), tandis que le pôle P de l'équateur * s'est déplacé le long d'un petit cercle qui a pour centre le pôle E de l'écliptique, et pour rayon sphérique un arc de 23°28'. A l'époque des observations d'Aristille et de Timocharis (école d'Alexandrie, 300 ans avant J. C.), le pôle était en P'''; il se trouvait en P'' vers le temps de Ptolémée (140 ans après J. C.); en P' à l'époque d'Oulough-Beg (observations faites à Samarcande, au xvᵉ siècle); aujourd'hui, enfin, au centre de la carte. D'après l'arc déjà parcouru, on peut conclure que le pôle P emploie 72 ans environ à parcourir 1° sur ce cercle, et qu'en 26000 ans il en décrit la circonférence entière. Le sens de ce mouvement est rétrograde, puisqu'il procède dans le sens du mouvement diurne de la sphère céleste, ou, comme disaient les anciens, contre l'ordre des signes.

Etoiles qui deviennent successivement polaires. — L'étoile brillante qui désigne actuellement le pôle par sa proximité, en était très-éloignée à l'époque de la construction de la grande pyramide d'Égypte. C'était alors α du Dragon (fig. 34) qui servait d'étoile polaire. Aujourd'hui, le pôle n'est plus qu'à 1° ½ de la polaire *actuelle* (α de la Petite Ourse). Il continuera à s'en rapprocher pendant deux siècles et demi ; alors la distance sera réduite à 30'; puis il s'en écartera de plus en plus et passera dans d'autres constellations. On peut suivre sur la mappemonde (fig. 34), ou sur un globe, les étoiles qui doivent successivement devenir polaires; dans 12 000 ans, ce sera le tour de α de la Lyre ou Véga, la plus belle étoile du ciel boréal.

Changement d'aspect de la voûte céleste. — Là ne se borne point l'effet du déplacement conique de la ligne des pôles; il en résulte encore, sur tous les horizons terrestres, des modifications lentes, mais progressives dans l'aspect même de la voûte céleste. Ce qui donne à la sphère étoilée, vue d'un lieu donné, un caractère propre à un climat, c'est, d'une part, l'étendue

---

être considérées comme un simple point lorsqu'il s'agit des étoiles. Le mot de Pascal : l'infini est un cercle dont le centre est partout et la circonférence nulle part, s'applique ici; du moins le centre de la sphère céleste est-il à peu près partout *dans le monde solaire*.

* Il suffit de parler de l'un des deux pôles.

de la région des étoiles circumpolaires, dont les parallèles diurnes ne descendent pas au-dessous de l'horizon; ce sont, d'autre part, les constellations australes qui s'élèvent à peine, et se couchent peu de temps après leur lever. Plus au sud, sont les étoiles invisibles pour nous et circumpolaires pour nos antipodes.

Ces deux régions sont souvent nommées cercles ou zones de perpétuelle apparition ou de perpétuelle invisibilité. Le mouvement conique de l'axe terrestre donne à la longue un démenti à cette épithète de perpétuelle. Il fait passer lentement, d'une constellation à l'autre, ces deux cercles dont il porte les centres, rendant peu à peu circumpolaires les étoiles qui se couchaient autrefois, et rendant visibles pour nous celles que nos ancêtres n'avaient jamais vues.

Ainsi, il y a 40 siècles, vers l'époque un peu indécise de l'érection des grandes pyramides d'Égypte, la constellation de Cassiopée n'était pas comprise dans le cercle de perpétuelle apparition; elle se couchait sur l'horizon de Paris, tandis que la Croix du Sud et les plus belles étoiles du Centaure brillaient dans la région australe de notre ciel. Mais les traditions humaines ont été trop souvent bouleversées et interrompues pour avoir gardé le souvenir de ces phénomènes, et ce furent les hardis navigateurs du XVIe siècle qui firent connaître aux Européens ces magnifiques constellations oubliées depuis si longtemps.

Rétrogradation des points équinoxiaux. — Si le lecteur a bien saisi le mouvement de la ligne des pôles TP (fig. 74), décrivant en sens rétrograde, autour de la ligne immobile TE, un cône dont l'angle est égal à l'obliquité de l'écliptique ou à PTE, il devra maintenant tâcher de suivre dans l'espace le mouvement de l'équateur (toujours perpendiculaire à la génératrice mobile de ce cône)* et la série de ses intersections avec le plan fixe de l'écliptique. Or l'intersection mobile de ces deux plans, c'est précisément la ligne des points équinoxiaux, ligne perpendiculaire au plan mobile PTE, puisque TP et TE sont respectivement normales à l'équateur et à

* Un petit appareil imaginé et construit par M. Robert, déjà cité p. 196, peut servir pour cela.

l'écliptique. De ce que le plan PTE tourne en 26 000 ans autour de TE, dans le sens rétrograde, il résulte donc que la ligne des équinoxes tournera aussi autour de TE et parcourra l'écliptique, d'un mouvement uniforme et rétrograde, dans le même laps de 26 000 ans. Chaque année, cette ligne décrira sur l'écliptique, en sens inverse du mouvement apparent du Soleil, un petit angle égal à $\frac{1296000}{26000} = 50''$ environ.

C'est là le phénomène connu sous le nom de *rétrogradation des points équinoxiaux*.

Précession des équinoxes. — Pour étudier les effets de cette rétrogradation, il faut se reporter à la figure 66 où nous supposerons la Terre en T, centre de l'orbite SS'S'' que le Soleil paraît parcourir annuellement dans le sens de la flèche. Supposons qu'en une certaine année le Soleil rencontre en B le point équinoxial du printemps; pendant le cours de l'année suivante, ce point aura marché de 50'' dans le sens rétrograde et se trouvera en *b* (l'arc B*b* est très-exagéré sur la figure). Le Soleil le rencontrera en *b* avant d'avoir effectué une révolution complète qui le ramènerait naturellement à son point de départ S. Or l'instant où le Soleil passe par le point équinoxial est l'instant de l'équinoxe : l'équinoxe aura donc lieu en *b avant* que le Soleil soit revenu à sa position première, avant qu'il ait achevé sa révolution complète. Il en sera de même l'année suivante : le Soleil, parti du point équinoxial situé actuellement en S', le rencontrera en *b'*, à son deuxième retour ; l'équinoxe arrivera encore une fois *plus tôt* que si le point équinoxial fût resté fixe en S'. Cette perpétuelle anticipation des équinoxes se nomme la *précession des équinoxes* : on voit comment elle résulte de la rétrogradation des points équinoxiaux.

Nous avons dit, dans le chapitre IV, comment on détermine la position du point équinoxial B (fig. 63) que l'on adopte ensuite pour origine commune des ascensions droites et des longitudes. Si on recommence la même détermination l'année suivante, on trouve que le point B s'est déplacé de 50'',2 sur l'écliptique; deux ans après, il a marché de 100'',4, et ainsi de suite.

A raison de 50'',2 par an, ce point parcourt 1° en 72 ans et la circonférence entière en 26 000 ans.

Puisque le point pris pour origine des longitudes rétrograde chaque année de 50″,2, chaque année la longitude d'un point fixe quelconque, d'une étoile, par exemple, augmente de cette quantité-là, tandis que sa latitude reste invariable. Voici un exemple : A l'époque où Hipparque fit ses observations, la longitude de α de la Vierge était de 174° environ; elle est aujourd'hui de 201° 46′; l'origine des longitudes s'est donc déplacée de 27° 46′ = 99960″ en 1996 ans, c'est-à-dire de 50″,1 par an. Quant à la latitude de α de la Vierge, elle est toujours restée de —2° environ, parce que le plan de l'écliptique n'a pas changé de direction *.

Voilà pour les coordonnées écliptiques : là l'influence du mouvement conique de l'axe de la Terre se réduit à déplacer l'origine des longitudes. S'il s'agit des coordonnées équatoriales, l'effet est plus complexe; les ascensions droites vont bien en augmentant, à mesure que le point équinoxial recule à la fois sur l'écliptique et sur l'équateur, mais leurs accroissements ne sont plus proportionnels au temps écoulé. Nous avons annoncé déjà, p. 60, que ces coordonnées subissent avec le temps des variations dont la théorie enseigne à tenir compte. On en voit maintenant l'origine; quant aux formules et aux calculs qui s'y appliquent, ils ne peuvent être développés ici.

Année sidérale. — La conséquence la plus importante est relative à l'année tropique, c'est-à-dire au temps qui s'écoule entre deux retours successifs du Soleil au même point équinoxial. Ce temps n'est pas égal à la durée d'une révolution complète du Soleil; car le Soleil, parti du point équinoxial B (fig. 66), le retrouve à son retour en b; il lui reste donc à parcourir encore le petit arc Bb = 50″,2 pour revenir à son vrai point de départ. Or le Soleil parcourt l'arc BADPb = 1 296 000″—50″,2, en 365,24222 (durée de l'année tropique), en quel temps x parcourra-t-il la circonférence entière BADPB?

* Cela serait rigoureusement vrai sans les attractions qu'exercent les autres planètes. En fait, l'écliptique n'a point l'invariabilité absolue qui lui est attribuée dans le texte; son obliquité diminue peu à peu, à raison de 48″ par siècle. Il en résulte de petites variations correspondantes dans les latitudes des étoiles, et même dans la vitesse de rétrogradation des points équinoxiaux, qui est actuellement un peu plus grande qu'au temps d'Hipparque. Nous négligerons entièrement ces petits effets.

Le problème se résout par une simple proportion :

$$\frac{x}{365{,}24222}=\frac{1296000}{1296000-50{,}2},$$

ou

$$\frac{x-365{,}24222}{365{,}24222}=\frac{50{,}2}{1296000-50{,}2};$$

d'où

$$x-365^{j}{,}24222=0^{j}{,}01416.$$

Ainsi le Soleil emploie $365^{j}{,}25\,638$ à achever sa révolution réelle, et à revenir, non pas au même équinoxe, mais au même point fixe de l'écliptique, par exemple à la même étoile.

Les mouvements absolus de rotation ou de translation doivent être estimés par rapport à des repères immobiles tels que les étoiles, et non par rapport à des points qui sont eux-mêmes en mouvement. On mesure la durée de la rotation terrestre par les retours successifs d'un méridien à la même étoile, et on lui donne le nom de jour sidéral; de même, on mesure la durée du mouvement de translation de la Terre par les retours successifs de son rayon vecteur à la même étoile, et on lui donne le nom d'année sidérale. L'année tropique ne donnerait pas plus la durée de la révolution annuelle de la Terre, que le jour moyen ne donne la durée de sa rotation diurne.

On a vu que l'année tropique est de :

365,24222 jours solaires moyens,
ou de 366,24222 jours sidéraux;

de même, l'année sidérale contient :

365,25638 jours solaires moyens,
ou 366,25638 jours sidéraux.

C'est à l'année sidérale que s'appliquent les lois de Képler, non à l'année tropique. Si nous nous sommes servis de cette dernière dans le chapitre VIII, c'est que nous négligions alors la précession des équinoxes qui constitue la différence de ces deux périodes. Mais c'est toujours l'année tropique qui règle le retour des saisons et le calendrier.

Opinions des anciens sur la précession. — Lorsque l'on suit, à l'aide de la figure 34, la marche rétrograde du pôle P sur le petit cercle qu'il décrit autour du pôle E de l'écliptique, on conçoit que le déplacement relatif du pôle et des étoiles puisse donner lieu *géométriquement* à cette alternative : ou la ligne des pôles parcourt le cercle P‴P″P′P autour de E, sur la sphère céleste immobile, ou cette ligne P est fixe, et la sphère elle-même tourne tout d'une pièce, *en sens inverse*, autour du pôle E de l'écliptique.

La première interprétation est la nôtre ; elle a été proposée pour la première fois par Copernic. La seconde est celle d'Hipparque et de tous ceux qui ont adopté, comme point de départ, l'immobilité absolue de la Terre au centre de l'univers. Géométriquement, ces deux hypothèses opposées sont équivalentes. Mais comme la ligne des pôles conserve toujours la même position sur l'horizon d'un lieu quelconque (la hauteur du pôle est partout invariable ainsi que la méridienne), si on admet que cette ligne PP′ tourne coniquement autour de E, il faut admettre aussitôt qu'elle entraîne le globe terrestre dans son mouvement. La seconde hypothèse, au contraire, laisse la ligne des pôles et la Terre immobiles ; elle attribue tous les déplacements à la sphère céleste. Voyons par quelle combinaison mécanique on pourrait la réaliser.

Imaginez une sphère tournant en un jour sidéral autour des deux points π et π' (fig. 76), et portant intérieurement la sphère céleste sur deux pivots E, E′, autour desquels celle-ci tourne en sens inverse en 26 000 ans. Le spectateur placé au centre T verra la sphère céleste animée de ces deux rotations à la fois, l'une rétrograde, l'autre directe ; l'une produisant le spectacle journalier du ciel, l'autre les effets à longue période de la précession. Considérez maintenant, sur cette figure, l'état du ciel 150 ans avant J. C. ; l'équateur coupe l'écliptique $\varepsilon\Upsilon\varepsilon'$ en ♈, point équinoxial du printemps, ou, comme disaient les anciens, premier point du Bélier. La Grande Ourse est assez proche du pôle P, mais α de la Petite Ourse (la polaire actuelle) en est encore éloignée. Vingt siècles plus tard, en 1850, la sphère étoilée intérieure a tourné de la quantité angulaire $\Upsilon\Upsilon'$ (fig. 77) autour de l'axe EE′ ; la Grande Ourse s'est éloignée du nouveau pôle P ; α de la Petite Ourse s'en

est rapprochée et est devenue étoile polaire. La ligne PP ou $\pi\pi'$ ne perce plus la sphère céleste aux mêmes points; mais cet axe de la rotation diurne n'a pas changé de direction absolue dans l'espace, et l'équateur actuel est $e♈'e'$. Si la sphère céleste intérieure conservait la trace de l'équateur primitif de l'an 150 av. J. C., on verrait aujourd'hui cette trace transportée en $\alpha♈\alpha'$, et l'ancien point équinoxial serait en ♈. Donc le point actuel ♈' a marché, par rapport à ♈, dans le sens rétrograde, et a parcouru l'arc ♈♈' pendant ces 2000 ans. Il est inutile d'en dire davantage : on suivra aisément tous les détails de la précession sur les figures 76 et 77, ou sur un globe construit d'après l'hypothèse ancienne que ces figures représentent (la sphère extérieure doit être alors réduite à un grand cercle portant les pivots intérieurs E, E' et les pivots extérieurs π, π').

Hipparque et Ptolémée reconnurent en effet toutes les conséquences géométriques de cette double rotation en sens opposés, savoir, l'uniforme accroissement des longitudes des étoiles joint à l'invariabilité de leurs latitudes, les variations beaucoup plus complexes des coordonnées équatoriales, le phénomène de la précession des équinoxes et la distinction nécessaire entre l'année tropique et l'année sidérale. Mais la découverte d'Hipparque donna lieu à une singulière révolution, dont nous allons parler, dans la manière primitive de compter les longitudes et d'assigner les positions du Soleil.

Signes du zodiaque et constellations zodiacales. — Avant la découverte de la précession (150 ans av. J. C.) on croyait que les divisions de l'écliptique relatives aux mouvements du Soleil étaient fixes comme les étoiles*, et devaient toujours répondre aux mêmes constellations : les points équinoxiaux, par exemple,

* M. de Humboldt a montré, dans le IIIe vol. du *Cosmos*, l'origine de ce mot *fixe* qui doit embarrasser tous les commençants. Comment se fait-il, en effet, que les anciens appliquent l'épithète de fixes aux étoiles, tout en les supposant animées d'un mouvement journalier de rotation autour de la Terre? Les anciens astronomes grecs désignaient les étoiles par le nom collectif de ενδεδεμένοι ἀστέρες; c'est-à-dire *astres attachés* à la voûte céleste, mais tournant avec elle et suivant tous ses mouvements, par opposition aux planètes, πλάνητες, qui ne sont point clouées à la concavité de cette sphère. Quand les Romains importèrent chez eux quelques éléments des sciences grecques, cette expression fut traduite par *astra fixa*

au Bélier et à la Balance, les points solsticiaux au Capricorne et au Cancer. Il était donc naturel de désigner ces points et ces divisions par les noms et les signes des constellations dans lesquelles ils se trouvaient à l'époque reculée où cette partie de l'astronomie prit naissance. Lorsqu'on eut compris que cet accord ne pouvait toujours durer, il fallut bien renoncer à marquer matériellement les divisions de l'écliptique par des constellations; mais, afin de changer le moins possible les anciens usages, on garda la division première en 12 signes (de 30°) à partir de l'équinoxe du printemps, et on leur conserva les noms et les symboles des constellations qui s'y trouvaient autrefois. De cette manière, le commencement du signe du Bélier, ou du 1er douzième, tombe toujours, par convention, au point équinoxial du printemps; le signe du Cancer, ou le 3e douzième, commence au point solsticial d'été, etc.... Mais il faut éviter de confondre les termes autrefois synonymes de *signe* et de *constellation :* les signes du zodiaque sont des douzièmes de la circonférence auxquels on donne des noms propres comme aux divisions de la rose des vents, tandis que les constellations zodiacales sont les 12 groupes d'étoiles qui répondaient, il y a 2150 ans environ, aux signes du zodiaque, et qui s'en écartent de plus en plus par un mouvement apparent dirigé, en sens direct, autour de l'axe de l'écliptique. En 2150 ans, cet écart est monté à $2150 \times 50'',1 = 30°$ à peu près; or, 30° est précisément la longueur d'un signe; donc la région stellaire du Bélier a parcouru tout le premier signe du zodiaque ou ♈, et se trouve maintenant dans le suivant, ♉. Dans 21 siècles environ, la constellation du Bélier se trouvera dans le signe des Gémeaux ♊. Enfin, après 26 000 ans révolus, les étoiles du Bélier se retrouveront dans le signe du Bélier qu'elles occupaient 150 ans avant Hipparque. Inutile d'ajouter que ce déplacement des étoiles zodiacales, dans le sens direct, n'est qu'apparent, et qu'il est dû à la rétrogradation bien réelle des points équinoxiaux.

---

au lieu de *infixa* ou de *affixa*, et de là vient le mot de *fixes*, appliqué aux étoiles; mais pour les anciens, il n'y avait d'absolument fixe, dans l'univers, que la Terre. Aujourd'hui l'espèce de solécisme commis par les auteurs romains (Manilius) est devenu l'expression de la vérité.

Heureusement cette confusion a cessé; les signes et leurs symboles sont bannis de l'écliptique dont les divisions procèdent désormais comme celles de tout autre cercle. Il était nécessaire de la signaler, parce que l'ancienne division se retrouve dans une foule de livres, et qu'elle a servi de base à des discussions intéressantes pour l'histoire et la chronologie *.

La précession considérée comme preuve du mouvement de la Terre. — Le phénomène de la précession doit être considéré comme une des preuves les plus décisives que l'on puisse citer en faveur de la théorie du mouvement de la Terre. La mécanique nous montre que si la Terre tourne autour de la ligne des pôles, la précession s'explique, jusque dans les moindres détails, par l'attraction que le Soleil et la Lune exercent sur le renflement équatorial de notre planète. Dans l'hypothèse contraire, le phénomène de la précession deviendrait entièrement inexplicable, car on ne saurait considérer comme une explication les opinions des anciens à ce sujet. Il est bon de faire remarquer ici que l'explication proposée par Copernic était purement géométrique, comme celle des anciens; rien ne pouvait faire soupçonner, ni à lui, ni à Képler, ni à Galilée, l'intime connexion que la mécanique moderne a dévoilée plus tard entre deux phénomènes aussi peu connexes, en apparence, que l'aplatissement du sphéroïde terrestre et la précession. On peut même dire que le phénomène de la précession constituait une objection sérieuse (non formulée cependant) contre le système copernicien : il était impossible alors de comprendre comment et pourquoi l'axe de rotation de la Terre changeait peu à peu de direction dans l'espace. Mais cette difficulté a eu le sort de toutes celles qu'a rencontrées le système de Copernic et de Newton; elles ont toutes été levées.

* Si les fameux zodiaques des temples égyptiens d'Esné et de Dendéra représentaient fidèlement l'état du ciel, à l'époque où ces temples furent construits, il serait facile d'en assigner la date à un siècle près; il suffirait pour cela de les comparer à notre zodiaque actuel. La distance d'une étoile connue à un point équinoxial ou solsticial augmentant à raison de 1° par 72 ans, il serait facile de calculer à quelle époque répondait la position que l'ancien zodiaque assigne à cette étoile. Malheureusement il paraît que ces zodiaques égyptiens sont de simples processions de personnages allégoriques, entremêlés, un peu au hasard, de signes ou de symboles des constellations zodiacales.

Influence de la précession sur les saisons. — La précession n'intéresse que la longueur relative des quatre saisons. En se reportant au chapitre XII, on verra que l'hiver est la plus courte saison (sur notre hémisphère), parce que le périhélie tombe près du solstice d'hiver. Quand la rétrogradation des points équinoxiaux et solsticiaux aura changé sensiblement cet état de choses, il en résultera une légère modification dans le tableau de la page 202. Sous tout autre rapport, la théorie des saisons dépend exclusivement de l'obliquité de l'écliptique : or on vient de voir que les causes mécaniques de la précession agissent précisément pour conserver cette obliquité

Variations séculaires des éléments de l'orbite terrestre. — Elles ne sont point du domaine de la Cosmographie. Nous avons dit que l'obliquité de l'écliptique n'est pas aussi invariable que nous l'avons supposé : elle diminue progressivement, à raison de 48″ par siècle. Si, dans la suite des siècles, l'écliptique était amenée à coïncider avec l'équateur, l'inégalité des saisons disparaîtrait (p. 201). Mais, d'après la théorie, le changement d'obliquité qui est cent fois plus lent que les effets déjà si lents de la précession, ne se produira pas toujours dans le même sens, comme la précession. Après avoir diminué pendant un certain temps, l'obliquité de l'écliptique commencera à croître. Ses variations seront toujours renfermées dans d'étroites limites, entre lesquelles elle peut seulement osciller avec une extrême lenteur. Il y a 2000 ans, l'obliquité était $23^\circ 28' + 48'' \times 20 = 23^\circ 44'$: les tropiques des cartes géographiques étaient donc plus écartés qu'aujourd'hui de l'équateur, et la zone intertropicale avait 32′ de plus en largeur.

Le grand axe de l'orbite terrestre change aussi peu à peu de position ; l'excentricité va en diminuant. Toutes ces variations lentes sont des conséquences mathématiques de l'attraction mutuelle des divers corps du système solaire. Il y a pourtant un élément qui échappe aux variations séculaires, c'est la durée de la révolution sidérale.

On voit que les éléments des deux mouvements diurne et annuel de la Terre subissent tous des changements progressifs, sauf la durée de la rotation et celle de la translation annuelle (jour sidéral, année sidérale) qui restent inaltérables.

CHAPITRE XV.

MASSE DU SOLEIL.

Masse des corps. — La notion de masse est corrélative à celle d'inertie. Chaque molécule immobile ne se met en mouvement que si elle est sollicitée par une force; il faut donc d'autant plus de force pour communiquer un même mouvement à différents mobiles, que les masses de ces mobiles sont plus considérables. Par une sorte d'abstraction géométrique très-saisissable, mais dont il est difficile de préciser les termes, on définit ordinairement la masse d'un corps : la quantité des molécules matérielles qui le composent; mais on ne sait guère ce que c'est que les dernières particules ou molécules dont un corps est composé. En fait, nous acquérons la notion familière de la masse des corps par l'effort qu'il nous faut développer pour les empêcher de tomber. Cet effort devient double, triple, s'il s'agit de retenir deux, trois corps identiques à la fois; en un mot, cet effort, ou son équivalent le poids d'un corps, est proportionnel à sa masse, et lui sert de mesure.

Mais le poids d'un corps ne dépend pas seulement de sa masse; ce n'est pas une qualité qui lui soit inhérente, et qu'il emporte partout avec lui. Sans y rien ajouter, sans en rien retrancher, transportez le même corps à une distance double du centre de la Terre, et aussitôt son poids, ou l'effort nécessaire pour l'empêcher de tomber, sera réduit au quart. Portez-le sur le Soleil, et son poids deviendra beaucoup plus grand; il faudra un effort musculaire bien plus considérable pour le soutenir.

Le poids d'un corps est donc proportionnel à sa masse, et à l'intensité de la pesanteur qui sollicite chacune de ses particules.

La pesanteur qui sollicite toutes les particules d'un corps est elle-même proportionnelle à la masse de la Terre, et en raison inverse du carré de la distance du corps au centre de la Terre *.

* On suppose ici que le corps est placé à la surface ou en dehors du globe terrestre. Pour un corps placé à l'intérieur de ce globe, la loi serait différente.

Si la masse de la Terre devenait double, le poids d'un corps placé à sa surface deviendrait double, toutes choses égales d'ailleurs.

Ainsi, pour mesurer les masses des différents globes de notre système, il suffirait de peser un même corps sur chacun d'eux, de chercher le ressort qui lui ferait équilibre, la force qui l'empêcherait de tomber, en ayant soin, toutefois, de le placer toujours dans les mêmes circonstances, c'est-à-dire à la même distance du centre du globe attirant. En désignant par 1 le poids du corps placé à une distance quelconque du centre de la Terre, on trouverait qu'à la même distance* du centre de chaque planète, ce poids devient :

$\frac{1}{14}$	pour	Mercure,
1	»	Venus,
$\frac{1}{8}$	»	Mars,
339	»	Jupiter,
102	»	Saturne,
15	»	Uranus,
25	»	Neptune.
355 500	»	le Soleil.

Donc, si on prend pour unité la masse de la Terre, celles des différents globes de notre système seront respectivement $\frac{1}{14}$, 1, $\frac{1}{8}$, ..., 355500.

Il est inutile de dire qu'un tel programme d'expériences est absolument impossible à réaliser, et comme c'est là pourtant ce que nous suggérerait immédiatement notre manière habituelle d'apprécier les masses des différents corps voisins, il en résulte qu'on ne comprend guère, en général, par quel moyen les astronomes sont parvenus à déterminer les masses des corps célestes. Rien de plus simple pourtant, mais il faut d'abord rapporter l'idée de masse à une notion dynamique, au lieu de la déduire d'une notion statique; il faut considérer, non plus

* Peu importe l'espace sphérique occupé par la masse du globe attirant, pourvu que l'on place le corps attiré en dehors de cet espace et toujours à la même distance du centre. C'est ce qu'on exprime en disant qu'une sphère matérielle homogène, ou composée de couches homogènes, attire les corps extérieurs de la même manière que si toute sa masse était réunie à son centre.

l'effort variable qu'un corps transporté successivement sur différentes planètes exercerait sur le support qui l'empêcherait de tomber, mais bien la vitesse variable qu'il acquerrait, dans les mêmes circonstances, si on le laissait tomber vers le globe attirant. Or la Terre et les planètes tombent continuellement vers le Soleil; tout comme les corps terrestres tombent vers le centre de notre globe, tout comme les satellites tombent vers les planètes qu'ils accompagnent. Que l'on mesure donc ces vitesses de chute (et les observations astronomiques vont nous en donner le moyen), qu'on les ramène, par un simple calcul, à ce qu'elles seraient pour une même distance du corps attirant, et l'on aura une série de phénomènes tout aussi propres à mesurer les masses des globes attirants que le seraient les poids d'un même corps transporté successivement à la même distance de chacun d'eux.

La masse d'une planète est proportionnelle à la vitesse de chute qu'elle imprime, en une seconde; à un corps quelconque placé à l'unité de distance, et abandonné à son attraction.

Ici, on le voit, il n'est plus nécessaire de tenir compte de la masse du corps attiré, et de s'astreindre à présenter toujours la même masse à l'attraction des divers globes de notre système, car tous les corps, quelles que soient leurs masses et leur nature, acquièrent la même vitesse en tombant d'une même distance vers une même planète.

Nous savons très-exactement, par les expériences des physiciens, quel est l'espace parcouru par les corps tombant à la surface de la Terre, c'est-à-dire à la distance r du centre de notre planète *: il s'agit maintenant de calculer cet espace dans le cas où les corps seraient attirés, à la distance r, par la masse entière du Soleil.

Chute de la Terre vers le Soleil en 1ˢ. — Soient S le Soleil et TT′ (fig. 79) l'orbite terrestre que nous supposerons circulaire. Le rayon du cercle TT′ est 24068.r. Si, quand la Terre est en T, le Soleil était anéanti, au lieu de décrire dans la seconde suivante l'arc de cercle TT′, la Terre continuerait à se mouvoir, avec sa vitesse actuelle, dans la direction du dernier élément de sa trajectoire curviligne, c'est-à-dire sur la tangente en T, dont elle

* Nous négligerons ici l'aplatissement dont la petite influence est d'ailleurs calculable.

parcourrait, en 1ˢ, la petite portion $T\tau = TT'$. L'attraction du Soleil a donc ici pour unique effet d'écarter la Terre de la route tracée par la tangente, et de la faire tomber peu à peu vers le Soleil. Au bout d'une seconde, la Terre est en T' et non en τ; l'espace parcouru vers le Soleil en 1ˢ est donc représenté par la petite ligne $\tau T'$ *.

Il est aisé de calculer cette petite ligne, car c'est la partie extérieure de la sécante τS qu'il faut supposer prolongée jusqu'à son second point de rencontre avec la circonférence, et la petite tangente τT est moyenne proportionnelle entre cette partie extérieure $\tau T'$ et la sécante entière ou $\tau T' + 2R$, R étant le rayon T'S de l'orbite terrestre. On a donc

$$\overline{\tau T}^2 = \tau T' \times (\tau T' + 2R),$$

et par conséquent $\tau T' = \frac{\overline{\tau T}^2}{2R + \tau T'} = \frac{\overline{\tau T}^2}{2R}$, en négligeant, au dénominateur, la très-petite quantité $\tau T'$. On détermine aisément la longueur τT qui représente l'espace que la Terre parcourt en 1ˢ, en vertu de sa vitesse de translation : la circonférence entière $2\pi R$ étant décrite en $365^j,25638$ ** $= 365,25638 \times 86400^s$; l'espace parcouru en 1ˢ sera $\frac{2\pi R}{365,25638 \times 86400} = \tau T$.

Pour calculer $\tau T' = \frac{4\pi^2 R^2}{2R(365,25638 \times 86400)^2}$, il suffit de se rappeler que $R = 24068r$ et $r = 6\,377\,398^m$. On trouve $\tau T' = 0^m,003042$; par conséquent l'attraction solaire fait tomber la Terre (ou tout autre corps placé à la même distance) vers le Soleil, de $3^{mm},042$ en 1ˢ de temps moyen.

Mais l'attraction solaire varie en raison inverse du carré de la distance; si la distance, au lieu d'être $24068r$, était r seulement, cette attraction serait 24068^2 plus forte, et ferait parcourir à la Terre, ou à une molécule quelconque située à cette distance-là du centre du Soleil, un espace 24068^2 plus considérable, c'est-à-dire $0^m,003042 \times 24068^2 = 176226^m$ par seconde. Or, à la

* Un très-petit arc étant sensiblement égal à la tangente, on peut considérer la ligne $\tau T'$ comme dirigée vers le point S. (Voyez aussi les *Leçons de physique* de M. Cabart, n° 58.)

** C'est la durée de la révolution sidérale exprimée en jours solaires moyens.

distance r du centre de la Terre, c'est-à-dire à la surface même de notre globe, la pesanteur terrestre fait parcourir aux corps qui tombent un espace de $4^m,9$ seulement, dans la première seconde de la chute; la masse du Soleil est donc à celle de la Terre dans le rapport de 176 226^m à $4^m,9$, ou dans celui de 359 600 à 1 environ*.

CHAPITRE XVI.

CONSTITUTION PHYSIQUE DU SOLEIL; SA DENSITÉ MOYENNE; INTENSITÉ DE LA PESANTEUR A SA SURFACE; SES TACHES ET SA ROTATION.

Pesanteur à la surface du Soleil. — Puisque la masse du Soleil est 355 500 fois plus grande que celle de notre planète, il en résulte que, si sa masse entière était concentrée dans une sphère de même rayon, la pesanteur et la vitesse des graves à la surface de cette sphère seraient 355 500 fois plus grande que sur notre planète. On connaît la pression qu'un kilogramme de matière quelconque exerce, sur la Terre : sur le Soleil, cette pression serait 355 500 fois plus forte. Ces résultats sont bien propres à donner une idée de l'énorme prépondérance de la masse solaire. Mais comme cette masse occupe en réalité une sphère d'un rayon 112 fois plus grand (p. 149), l'attraction qu'elle exerce *à la surface* se trouve réduite dans le rapport de 112^2 à 1; elle est seulement égale à $\frac{355500}{112^2}=28,34$ fois celle de la Terre. Ainsi le poids des corps et leur vitesse de chute sont 28 fois plus grands sur le Soleil que sur la Terre; les corps, en tombant, y parcourent 139^m dans la 1re seconde de leur chute, et ont acquis, au bout de ce temps, une vitesse de 278^m par seconde, assez semblable à celle d'une balle de fusil. On peut imaginer, d'après cela, ce que deviendrait un être semblable à nous sur un globe pareil; il pourrait à peine se mouvoir, ou plutôt il tomberait écrasé sous

---

* Les astronomes ont adopté le nombre 355 500 qui diffère peu de celui que nous venons de trouver.

son propre poids. La longueur du pendule qui bat la seconde de temps moyen est d'un mètre environ sur la Terre : sur le Soleil, il faudrait lui donner 28^{m}.

Densité moyenne du Soleil. — Comparons encore la densité *moyenne* du Soleil à celle de notre globe. La densité d'un corps étant le rapport de sa masse à son volume, on a pour celle de la Terre $\frac{1}{\frac{4}{3}\pi r^3}$, et pour celle du Soleil $\frac{355500}{\frac{4}{3}\pi . 112^3 . r^3}$; si on prend la première pour unité, la densité du Soleil sera $\frac{355500}{112^3} = 0,253$. Or on sait, par la belle expérience de Cavendish (Cours de physique), que la densité moyenne de la Terre est 5,44, celle de l'eau étant 1. On voit que la densité moyenne du Soleil est à peine supérieure à celle de l'eau.

Mais la densité des diverses couches dont il se compose ne saurait être uniforme; elle va sans doute en décroissant du centre à la surface, à cause de l'énorme pression que supportent les couches intérieures. La densité des couches superficielles est probablement bien inférieure à la densité moyenne, c'est-à-dire à celle de l'eau. Or, de toutes les matières que nous connaissons, les gaz seuls sont dans ce cas. La constitution gazeuse des couches extérieures devient encore plus probable quand on considère l'énorme chaleur qui règne à la surface même du Soleil, et sans doute aussi dans sa masse entière.

On voit à quelles conclusions nettes et précises, sur la constitution d'un astre si important dans notre monde, on se trouve conduit par de simples considérations mécaniques ou géométriques. Nous suivrons la même voie dans l'étude des phénomènes que sa surface va nous présenter.

Verres obscurcissants. — Pour étudier la surface du Soleil, une lunette ordinaire d'un assez faible grossissement est très-suffisante. Afin de garantir l'œil de l'éclat et de la chaleur de ses rayons, on place entre l'œil et l'oculaire un verre coloré d'une teinte très-foncée. Les sextants portent toujours une collection de verres semblables, car c'est le Soleil que les marins observent le plus souvent pour déterminer l'heure et la latitude.

Il est à peu près impossible de fabriquer des verres d'un noir pur : ceux qui semblent tels sont ordinairement rouges ou verts, et teignent de leur couleur, les rayons qui les traversent.

Pour conserver à l'image du Soleil sa blancheur naturelle, on se sert de deux verres superposés, colorés de deux nuances complémentaires, telles que le vert et le rouge, le jaune et le violet, dont la réunion forme une teinte à peu près blanche.

Taches du Soleil. — Quand on examine la surface du Soleil avec les précautions nécessaires, on y trouve presque toujours des taches très-noires, à contours irréguliers, entourées d'une espèce de pénombre grisâtre beaucoup moins lumineuse que le reste du disque.

La figure 78 représente plusieurs de ces taches et en donnera une idée assez exacte. Le *noyau noirâtre* et la *pénombre* environnante sont terminés par des contours très-nets et ne présentent aucune dégradation de teinte; ils tranchent vivement sur le fond blanc et brillant qui les entoure.

Rotation du Soleil. — Les taches ne restent pas immobiles; de jour en jour elles se déplacent sur le disque solaire en marchant de l'est à l'ouest; elles disparaissent quand elles ont atteint le bord occidental, et reparaissent quelque temps après au bord opposé. Ces mouvements sont l'indice d'une rotation dont le Soleil est animé, comme tous les autres globes de notre système, et peuvent servir à déterminer les éléments de cette rotation, c'est-à-dire sa durée et la position de l'axe autour duquel elle s'effectue. Si l'on suit, en effet, jour par jour, la marche de ces taches, on voit qu'elles décrivent, sur le disque du Soleil, des demi-ellipses très-aplaties (fig. 78), ayant toutes leur concavité tournées vers le même point; ce sont évidemment les projections orthogonales des parallèles que les taches décrivent. En construisant, sur une épure ou sur un globe, les positions successives de ces taches, ou en les soumettant au calcul trigonométrique, on déterminera les pôles de ces parallèles, et, par suite, la direction de l'axe. Quant à la durée de la rotation, elle se déduira aisément de l'intervalle de temps ($27^j \frac{1}{2}$ environ) qu'une de ces taches met à revenir au même point de son parallèle, par exemple au même bord, ou mieux encore au milieu du disque *.

* La projection orthographique défigure ou du moins rétrécit en un sens les objets placés près des bords de la carte; les taches doivent donc présenter des déformations de ce genre, à mesure qu'elles se rapprochent des bords du disque solaire.

Mais il faut ici, comme dans toute l'astronomie, distinguer entre les mouvements réels et les mouvements apparents. Le mouvement annuel de la Terre donne lieu à une rotation apparente du Soleil. Quand même le Soleil ne tournerait pas sur un de ses diamètres, l'observateur terrestre n'en verrait pas moins toutes ses faces, dans le cours d'une année, et comme il se juge immobile, le Soleil lui paraîtrait tourner en sens inverse du mouvement annuel, c'est-à-dire en sens rétrograde, autour d'un axe SE (fig. 78) perpendiculaire au plan de la trajectoire réelle de la Terre (au plan de l'écliptique). Il est bien évident, en effet, qu'un observateur immobile, ou se croyant tel, jugera qu'un corps est animé d'un mouvement de rotation s'il en voit successivement toutes les faces. Mais comme le Soleil possède en outre une rotation réelle qui s'accomplit en sens direct autour d'un autre diamètre SP, l'effet produit est la résultante de ces deux rotations, l'une apparente et *rétrograde*, l'autre réelle et *directe*.

L'observateur est dans le cas d'un voyageur qui fait le tour de la Terre en allant vers l'ouest, dans le sens opposé à la rotation diurne, et qui se trouve, au retour, avoir fait un tour de moins que le globe lui-même. Au bout d'un an de 365,25638 jours moyens, l'observateur aura vu le Soleil accomplir une rotation entière, en sens inverse de la rotation vraie; il aura donc perdu l'effet d'une rotation réelle, il aura vu le Soleil tourner une fois de moins qu'il ne tourne effectivement. Or la rotation observée est de $27^{j}\frac{1}{2}$: il y a donc $\frac{365,25638}{27,5} = 13,282$ rotations effectuées par rapport à l'observateur, et 14,282 rotations réelles; par conséquent la durée de celle-ci est $\frac{365,25638}{14,282} = 25^{j},57$. Cette rotation est, comme on voit, extrêmement lente, aussi n'a-t-elle pas produit d'aplatissement sensible pour nous dans le globe du Soleil, malgré la tendance centrifuge qui en doit résulter pour les points situés sur l'équateur solaire *.

Constitution physique du Soleil. — Ces taches ne sont point permanentes : loin de là, on les voit souvent se former ou se dis-

* L'axe de rotation du Soleil est presque perpendiculaire à l'écliptique; l'inclinaison de cet axe est de 83°, et celle de l'équateur solaire est $90° - 83° = 7°$.

soudre en quelques jours; des changements de forme très-sensibles s'y produisent même en quelques heures. Ces taches ont parfois 1′ et 2′ de diamètre (la pénombre non comprise); on sait (p. 146) que le rayon d'un globe égal à la Terre et placé sur le Soleil nous apparaîtrait sous un angle de 8″,57; donc 8″,57 sur le Soleil répondent à une grandeur linéaire de 6377 kilomètres et 1″ à 744 kilomètres (186 lieues de poste). Des taches de 1′, et elles ne sont pas très-rares, ont donc $60 \times 744 = 44640$ kilomètres de diamètre. Puisqu'elles se dissolvent et disparaissent dans l'intervalle de quelques jours, il est à croire que ces phénomènes gigantesques s'accomplissent dans un milieu peu résistant, tel qu'une substance gazeuse. Nous voici donc encore ramenés à la conclusion que nous avaient déjà suggérée la faible densité et l'énorme température de la masse solaire*. Mais il est difficile d'aller plus loin et de décider, par exemple si le Soleil se compose, comme les planètes, d'un noyau solide et sphérique, entouré d'une atmosphère, ou s'il y a partout continuité dans ce globe dont la densité irait seulement en décroissant du centre à la superficie. Tout porte à croire que les couches centrales des planètes conservent une chaleur assez intense pour les maintenir à l'état de fluidité ou de viscosité ignée, tandis que l'écorce extérieure s'est solidifiée peu à peu par suite d'un refroidissement progressif. Il est permis d'assigner une origine commune aux planètes et au Soleil, et de croire que les premières ont passé par un état primitif d'incandescence générale, plus ou moins semblable à celui que le Soleil a conservé; on peut dire, avec Buffon, que les planètes sont de petits soleils encroûtés; mais toute analogie s'arrête évidemment à partir de la solidification partielle des planètes et du refroidissement définitif de leur écorce. Cependant quelques astronomes ont admis que le Soleil est composé d'un noyau solide, opaque, refroidi, obscur, et d'une ou de plusieurs atmosphères superposées, dont la dernière serait seule entretenue en ignition par quelque action physico-chimique inconnue. On a même supposé qu'une atmosphère

* Une belle expérience, dans laquelle M. Arago a mis en jeu certaines propriétés de la lumière que ce célèbre savant a découvertes (la polarisation chromatique), a dévoilé une analogie de plus entre les couches extérieures du Soleil et les matières gazeuses à l'état d'incandescence.

intérieure soutient une couche de nuages doués d'un pouvoir réflecteur absolu, en sorte que ces nuages arrêteraient la chaleur émise par l'enveloppe lumineuse et l'empêcheraient de pénétrer jusqu'au noyau central. Dans cette hypothèse, la vie pourrait s'établir sur ce noyau et peupler le Soleil d'êtres plus ou moins semblables aux habitants des planètes. D'autres ont admis, au contraire, que le noyau possède lui-même une grande chaleur, capable d'augmenter la température terrestre par son rayonnement, lorsque de nombreuses taches le mettent à découvert. C'est le désir d'expliquer la formation et quelques détails de la structure des taches du Soleil qui a conduit à ces hypothèses. Les taches se produisent en effet *comme si* le Soleil était entouré d'une série d'enveloppes nuageuses, où des *éruptions* de matières gazéiformes, parties du noyau solide, viendraient pratiquer des *éclaircies*, des ouvertures par lesquelles le noyau obscur apparaîtrait à nos regards. La pénombre des taches serait formée par la couche de nuages inférieurs qui n'engendrent pas de lumière, mais qui réfléchissent vers nous celle de l'enveloppe extérieure *. Cette explication proposée par un grand observateur (sir William Herschel, l'auteur de la découverte d'Uranus) est assurément ingénieuse; elle satisfait aux apparences; mais nous savons, par tout ce qui précède, combien il faut se méfier des systématisations que les apparences suggèrent à première vue. En comparant à ces aperçus ce que la science nous a appris sur la distance, la forme, les dimensions, la masse du Soleil, la pesanteur à la surface, et même la densité moyenne de là matière dont il est formé, on regrettera peu la sage réserve qu'elle nous impose sur le reste.

* La figure 80 représente le noyau obscur et les diverses enveloppes. Une *éruption* a déterminé des déchirures qui se correspondent dans les enveloppes superposées, et laissent voir le noyau obscur. L'éclaircie pratiquée dans l'enveloppe lumineuse est la plus grande; en sorte qu'elle découvre une partie de la couche nuageuse inférieure. La tache ainsi produite est dessinée un peu plus haut en projection sur le plan du dessin, telle qu'elle serait vue par un observateur placé en face du Soleil.

Jamais on ne voit de taches vers les pôles PP' (fig. 78); elles sont toujours confinées dans la zone équatoriale. Cette circonstance caractéristique, dont l'hypothèse d'Herschel ne rend point compte, se rattache évidemment au mouvement de rotation. Sur notre globe, les éruptions volcaniques ont lieu aussi bien aux pôles qu'à l'équateur.

LIVRE QUATRIÈME.

LA LUNE, SATELLITE DE LA TERRE.

Nous avons vu, dans l'introduction, que plusieurs planètes sont accompagnées de globes beaucoup plus petits, qui circulent autour d'elles et les suivent dans leur mouvement de translation autour du Soleil. Ces planètes, avec leur cortége de satellites, constituent de petits systèmes à part, formés à l'image du monde solaire, obéissant aux mêmes lois générales de la mécanique, et dans lesquels le mouvement *général* de translation autour du Soleil n'affecte en aucune façon les mouvements *relatifs* des diverses parties (p. 19).

On peut supposer que l'observateur est situé sur le globe central d'un de ces systèmes, qu'il en fait partie intégrante et participe au mouvement général. Dans ce cas, il n'aura pas conscience du mouvement général de translation de ce système; il n'en percevra que les mouvements intérieurs et purement relatifs.

On peut admettre aussi que l'observateur est entièrement étranger au système partiel formé par une planète et ses satellites, et qu'il en contemple le spectacle sans participer à aucun de ses mouvements. Sans doute alors, s'il veut suivre dans l'espace la trajectoire décrite par un point de ce système, elle pourra lui paraître compliquée, puisque cette trajectoire résulte de deux mouvements indépendants qui se combinent, l'un partiel, exécuté dans le système même, l'autre général et entraînant le système tout entier. Ces deux cas se trouvent réalisés pour nous dans le monde solaire, car nous faisons partie du système secondaire formé par la Terre et par son satellite, la Lune, tandis que nous sommes entièrement étrangers aux mondes partiels de Jupiter, de Saturne, d'Uranus et de Neptune.

Non-seulement dans le monde solaire, mais encore sur Terre et tout autour de nous, ces deux cas se présentent à tout

instant. Placés dans un wagon de chemin de fer, nous voyons tous les mouvements des corps emportés avec nous s'accomplir dans une parfaite indépendance vis-à-vis du rapide mouvement de translation qui emporte leur système. Un mouvement circulaire imprimé par nous à un mobile quelconque, reste pour nous un mouvement circulaire; dans la réalité et pour un spectateur placé hors de la voie, le mobile ne décrit pas un cercle dans l'espace, mais une série de cycloïdes plus ou moins allongées, avec des nœuds, des points de rebroussement ou des ondulations, selon le rapport de la vitesse de rotation relative à la vitesse de translation générale. Si vous voulez étudier la trajectoire réelle, dans l'espace absolu, vous la trouverez compliquée; mais, décomposez-la géométriquement en deux mouvements élémentaires, et tout deviendra simple.

Quand il s'agit de la Lune et non des autres petits mondes du grand système solaire, la question se simplifie naturellement, puisque le mouvement de translation annuel auquel notre satellite participe comme nous, échappe à nos sens; la Lune nous paraît simplement circuler autour de la Terre immobile; son mouvement relatif nous apparaît dans toute sa simplicité, sans se combiner avec la translation de notre petit système, que nos sens attribuent au Soleil. De là les phénomènes simples, en partie vrais, en partie illusoires, que présentent à nos yeux ces deux astres. Le Soleil et la Lune paraissent tourner autour de nous, l'un en 1 an, l'autre en 27 jours; mais le mouvement du premier qui est apparent, et celui du second qui est bien réel, doivent faire et font en effet la même impression sur nos sens.

Nous étudierons donc d'abord le mouvement relatif de notre satellite, comme si la Terre et la Lune existaient seules dans l'espace. Puis nous examinerons les effets qui résultent de sa combinaison avec le mouvement annuel, et les importantes relations de ces trois corps, Soleil, Terre et Lune.

En circulant autour de la Terre, la Lune obéit aux lois de Képler, car elle est retenue dans son orbite par l'attraction de la Terre, tout comme la Terre est retenue dans sa trajectoire annuelle par l'attraction du Soleil. Par conséquent, l'orbite de la Lune est une ellipse, dont le centre de la Terre occupe un foyer, et les aires décrites par le rayon vecteur croissent pro-

portionnellement au temps. Il faut donc déterminer : 1° le plan de l'orbite lunaire, c'est-à-dire sa trace et son inclinaison sur un plan déjà connu, tel que l'équateur ou l'écliptique; 2° la forme de l'ellipse, c'est-à-dire son excentricité; 3° la position de cette ellipse dans son plan, c'est-à-dire la direction du grand axe; 4° enfin, la grandeur de cet axe et la durée de la révolution. Le problème est identique à celui qui a déjà été résolu pour l'orbite apparente du Soleil; il faut donc suivre la même marche, et déterminer d'abord les coordonnées du centre de la Lune, vue du centre de la Terre. Pour cela, il faut connaître la parallaxe de la Lune, afin de pouvoir réduire, au centre de notre globe (par les formules de la p. 144), les observations que nous faisons à sa surface.

CHAPITRE I.

PARALLAXE ET DISTANCE DE LA LUNE; SON DIAMÈTRE APPARENT ET RÉEL; SA SURFACE ET SON VOLUME.

Parallaxe de la Lune. — Elle se détermine par les procédés indiqués p. 145. Soient r le rayon *équatorial* de notre globe, δ la distance du centre de la Terre au centre de la Lune, Π la parallaxe *horizontale* de la Lune; on a ici, comme pour le Soleil, la relation : $\sin \Pi = \frac{r}{\delta}$, et pour la parallaxe π, correspondant à une hauteur quelconque H de la Lune, $\sin \pi = \frac{r}{\delta} \cos H$. Les ascensions droites de la Lune ne sont pas plus affectées de la parallaxe que de la réfraction; mais il faut retrancher la *réfraction moins la parallaxe,* des hauteurs méridiennes observées à la surface de la Terre, pour avoir les hauteurs *vraies*, et, par suite, les déclinaisons telles qu'elles seraient observées du centre même de la Terre. Des mesures exécutées simultanément au Cap et à Berlin, par l'abbé de La Caille et Lalande, ont appris que la parallaxe horizontale de la Lune est de $57' = 3420''$; par conséquent, le demi-diamètre r de la Terre, vu du centre de la Lune, sous-tend un angle de $57'$. En raisonnant comme

dans la page 147, on trouvera que la distance δ des centres des deux astres est $\frac{206265}{3420} \times r = 60{,}3114 . r$; c'est à très-peu près la 400ᵉ partie de la distance de la Terre au Soleil, car le rapport des distances $\frac{24068 . r}{60{,}31 . r}$, ou celui des parallaxes $\frac{3420''}{8{,}57}$ est presque égal à 400.

Rayon, surface et volume de la Lune. — Le demi-diamètre apparent de la Lune, vu de la Terre, est de 15′30″ = 930″ (un peu moindre que celui du Soleil); le demi-diamètre apparent de la Terre, vu de la Lune, est de 57′ ou de 3420″; et comme les demi-diamètres réels r et r' de ces deux astres doivent être inversement proportionnels à leurs demi-diamètres apparents, vus à la même distance, on a (p. 149)

$$\frac{r'}{r} = \frac{930''}{3420}, \quad \text{d'où} \quad r' = 0{,}2719 . r.$$

Par conséquent le demi-diamètre de la Lune est un peu plus du quart du rayon de la Terre; sa surface et son volume sont respectivement 14 et 50 fois moindres. On peut aisément exprimer r' et δ en kilomètres; on trouverait, par exemple, la distance $\delta = 60{,}31 . r = 60{,}3114 \times 6377398^{m} = 384\,629$ kilomètres, ou environ 96000 lieues de poste. L'incertitude sur la parallaxe de la Lune étant d'environ $\frac{1}{2}''$, il en résulte que la distance est comprise entre

$$\frac{206265}{3420-\frac{1}{2}} . r \quad \text{et} \quad \frac{206265}{3420+\frac{1}{2}} . r;$$

L'incertitude sur la distance de la Lune est donc de $+0{,}01 . r$ environ, ou de ± 16 lieues, tandis qu'elle était de 180000 lieues pour la distance de la Terre au Soleil. Plus les objets sont rapprochés de nous, et plus il est facile d'en mesurer la distance; aussi la distance de la Lune est-elle celle que nous connaissons le mieux.

Comme la Lune décrit une ellipse autour de la Terre, sa distance, et par conséquent sa parallaxe et son diamètre apparent varient avec la position qu'elle occupe dans cette ellipse. Les résultats précédents répondent à la *distance moyenne* de la

Lune à la Terre, distance moyenne qui est elle-même égale au demi-grand axe de l'orbite lunaire.

Diamètre apparent à l'horizon et au zénith. — Puisque la distance du centre de la Lune au centre de la Terre ne dépasse guère 60 rayons terrestres, on conçoit qu'un observateur, placé à la surface en A' (fig. 55), et voyant la Lune S' dans le prolongement de la verticale CA', c'est-à-dire au zénith, en est plus près que l'observateur placé en A, qui la voit à l'horizon. La distance A'S' est CS'—CA' ou $60.r - r = 59.r$; tandis que la distance AS' est à peu près $60.r$*. Le diamètre apparent d'un astre est inversement proportionnel à la distance; la Lune paraîtra donc plus grande à l'observateur placé en A', qui la voit au zénith, à la distance de $59.r$ qu'à l'observateur placé en A qui la voit à l'horizon à la distance de $60.r$ environ. L'effet n'est pas insensible (comme pour le Soleil), car si on nomme d et d' les diamètres apparents en A et en A', on aura la proportion

$$\frac{d}{d'} = \frac{A'S'}{AS} = \frac{59}{60} \quad \text{d'où} \quad \frac{d'-d}{d} = \frac{1}{59}.$$

Or $\frac{1}{2}d = 15'30''$, d'où $d = 31' = 1860''$;

donc $d'-d = \frac{1860''}{59} = 32''$.

Ainsi la Lune aura un diamètre apparent de 31' pour l'observateur A et de 31'32'' pour l'observateur A'. Il n'est pas nécessaire de considérer deux observateurs ainsi placés; ce phénomène se produit en un même lieu par l'effet du seul mouvement diurne qui fait paraître la Lune à quelques heures d'intervalle, tantôt à l'horizon, lorsqu'elle se lève ou se couche, tantôt près du zénith, lorsqu'elle passe au méridien**. Si on mesure, à ces deux moments, le diamètre horizontal de la Lune (ce diamètre n'est point sensiblement altéré par la réfraction), on

* Plus exactement :

$$A'S' = 60,31.r - r = 59,31.r \text{ et } AS = \sqrt{60,31^2 - 1}.r = 60,14.r.$$

** Dans nos climats, la Lune n'atteint jamais le zénith, mais elle s'en approche beaucoup en certaines saisons, quand elle passe au méridien.

le trouvera plus grand de 32″ au zénith qu'à l'horizon. Et cependant la Lune nous *semble* beaucoup plus grande à l'horizon qu'au zénith, à cause de l'illusion que fait naître la forme surbaissée de la voûte céleste (p. 33).

CHAPITRE II.

ÉLÉMENTS DE L'ORBITE DÉCRITE PAR LA LUNE AUTOUR DE LA TERRE.

Coordonnées du centre de la Lune. — Les éléments de l'orbite que la Lune décrit très-réellement autour du centre de la Terre se déterminent absolument comme ceux de l'orbite apparente du Soleil. A l'aide de la lunette méridienne et du cercle mural, on détermine chaque jour les coordonnées du centre de la Lune, c'est-à-dire son ascension droite et sa déclinaison. De ces deux coordonnées, la déclinaison est seule affectée d'une erreur qui dépend de la situation de l'observateur à la surface et non au centre de la Terre; mais on connaît la parallaxe horizontale Π de la Lune, et par suite la parallaxe $\Pi \cos h$ (p. 144) qu'il faut ajouter à la hauteur méridienne h pour obtenir celle qui eût été observée du centre même de la Terre. De la hauteur méridienne on conclut aisément la déclinaison (p. 63). Quant à l'ascension droite, c'est-à-dire à l'heure sidérale du passage de la Lune par le plan du méridien, elle est, comme on sait, indépendante de la parallaxe, car l'observateur placé au centre de la Terre verrait la Lune passer au méridien au même instant que l'observateur placé à la surface.

Non-seulement les observations doivent être faites, ou du moins réduites, par le calcul de la parallaxe, au centre de la Terre, mais encore il faut qu'elles se rapportent au centre de la Lune. Il n'est pas toujours possible d'observer les deux bords et d'en conclure la position du centre par une simple moyenne arithmétique, comme pour le Soleil (p. 150); il faudrait pour cela que le disque de la Lune fût toujours visible en entier. Mais on profite des époques où la Lune est pleine pour en déterminer le diamètre angulaire; puis, lorsqu'à d'autres époques

on n'a pu observer que la hauteur du bord inférieur, par exemple, en y ajoutant le demi-diamètre, on obtient la hauteur du centre*. On agit de même pour l'ascension droite.

Après avoir observé, jour par jour, pendant un mois, les positions successives de la Lune, on pourra les marquer sur un globe céleste, ou les soumettre au calcul trigonométrique, en suivant la même marche que pour le Soleil. On reconnaîtra ainsi que ces positions se trouvent à très-peu près sur un même grand cercle de la sphère : de là on conclut que l'orbite de la Lune (autour de la Terre) est plane. On déterminera ensuite la position de ce grand cercle ou du plan correspondant, en cherchant sa trace et son inclinaison sur un plan déjà connu, comme l'équateur ou l'écliptique. Ici il est nécessaire d'entrer dans quelques détails et de définir certains mots dont nous ferons bientôt un usage fréquent.

Les observations de la Lune, comme celles de tous les astres, se font à l'aide des instruments méridiens; elles en donnent, par conséquent, les coordonnées rapportées à l'équateur : mais, dès qu'il s'agit d'étudier les lois du mouvement des astres de notre monde, il est beaucoup plus simple de rapporter leurs positions successives à l'écliptique, c'est-à-dire de transformer graphiquement, ou par le calcul trigonométrique, les ascensions droites et les déclinaisons observées en longitudes et latitudes. Sauf ce changement de coordonnées et de plan fondamental, nous procéderons en tout, pour la Lune, comme nous avons fait dans le livre précédent pour le Soleil.

Ligne des nœuds. — La trace du plan de l'orbite lunaire sur le plan de l'écliptique se nomme la *ligne des nœuds*. Ces deux plans sont représentés, sur la sphère céleste (dont la Terre occupe le centre), par deux grands cercles S'AS, L'AL (fig. 81) qui se coupent en A et A'. Ces deux points portent le nom de *nœuds* de l'orbite lunaire. Les nœuds divisent l'orbite en deux régions ALA', A'L'A situées au-dessus et au-dessous de l'éclip-

* Le diamètre angulaire de la Lune varie un peu avec la distance de cet astre à la Terre; mais on négligera ces petites variations dans une première étude, quitte à en tenir compte plus tard quand on aura déterminé la forme de l'orbite. On procède presque toujours par approximations successives dans les sciences de calcul et d'observation.

tique : dans la première, la latitude de la Lune est boréale ou positive ; dans la seconde région, sa latitude est australe ou négative. Les deux nœuds A et A' sont analogues aux points équinoxiaux où l'écliptique rencontre l'équateur; le premier se nomme le *nœud ascendant* parce que la Lune y traverse l'écliptique en montant de la région australe (que les anciens ont toujours regardée comme la région inférieure) dans la région boréale; le deuxième est le nœud *descendant*, parce qu'en A' la Lune passe de la région boréale dans la région opposée. On les désigne encore souvent par les symboles ☊ et ☋. Il suffit évidemment d'assigner la position du nœud ascendant; l'autre en est éloigné de 180°. Pour la déterminer, on procède absolument comme nous avons fait déjà pour le point équinoxial du printemps; on choisit deux jours consécutifs où la latitude de la Lune est d'abord australe, puis boréale; et, par une simple proportion, on détermine la longitude ♈A qu'elle devait avoir au moment où sa latitude était zéro. C'est là ce que l'on nomme la longitude du nœud ascendant. Le premier jour de ce siècle (1er janvier 1801) cet arc était de 13° 55'. Nous considérons provisoirement comme invariable la position de ce nœud sur l'écliptique; bientôt nous verrons qu'il rétrograde sur l'écliptique, tout comme le point équinoxial ♈, mais bien plus rapidement.

Inclinaison du plan de l'orbite. — Quant à l'inclinaison du plan de l'orbite lunaire sur l'écliptique, elle est évidemment égale à la plus grande latitude boréale ou australe LS ou L'S' de la Lune. Cette inclinaison, à très-peu près invariable (comme l'obliquité de l'écliptique), est d'environ 5° 9'.

Révolution sidérale. — La durée de la révolution donne lieu, pour la Lune, aux mêmes distinctions que pour le Soleil. Il y a la révolution tropique, intervalle compris entre les retours successifs de la Lune à la même longitude; il y a la révolution sidérale qui ne différerait point de la précédente si le point équinoxial du printemps, origine des longitudes, était rigoureusement fixe. La durée de la révolution sidérale, la seule qui doive nous intéresser, est de $27^j\ 7^h\ 43^m\ 11^s,5$ ou de $27^j,321661$. Il s'agit ici de jours solaires moyens.

Vitesse angulaire. — Il est facile d'en conclure la vitesse angulaire diurne de notre satellite, c'est-à-dire la quantité dont

il se déplace journellement, dans le sens direct, sur la sphère céleste : cette vitesse est $\frac{360°}{27,321661} = 13° 10' 34'', 89$. On voit combien elle surpasse la vitesse apparente du Soleil qui est de $\frac{360°}{365,25638} = 59' 8'', 19$. En moins d'une heure, la Lune parcourt, sur la voûte céleste, un arc de 31′ égal à son propre diamètre apparent. Aussi faut-il peu de temps pour rendre ses déplacements sensibles : quand on remarque sa position sur le ciel par rapport aux étoiles voisines, au bout d'une heure ou deux on trouve que la Lune s'est notablement rapprochée des étoiles situées plus à l'est. Cette vitesse n'est pas tout à fait constante, car l'orbite de la Lune n'est pas un cercle mais bien une ellipse dont le centre de la Terre occupe le foyer*.

Excentricité, longitude du périgée.—L'excentricité se déduit de la comparaison de la plus grande et de la plus petite vitesse angulaire de la Lune. La position du grand axe de son orbite s'obtient en cherchant, dans une série d'observations de la Lune, deux positions qui soient diamétralement opposées dans l'orbite, et qui partagent en même temps la durée de la révolution en deux parties égales. Ces deux positions sont le périgée et l'apogée de la Lune ; elles répondent aussi à sa plus grande et à sa plus petite vitesse angulaire. L'excentricité, un peu plus forte que celle de l'ellipse terrestre, est de 0,0548442. La longitude du périgée était de 205° 30′ au commencement de ce siècle.

Cette théorie, on le voit, est entièrement semblable à celle du Soleil, et sauf la différence des plans où s'effectuent les mouvements des deux astres, les calculs nécessaires pour déterminer à l'avance la position que notre satellite doit occuper dans le ciel, à un instant donné, seraient une simple répétition de ce qui a été dit déjà. Ainsi, on commence par supposer l'orbite circulaire et le mouvement uniforme : dans cette hypo-

* En réalité le foyer de l'ellipse lunaire est situé au centre de gravité du système formé par la Terre et la Lune ; mais la masse de la Terre étant de beaucoup la plus considérable, ce centre de gravité tombe très-près du centre de la Terre. D'ailleurs les astronomes tiennent compte de cette petite différence.

thèse, on trouve aisément la position approchée de la Lune, c'est-à-dire la longitude moyenne comptée dans son orbite. Pour tenir compte de l'excentricité, on ajoute à cette longitude moyenne une correction qu'on nomme encore ici l'*équation du centre*, ce qui donne la longitude vraie dans l'orbite; puis on calcule le rayon vecteur, ou la distance actuelle de la Lune à la Terre. Quand on connaît le lieu de la Lune dans son orbite, une simple transformation de coordonnées en fournit la position par rapport à l'écliptique ou à l'équateur, c'est-à-dire la longitude et la latitude, ou l'ascension droite et la déclinaison. Si on veut tenir compte de toutes les circonstances qui influent sur le mouvement de notre satellite, ces calculs deviennent d'une complication extrême ; les Tables de la Lune ont pour but de les faciliter. Mais tant que nous ferons abstraction de ces causes perturbatrices, les éléments que nous venons d'énumérer devront être considérés comme invariables. Par exemple, le plan de l'orbite lunaire a beau se déplacer avec la Terre qui l'entraîne avec elle autour du Soleil, ce plan doit rester constamment parallèle à lui-même (de même que notre équateur); son intersection avec le plan de l'écliptique conserve aussi une même direction dans l'espace; elle répond aux mêmes points de la voûte céleste. Nous verrons plus tard que cette invariabilité est loin d'être absolue, mais nous apprendrons en même temps quelles causes modifient peu à peu tous ces éléments. Ceux qui varient le moins sont le temps de la révolution et le demi-grand axe de l'orbite, c'est-à-dire la distance moyenne de la Lune à la Terre.

Il est inutile de consacrer ici un chapitre à l'examen des phénomènes qui doivent résulter du mouvement de translation de la Lune, combiné avec le mouvement de rotation diurne de la Terre; ce serait répéter ce qui a déjà été dit à ce sujet pour le Soleil. Presque toute la différence consiste dans la rapidité plus grande du mouvement de la Lune en ascension droite, et l'amplitude aussi plus étendue de ses excursions de part et d'autre de l'équateur.

CHAPITRE III.

ROTATION DE LA LUNE. — LIBRATION.

Rotation. — Si la Lune ne tournait pas sur elle-même, elle nous présenterait successivement toutes ses faces en circulant autour de la Terre; elle paraîtrait animée d'un mouvement de rotation rétrograde dont la période serait précisément égale à la durée de sa révolution sidérale. Ainsi, la condition géométrique de la non-rotation réelle, c'est une rotation apparente de $27^j \frac{1}{3}$ de durée autour d'un axe perpendiculaire au plan de son orbite (voyez le chapitre relatif à la rotation du Soleil). Or la Lune paraît ne pas tourner : donc, elle tourne en réalité, car l'effet de la rotation apparente et rétrograde ne peut être détruit que par une rotation réelle qui lui soit précisément égale et opposée.

Lorsqu'on observe la Lune à l'aide des plus médiocres lunettes, ou même à la simple vue, on reconnaît aisément qu'elle tourne toujours vers nous la même face. Jamais on n'a vu, et la théorie prouve que jamais on ne verra la face opposée. Les anciens avaient déjà constaté que la Lune nous présente constamment les mêmes irrégularités superficielles, où l'imagination des peuples a toujours cru reconnaître les mêmes figures. Ce sont des accidents de terrain tout à fait semblables à ceux de notre globe, des montagnes élevées, des parties blanches et brillantes, alternant avec de vastes plaines grisâtres, qui réfléchissent avec moins d'abondance la lumière du Soleil. Tous ces détails ont été explorés avec le plus grand soin, et la géographie de la Lune est mieux connue que celle de certaines contrées européennes; mais les mappemondes de la Lune ne contiennent qu'un seul hémisphère; l'autre hémisphère nous restera éternellement inconnu.

Faute de savoir convenablement distinguer entre les mouvements de rotation et de translation circulaire (p. 21), quelques personnes ont conclu de ces faits que la Lune ne tournait pas. Pour se convaincre du contraire par une expérience bien simple, il suffit de circuler autour d'une table sans tourner sur soi-même,

c'est-à-dire en faisant toujours face à la même région de l'espace. Il est évident qu'après être revenu au point de départ, l'expérimentateur aura successivement présenté tous ses côtés à la table; il aura paru tourner sur lui-même pour un observateur placé dans l'intérieur du cercle qu'il a parcouru, mais vu de tout autre point de l'espace, il se sera simplement déplacé sans tourner.

La figure 82 va nous permettre d'appliquer ces raisonnements si simples à la Lune elle-même.

Soient T la Terre, L la Lune, circulant en $27^j \frac{1}{3}$ autour de la Terre : si la Lune n'avait aucun mouvement de rotation, un rayon quelconque *Ll* resterait constamment parallèle à lui-même dans toutes les positions de la Lune dans son orbite. C'est le cas représenté par la figure pointillée. Dans ce cas, un observateur placé en T verrait successivement toutes les faces de notre satellite. La figure dont les traits sont pleins, montre, au contraire, la Lune tournant toujours la même face vers le spectateur (la face où se trouve le point *l*); mais en même temps que la Lune décrit 90°, 180°, 270°, 360° dans son orbite, le rayon *Ll* tourne précisément des mêmes angles autour du centre L. D'après cela, le temps de la révolution de la Lune étant de $27^j\,7^h\,43^m\,11^s,476$, la durée de sa rotation sera pareillement de $27^j\,7^h\,43^m\,11^s,476$.

L'égalité rigoureuse de ces deux durées est nécessaire. S'il existait entre elles une très-petite différence, cette différence irait en s'accumulant de révolution en révolution, et finirait par devenir sensible. Après un certain temps, le spectateur terrestre verrait des régions auparavant cachées; la face d'abord invisible deviendrait visible à son tour. Supposons, par exemple, la rotation plus courte de 1^m seulement; au bout d'une révolution, la Lune aurait accompli une rotation de 360° plus le petit arc dont elle tourne en 1^m; ce petit arc est de 33″. Mais au bout de 10000 révolutions, ce petit arc serait devenu 330000″ = 91°40′; il serait de plus de 180° au bout de 20000 révolutions de la Lune, qui font moins de quinze siècles. Ainsi, dans l'hypothèse dont il s'agit, on aurait vu, il y a quinze siècles, la face opposée à celle que nous voyons aujourd'hui. Il n'en est rien; on peut remonter à des temps plus reculés encore, par exemple à l'époque de Plutarque qui a écrit un

traité spécial sur la figure que l'on voit dans la Lune (*De facie in orbe Lunæ*), et on trouvera la preuve que les anciens ont vu la même face que nous. Aujourd'hui, les observations les plus précises, faites sur la position de divers accidents de la surface lunaire, ne permettent point de douter qu'il n'existe une égalité rigoureuse entre les deux durées de la rotation et de la révolution de la Lune. La théorie confirme ce résultat, ainsi que nous le verrons à la fin de ce chapitre, en montrant la cause physique dont il dépend.

Libration. — Mais le mouvement de rotation est uniforme, tandis que le mouvement de translation de la Lune autour de la Terre ne l'est pas. Si donc ces deux mouvements se trouvent d'accord au bout de chaque période de $27^j\frac{1}{3}$, ils ne peuvent conserver cet accord pendant toute la durée de cette période. C'est ce qui a lieu en effet. Les mouvements angulaires de la Lune autour de la Terre diffèrent de l'uniformité, non-seulement à cause de l'excentricité notable de l'orbite lunaire, mais encore à cause des perturbations très-sensibles que l'attraction du Soleil introduit dans sa marche. Le mouvement de rotation ne participe point à ces inégalités : par suite il doit être tantôt en avance, tantôt en retard sur le mouvement de révolution, et nous laisser voir, tantôt d'un côté, tantôt de l'autre, une partie de l'hémisphère opposé de la Lune. Ce phénomène se produit en effet ; on l'a nommé *libration*, c'est-à-dire balancement de la Lune sur son axe. Le mot de libration impliquerait une idée fausse, si on supposait que ce balancement a quelque réalité, que la Lune exécute une sorte d'oscillation périodique autour d'un certain axe, comme un pendule ou un balancier. Ici il faut se conformer à l'usage général qui consiste à donner des noms aux mouvements apparents comme s'ils étaient réels. L'explication détaillée de ces phénomènes va faire d'ailleurs disparaître toute ambiguïté.

L'orbite de la Lune étant l'ellipse ABCD (voyez la fig. 83 où l'excentrité de l'orbite est exagérée à dessein), supposons qu'à une certaine époque la Lune se trouve au périgée en A. Au bout du quart de la révolution ($\frac{1}{4}$ de 27^j), le rayon vecteur TA aura décrit non pas le quart de la circonférence, c'est-à-dire 90°, mais bien le quart de la surface de l'ellipse, c'est-à-dire le secteur ATB, correspondant à un angle plus grand que 90°. Pendant

ce temps, le rayon Al du sphéroïde lunaire aura décrit 90° juste, parce que le mouvement de rotation est uniforme. Dans la première position A de la Lune, la partie visible était l'hémisphère *ole*; dans la position B, cet hémisphère a tourné de 90° et est venu se placer en *ole*; mais pour un spectateur placé en T, la partie visible est *o'le'*. Ainsi le spectateur découvre alors une région (un fuseau sphérique) vers l'ouest qui lui était invisible dans la position A, et il perd à l'est ce qu'il gagne du côté opposé. Les choses se rétablissent dans l'état primitif au bout d'une demi-révolution, en C; puis la libration se reproduit, mais en sens inverse, dans la seconde moitié de l'orbite.

Les inégalités du mouvement de la Lune dans son orbite pouvant aller à près de 8°, il est évident que ces inégalités, dont le mouvement de rotation est exempt, laisseront apparaître tantôt à l'orient, tantôt à l'occident du disque lunaire un fuseau de 8° d'amplitude appartenant à l'hémisphère opposé.

Libration en latitude. — La libration en longitude, que nous venons de décrire, est un phénomène particulier à la Lune. Il y en a une autre, d'origine toute différente, qu'on nomme libration en latitude, et qui tient à l'inclinaison de l'axe de rotation par rapport au plan de l'orbite. Si cet axe était perpendiculaire à ce plan, les pôles de rotation du sphéroïde lunaire se projetteraient toujours pour nous sur la circonférence du grand cercle qui sépare la partie visible de la partie invisible, et qui serait alors un méridien du sphéroïde lunaire. Mais l'axe de rotation formant un angle d'environ 83° 30′ avec le plan de l'orbite, et restant toujours parallèle à lui-même, il en résulte que nous voyons tantôt au nord, tantôt au sud, un fuseau de 6° $\frac{1}{2}$ d'amplitude appartenant à l'hémisphère ordinairement invisible. La figure 84 peut servir à faire comprendre ce genre de libration. Elle est analogue à celle que la Terre présenterait pour un observateur situé dans le Soleil; il verrait, à 6 mois d'intervalle, tantôt les régions polaires du nord, tantôt celles du sud*.

* Il y a encore, à la rigueur, un troisième genre de libration; c'est ce que l'on nomme la libration diurne ou *parallactique*. Elle n'existerait point pour un spectateur placé au centre de la Terre, et elle tient uniquement à ce qu'il est placé à la surface de notre globe, c'est-à-dire ailleurs qu'au vrai centre

D'après ce qui précède, il est évident que ce n'est pas la moitié du globe lunaire qui reste toujours invisible pour nous, mais seulement les $\frac{3}{7}$ de sa surface.

Nous aurons occasion de revenir sur ce sujet à la fin de ce livre. L'explication complète de la libration proprement dite (la libration en longitude) et de la permanente égalité qui subsiste entre la durée de la rotation et celle de la révolution de la Lune, est un des triomphes de la mécanique céleste.

CHAPITRE IV.

PHASES DE LA LUNE; ASPECTS, OU SYZYGIES ET QUADRATURES. — LUMIÈRE CENDRÉE.

Phases. — Considérons maintenant à la fois le Soleil et le couple formé par la Terre et la Lune. Le Soleil est l'unique source de la lumière dans notre système; les planètes et leurs satellites ne brillent que de la lumière qu'ils en reçoivent, et qu'ils réfléchissent en tous sens. Par eux-mêmes, ces astres sont obscurs et opaques. Les anciens ont reconnu facilement qu'il en est ainsi de la Lune : elle ne brille que dans la partie qui reçoit les rayons du Soleil, et lorsqu'elle vient, dans certains cas, se placer entre la Terre et cet astre, elle en intercepte alors les rayons à la manière d'un écran. Les phénomènes des phases et des éclipses dépendent uniquement de la position relative des trois corps que nous considérons. Ils se reproduisent avec une périodicité facile à reconnaître, parce que les mouvements de ces corps sont eux-mêmes périodiques. C'est cette succession régulière des phénomènes d'illumination dont il s'agit de saisir la loi.

---

des mouvements de révolution de la Lune. La figure (85) rend suffisamment compte de cette libration à peine sensible, dont le maximum est égal à la plus grande parallaxe horizontale de notre satellite, c'est-à-dire à 1° environ. Pour l'observateur placé en T ou en A, l'hémisphère visible est *ole*; pour l'observateur placé en B, c'est *o'le'*. Dans le premier cas l'observateur voit la Lune au zénith, dans le second à l'horizon.

Supposons d'abord, pour simplifier, que la Terre et le Soleil restent immobiles, et que la Lune tourne en $27^j \frac{1}{3}$ autour de la Terre. Une partie de la Lune sera éclairée par le Soleil; l'autre restera dans l'obscurité. La ligne de séparation de l'ombre et de la lumière sera déterminée géométriquement par la courbe de contact d'un cône idéal, qui serait tangent à la fois au Soleil et à la Lune. Cette courbe est un cercle dont le plan est perpendiculaire à l'axe du cône, c'est-à-dire à la ligne qui joint le centre du Soleil à celui de la Lune. Le plan de ce cercle ne passe pas rigoureusement par le centre; ce n'est point un grand cercle de la Lune; mais la différence est si faible (il est aisé de la calculer, puisque nous connaissons la distance des deux globes et leurs diamètres), que nous pourrons considérer, sans erreur sensible, dans tout ce qui va suivre, la courbe de séparation d'ombre et de lumière, sur la Lune, comme étant un grand cercle de la Lune perpendiculaire à la ligne qui en joint le centre au Soleil. On le nomme *cercle d'illumination*.

De même, pour un observateur placé en dehors de la Lune, la partie visible (si toutefois elle est éclairée), est séparée de la partie qui lui reste cachée par le cercle de contact d'un cône circonscrit à la Lune, dont le sommet serait à l'œil du spectateur. Nous regarderons encore ce cercle de contact, ou de contour apparent, comme un grand cercle du globe lunaire, perpendiculaire à la ligne qui joint le centre de la Lune au centre de la Terre. Cela posé, il est évident que les seuls points visibles de la Lune se trouvent compris entre le cercle d'illumination et le cercle du contour apparent. La position relative de ces deux cercles change à chaque instant, et détermine ce que l'on appelle les phases de la Lune. La figure 86 montre la succession de ces phases. Dans cette figure, nous supposerons que la Lune se meut dans le plan même de l'écliptique; que la distance du Soleil à la Lune et à la Terre est comme infinie, et, enfin, que la Terre reste immobile pendant un mois au point T.

Dans la position A, la ligne qui joint le Soleil au centre de la Lune, se trouve sur le prolongement de la ligne qui joint le centre de la Lune à la Terre; par conséquent, le cercle d'illumination et le cercle du contour apparent se confondent. Il en est de même dans la position E que la Lune occupe lorsqu'elle a accompli une demi-révolution; mais dans la position A, la

partie de la Lune qui est tournée vers la Terre est obscure, tandis qu'elle est éclairée dans la position E. Dans le premier cas, la Lune est *en conjonction* avec le Soleil : elle est *nouvelle* et invisible. Dans le deuxième cas, elle se trouve en *opposition* et entièrement visible pour nous : c'est la *pleine* Lune. Ces deux positions remarquables sont souvent désignées par le nom collectif de *syzygies*. Passons à une position intermédiaire B. Le cercle du contour apparent, le disque, en un mot, est représenté sur la figure par sa projection *oe*, et le cercle d'illumination par sa projection *ii'*. Tout ce qui est à droite dans le cercle *ii'* est dans l'ombre, et tout ce qui est derrière *oe* (par rapport à T), est invisible; la seule portion de la Lune que verra le spectateur placé en T, sera donc le fuseau sphérique dont l'arc est *oi*. L'effet produit est indiqué par la figure accolée à la position B : on verra la Lune sous la forme d'un croissant limité par la moitié du contour du disque et par la moitié du cercle d'illumination. Celui-ci étant vu en raccourci, en projection sur le plan du disque lunaire, il paraîtra sous forme d'une demi-ellipse inscrite dans le premier cercle, et ayant deux points de contact avec lui. Ces points de contact, situés sur un diamètre du disque, sont les extrémités des *cornes* du croissant.

L'angle du fuseau formé par les deux plans *oe* et *ii'* est évidemment égal à l'angle ATB compris entre le Soleil et la Lune. Quand celle-ci est venue en C, elle a parcouru le quart de son orbite ou 90°; les deux plans *oe* et *ii'* comprennent aussi 90°; le fuseau sphérique qui constitue la partie visible est la moitié de l'hémisphère tourné vers le spectateur, et la ligne de séparation d'ombre et de lumière est vue, en projection sur le disque, sous forme d'une ligne droite passant par le centre. Cette phase est le *premier quartier*.

A mesure que la Lune avance dans son orbite et se rapproche de l'*opposition*, l'angle des deux cercles *oe* et *ii'* s'ouvre davantage; le fuseau visible s'élargit de plus en plus, mais sa projection sur le ciel se trouve toujours limitée d'un côté par la moitié du contour apparent, de l'autre par la projection du cercle d'illumination. Seulement cette projection, qui est encore une ellipse, a sa convexité tournée en dehors, comme on le voit pour la position D. Cette ellipse se rapproche progressivement de la partie jusqu'ici invisible du disque; elle se con-

fond enfin avec le cercle même du disque, lorsque la Lune est en E, au moment de l'*opposition*. A partir de ce moment, les phases suivent une marche précisément inverse; la Lune s'échancre du côté opposé de son disque, c'est-à-dire en *e*. Au point F, la moitié seulement du disque est éclairée; la Lune est dans son *dernier quartier*. La partie illuminée et visible se rétrécit peu à peu. Le croissant s'amincit, et finit par disparaître; alors la Lune est *nouvelle* et invisible, c'est l'instant de la *conjonction*. Une période complète de ces phases se nomme une *lunaison*; le nombre de jours compris entre la nouvelle Lune et sa phase actuelle est *l'âge* de la Lune.

Maintenant il suffit de suivre la Lune pendant un mois environ, et de comparer les apparences qu'elle nous offre à l'explication précédente, pour se rendre compte de ses phases. Par exemple, le 19 mai 1852, la Lune sera nouvelle; elle se lève et se couche avec le Soleil. Le 20 au soir, on verra à l'ouest, peu de temps après le coucher du Soleil, son croissant extrêmement étroit dont la convexité sera tournée vers le Soleil. On pourra remarquer qu'en menant un plan perpendiculaire au milieu d'une ligne joignant les cornes, ce plan détermine sur la voûte céleste un arc de grand cercle, qui, prolongé au-dessous de l'horizon, ira rencontrer le Soleil*. Le jour suivant, la Lune qui marche de l'est à l'ouest comme le Soleil, mais avec une vitesse *angulaire* 12 ou 13 fois plus grande, se sera écartée notablement du Soleil; elle se couchera deux heures après lui; son croissant sera moins étroit. Le 26 mai, la Lune se lève vers midi, et se couche le jour suivant vers minuit; elle est dans son premier quartier. C'est encore la partie occidentale du disque qui est éclairée. Le retard sur le Soleil est de 6 heures environ. Le 2 juin, la Lune sera pleine; elle se lève vers l'heure où le Soleil se couche, et elle se couche quand le Soleil se lève; elle passe vers minuit au méridien supérieur, tandis que le Soleil passe au méridien inférieur. La Lune est alors opposée au Soleil. A partir de ce jour, la Lune s'échancre de plus en plus dans la partie de son disque qui est tournée vers

* La ligne des cornes est le diamètre suivant lequel se coupent le plan du contour apparent et celui du cercle d'illumination; ce diamètre est donc perpendiculaire à la fois à SL et à LT; et par suite, au plan SLT.

l'ouest. Le 9, elle est dans son dernier quartier; elle se lève à minuit, passe au méridien à 6 heures du matin, et se couche à midi. Enfin elle se rapproche de plus en plus du Soleil, et, après avoir fait le tour entier du ciel, elle le regagne un mois après la nouvelle Lune.

On voit que les phases de la Lune peuvent être expliquées par les plus simples considérations géométriques. Elles ne dépendent, en définitive, que de l'angle compris entre le cercle du contour apparent et le cercle d'illumination. Les plans de ces deux cercles étant respectivement perpendiculaires aux lignes menées de la Lune à la Terre et au Soleil, leur angle sera celui de ces deux lignes, c'est-à-dire l'angle à la Lune dans le triangle SLT.

Si l'angle L est de 180°, la Lune est en conjonction et nouvelle; c'est l'époque de la *néoménie.*

Si l'angle L est de 90°, la Lune est dans son premier quartier.

Si l'angle L est de 0°, la Lune est en opposition et pleine.

Si l'angle L est de 90° dans la partie de l'orbite où la Lune se rapproche du Soleil, la phase porte le nom de second ou de dernier quartier.

Le plan des trois astres ne coïncide pas rigoureusement avec l'écliptique, à moins que la Lune ne soit dans l'un de ses nœuds; aussi, les définitions précédentes ne s'appliquent-elles pas, en toute rigueur, à la Lune elle-même, mais bien à sa projection sur le plan de l'orbite terrestre. Comme elles conviennent à tous les astres autres que la Lune, nous allons les poser ici dans toute leur généralité.

Un astre est *en opposition*, quand sa projection sur le plan de l'écliptique se trouve sur le prolongement de la ligne menée par le Soleil et la Terre, ou, ce qui revient au même, quand le plan de son cercle de latitude prolongé passe par le Soleil. Alors la longitude de cet astre diffère de 180° juste de la longitude du Soleil.

L'astre est *en conjonction*, lorsque le plan de son cercle de latitude passe par le Soleil; sa longitude est alors égale à celle du Soleil; sa projection sur l'écliptique est située, soit entre la Terre et le Soleil, soit au delà du Soleil. Dans le premier cas, la conjonction est dite *intérieure*; dans le deuxième, elle est *extérieure*, et dans tous les deux, la longitude de l'astre est

égale à celle du Soleil. On dit ordinairement conjonction *inférieure* ou conjonction *supérieure*; mais ces mots mal faits peuvent tromper les commençants. Évidemment, la Lune ne peut être en conjonction extérieure, puisqu'elle circule autour de la Terre à une distance 400 fois moindre que le Soleil.

Un astre est en quadrature, lorsque son cercle de latitude est perpendiculaire à celui où se trouve le Soleil; la longitude diffère alors de 90° ou de 270° de celle du Soleil, et l'angle à la Terre, dans le triangle formé par le Soleil, la Terre et la projection de l'astre sur le plan de l'écliptique, est un angle droit. On voit d'après cette définition, que le premier quartier de la Lune ne coïncide pas tout à fait avec la quadrature, car, dans le premier cas, c'est l'angle à la Lune, dans le second, c'est l'angle à la Terre qui est de 90°; mais, à cause de la grande distance du Soleil, la différence du premier quartier à la quadrature est à peine sensible.

Enfin, on donne le nom d'*octants* aux *aspects* où le cercle de déclinaison de la Lune se trouve dans des positions intermédiaires entre les quatre positions fondamentales dont il vient d'être parlé. Dans les octants, la longitude de la Lune diffère de celle du Soleil de 45°, de 135°, de 225° ou 315°.

Aspects. — Les anciens astronomes donnaient le nom d'*aspects* aux positions relatives d'un astre quelconque, par rapport au Soleil et à la Terre. Les *aspects* ont joué un grand rôle dans les prédictions astrologiques, parce qu'on croyait autrefois que les événements sublunaires étaient réglés sur les configurations ou aspects résultant des positions relatives des astres. Aujourd'hui, ces *aspects* (le terme n'est plus guère usité) ont perdu, bien entendu, tout leur intérêt astrologique, mais ils ont regagné, dans la science moderne, un intérêt d'une nature bien différente. Ils ne président plus aux destinées humaines, mais ils règlent les perturbations mutuelles des astres de notre monde solaire. Quand on tient compte, par exemple, de l'influence que le Soleil exerce sur les mouvements de notre satellite, il est évident que cette action doit différer profondément dans les conjonctions ou les oppositions, et dans les quadratures. Si la Lune, la Terre et le Soleil se trouvent en ligne droite, l'action du Soleil a pour effet de diminuer la pesanteur de la Lune vers la Terre. Dans les quadratures, elle est égale pour les deux astres, et ne tend plus de la même manière à en

troubler les mouvements relatifs. De même nos marées dépendent des *aspects* de la Lune; leur hauteur maximum coïncide avec les *syzygies* (nom collectif des conjonctions et des oppositions), tandis que leur minimum de hauteur répond aux quadratures.

Nous avions admis d'abord, pour simplifier, que la Lune se meut dans le plan de l'écliptique. S'il en était ainsi, il y aurait évidemment éclipse de Lune à chaque opposition, parce qu'à ces époques la Terre cacherait le Soleil à la Lune; il y aurait éclipse de Soleil à chaque conjonction, au moins pour certains lieux de la Terre, parce qu'alors la Lune cacherait le Soleil à ces lieux-là. Mais la faible inclinaison de l'orbite lunaire change cet état de choses, du moins sous le rapport des éclipses, tout en laissant intacte l'explication des phases. Nous verrons plus tard que, vers l'opposition et la conjonction, la Lune passe en général au-dessus ou au-dessous du plan de l'écliptique; les trois astres S, T, L ne sont plus sur une même droite; mais seulement dans un même plan perpendiculaire au plan de l'orbite terrestre.

En second lieu, les phases et les aspects des astres se rapportent au plan de l'écliptique, au lieu que les passages au méridien, les levers et les couchers des astres, se règlent d'après leurs positions relativement à l'équateur. Cette distinction est essentielle. Si le Soleil et la Lune accomplissaient leurs révolutions dans le plan de l'équateur, à chaque conjonction ils auraient même ascension droite et passeraient ensemble au méridien; ils se lèveraient et se coucheraient aux mêmes moments. A chaque opposition, leurs ascensions droites différeraient de 180° ou de 12 heures; la Lune passerait au méridien supérieur pendant que le Soleil se trouverait au méridien inférieur, c'est-à-dire à minuit; le lever de l'un coïnciderait avec le coucher de l'autre. Mais comme l'orbite lunaire, l'écliptique et l'équateur sont trois plans différents, il en résulte que cet astre peut être en conjonction avec le Soleil, c'est-à-dire avoir même longitude, sans avoir même latitude; par conséquent les ascensions droites de ces deux astres peuvent être différentes. Il en résulte que la Lune, en conjonction avec le Soleil, ne passe pas nécessairement en même temps que lui au méridien. Cependant, à cause de la faible inclinaison du plan de l'orbite

lunaire sur l'écliptique, on peut dire sans grande erreur que la Lune passe au méridien à midi quand elle est nouvelle, à six heures du soir le jour du premier quartier, à minuit le jour de la pleine Lune, et à 6 heures du matin à l'époque du dernier quartier.

Dans cette théorie, il suffit de se rappeler que, des deux courbes qui limitent la partie éclairée et visible pour nous, l'une est le demi-cercle du contour apparent, l'autre est la projection orthographique du demi-cercle d'illumination. Nous n'examinerons que les deux détails suivants : la courbe d'illumination n'est jamais nette ; elle offre des découpures profondes et des parties dentelées, tandis que le demi-cercle visible du contour apparent est toujours parfaitement net et régulier.

Dans la figure 88, *ab* est la projection du cercle d'illumination. Un point quelconque *a*, situé sur ce cercle, ne reçoit du Soleil que le rayon A*a*, et encore cet unique rayon ne fait-il que raser la surface. L'illumination est donc infiniment faible ou nulle sur le cercle *ab*. Un peu plus loin, en *c*, la partie efficace du Soleil est AC (*c*C est menée tangentiellement au cercle *acb*). Plus loin encore, les points de l'hémisphère éclairé reçoivent la lumière du Soleil tout entier, quoique sous une incidence encore très-oblique. Il y aura donc vers le cercle *ab* une dégradation rapide, mais point de séparation nettement tranchée entre l'ombre et la lumière. En outre la surface de la Lune présente presque partout des saillies et des dépressions, des vallées, des plaines et des montagnes. De là des dentelures, des oppositions d'ombre et de lumière très-variées et très-pittoresques*.

Il n'en est pas de même du demi-cercle de contour apparent qui se dessine presque en entier sur la partie vivement éclairée de la Lune. Le bord visible du disque est toujours nettement

* Les régions placées en *d* (fig. 88) reçoivent d'aplomb les rayons du Soleil : tout y est éclairé ; tout y brille de même éclat, les dépressions du sol comme les cimes les plus hautes. L'œil ne voit là qu'une surface uniforme, presque dépourvue d'aspérités. Aussi la pleine Lune ne présente-t-elle qu'un disque lumineux sans intérêt. Pour que les détails de ce beau tableau ressortent avec vigueur et produisent leur effet, il faut choisir l'époque où le croissant est étroit.

tranché, sauf à l'époque de l'opposition ou de la pleine Lune, parce qu'alors le contour *cd* du disque (fig. 89) coïncide à peu près avec le cercle d'illumination *ab*. Remarquez toutefois que les trois centres S, T, L étant en ligne droite dans cette figure, la Lune serait éclipsée dans l'ombre de la Terre. Mais les choses ne se passent pas ainsi à toutes les oppositions; souvent la Lune se trouve au-dessus ou au-dessous de la ligne ST (fig. 90); le cercle *cd* empiète alors par en bas ou par en haut sur le cercle *ab*, et une partie du contour du disque présente des dentelures et des irrégularités. On lira plus loin quelques détails sur la forme des accidents de terrain que le sol lunaire présente en si grande abondance.

Lumière cendrée. — L'invisibilité de l'hémisphère obscur n'est point toujours complète; il reçoit quelquefois un peu de lumière de l'hémisphère éclairé de la Terre. Cette faible illumination secondaire, que l'on nomme la *lumière cendrée*, suffit même pour le rendre visible *à l'œil nu*; elle est sensible quand le croissant de la Lune est très-étroit, quelques jours avant le premier quartier ou quelques jours après le dernier quartier. Lorsqu'on regarde alors la Lune avec un peu d'attention, après le coucher du Soleil (surtout en automne ou en printemps, parce que le crépuscule dure moins dans ces saisons), on voit non-seulement le croissant illuminé par la lumière directe du Soleil, mais encore le reste du disque qu'une lumière bleuâtre ou cendrée éclaire faiblement; on y distingue même les accidents de la surface à l'aide d'une simple lorgnette. Ce curieux phénomène s'efface à mesure que le croissant augmente; il disparaît avant le premier quartier. L'explication en est simple. La Terre est une sorte de Lune pour son satellite; elle en éclaire les nuits, et on pourrait dire qu'il fait *clair de Terre* sur la Lune, tout comme il fait clair de Lune sur la Terre. C'est cette illumination reflexe que nous percevons, malgré sa faiblesse, lorsque le fond du ciel n'est plus éclairé par le Soleil couchant. La figure 91 rend compte de ce phénomène dans tous ses détails. Quand la Lune est en L, elle n'a point encore atteint son premier quartier; pour un observateur placé en *t*, à la surface de la Terre, elle présente le fuseau éclairé dont l'arc est *oi*, et le fuseau obscur dont l'arc est *iKe*. Mais le fuseau *iKe* fait face à la partie éclairée Ol' du globe terrestre; il en recevra de la lumière et sera moins sombre que le

fuseau *i'e*; il y fera clair de Terre, car la Terre sera presque pleine pour un point quelconque de l'hémisphère antérieur de la Lune, attendu que les phases de la Terre, vues de la Lune, sont nécessairement complémentaires des phases de la Lune vues de la Terre (la figure le montre assez). Cependant un habitant placé en *t*, sur la Terre, ne verrait point l'effet de ce clair de Terre sur le fuseau *iKe*, parce que le Soleil n'est pas encore couché pour le point *t*. Mais bientôt, la rotation de la Terre s'exécutant dans le sens de la flèche, de l'ouest à l'est, le point *t* viendra se placer dans l'ombre, vers le point I'. Alors le Soleil sera couché pour lui, et la nuit, ou du moins le crépuscule lui permettra de voir le reste du disque *iKe* qu'éclaire la partie OI' de notre propre globe.

Lorsque la Lune a atteint le premier quartier, elle voit aussi le *premier quartier de la Terre*; mais la lumière du premier quartier de la Terre est insuffisante, le phénomène de la lumière cendrée ne se montre plus *.

Pour l'hémisphère que la Lune tourne constamment vers nous et qui seul voit la Terre, notre globe fait l'effet d'une grosse Lune, dont les phases suivent la période d'un mois. Si notre satellite était habité, un spectateur placé au point K verrait constamment la Terre dans la direction de LK prolongé, c'est-à-dire dans la direction de sa verticale, par conséquent à son zénith. La Terre lui paraîtrait 3 ½ plus grosse que la Lune ne nous le paraît **. Mais il ne manquerait point de transporter à la Terre les petits mouvement de libration dont tous les points du disque lunaire nous semblent animés. Il verrait la Terre osciller lentement entre des limites de 6 ou 7° à l'est et à l'ouest, au-dessus de sa tête, en même temps qu'elle passerait par toutes les phases, depuis la nouvelle jusqu'à la pleine Terre. Comme la Terre tourne en 24 heures sur son axe, il pourrait sans doute, avec des organes pareils aux nôtres, reconnaître très-nettement, à la simple vue, les

* Les dimensions de la figure ne sont point convenables; les deux globes sont beaucoup trop rapprochés.

** La surface apparente serait donc 12 fois plus grande. Le clair de Terre serait 12 fois plus intense sur la Lune que le clair de Lune sur la Terre.

îles, les mers, les continents, passant rapidement sous ses yeux sur le globe terrestre, et s'en servir comme d'une horloge naturelle.

CHAPITRE V.

RÉVOLUTION SYNODIQUE DE LA LUNE. — CALENDRIERS LUNAIRES.

Révolution synodique; période des phases. — On voit que les phases dépendent exclusivement des positions relatives de ces trois corps : Terre, Lune et Soleil. La nouvelle Lune ou *néoménie* revient à chaque conjonction et termine la série des transformations successives que le disque de notre satellite nous présente dans l'intervalle d'une *lunaison*. Les nouvelles Lunes ont lieu chaque fois que les trois astres se retrouvent en ligne droite, dans l'ordre T, L, S. Les époques de ces conjonctions dépendent évidemment de la différence des vitesses qui animent la Lune et le Soleil dans les orbites apparentes ou réelles qu'ils décrivent autour de la Terre. La période des phases peut être assimilée à celle des conjonctions, des oppositions et des quadratures des deux aiguilles d'une horloge ou d'une montre. Que l'on place en effet la Lune à l'extrémité de l'aiguille des minutes, le Soleil sur le prolongement de celle des heures, et, sauf les distances, tous les aspects seront fidèlement reproduits. L'aiguille des minutes marche 12 fois plus vite que celle des heures; en supposant qu'elles partent toutes deux de midi, pendant que la première fait le tour du cadran et décrit 360°, l'autre parcourt un arc 12 fois moindre; elle a pourtant avancé de 30° que la grande aiguille doit parcourir encore avant de la rejoindre, et de se trouver de nouveau en conjonction avec elle. Il est aisé de déterminer les époques des conjonctions des deux aiguilles ou des deux astres, quand on suppose leurs mouvements uniformes et qu'on en connaît les vitesses. C'est le problème déjà résolu pour les années tropique et sidérale; nous allons encore le traiter à propos des révolutions sidérale et synodique de la Lune, et le monde planétaire nous en

offrira autant d'applications distinctes qu'il y a de planètes ou de satellites.

Soient T et T' les temps de la révolution de deux mobiles circulant, en réalité ou en apparence, mais d'un mouvement uniforme, autour d'un même centre; quelle est la période de leurs conjonctions successives? Les 360 degrés de la circonférence étant parcourus par l'un et l'autre dans les temps T et T', leurs vitesses angulaires seront respectivement :

$$V = \frac{360^\circ}{T}, \quad V' = \frac{360^\circ}{V'};$$

Considérons les deux mobiles au moment d'une conjonction, c'est-à-dire lorsqu'ils se trouvent sur un même rayon, et nommons x l'intervalle qui s'écoule jusqu'à la conjonction suivante : dans le temps x, le premier a parcouru Vx, le second $V'x$. Supposons $V' > V$; le mobile dont la vitesse est V' aura parcouru 360° plus l'arc Vx décrit par le second qui va plus lentement; on aura donc

$$V'x = 360^\circ + Vx,$$

d'où
$$x = \frac{360^\circ}{V' - V}.$$

Appliquons cette solution à la Lune et au Soleil.

$$V = \frac{360^\circ}{365^j,25638}, \quad V' = \frac{360^\circ}{27^j,321661};$$

d'où
$$V = 59' \, 8'', 19, \quad V' = 13^\circ \, 10' \, 34'', 89,$$

$$V' - V = 12^\circ \, 1' \, 26'', 70$$

et enfin
$$x = \frac{12^\circ \, 1' \, 26'',70}{360^\circ} = 29^j,530588 = 29^j \, 12^h \, 44^m \, 2^s,9.$$

Telle est la durée d'une lunaison; telle est la période qui ramène dans le même ordre les phases successives de la Lune.

Nous avons supposé, il est vrai, que les mouvements de la Lune et du Soleil sont uniformes : en réalité leurs orbites dont la Terre est le centre réel ou apparent, sont des ellipses parcourues avec des vitesses un peu variables, suivant les lois de

Képler. De plus, les mouvements de notre satellite présentent des inégalités dues à l'action du Soleil, action qui ne peut être exactement la même sur la Terre et sur son satellite. Mais en calculant la révolution synodique (p. 161) par un intervalle de temps comprenant un très-grand nombre de ces révolutions, ces inégalités se compensent et le résultat se trouve être la *durée moyenne* de cette période. On peut donc dire qu'en moyenne l'intervalle de deux nouvelles Lunes ou de deux conjonctions consécutives est de 29ʲ, 530588 jours moyens, de même que l'intervalle de deux pleines lunes, de deux premiers quartiers, etc.

Au lieu de traiter cette question au point de vue des mouvements apparents, il est tout aussi simple de considérer les mouvements réels. Soit donc TT' (fig. 87) l'orbite du globe terrestre qui entraîne avec lui celle de la Lune. Si, à un moment donné, les trois corps T, L, S sont en ligne droite, au bout de $27^j\frac{1}{3}$, temps de la révolution sidérale de la Lune, notre satellite aura parcouru son orbite entière autour de la Terre; elle sera revenue en L' identique au premier point L, et placé de manière que TL et T' L' soient dirigés vers la même étoile, c'est-à-dire parallèles. Mais, dans cet intervalle de temps, la Terre a décrit un arc TT' d'environ 26°; le rayon TLS est devenu T'*l*S, et la Lune a encore l'arc L'*l* a parcourir avant de revenir à la conjonction. Nous retombons sur le problème des aiguilles de montre, un peu modifié quant à la forme; la solution reste la même; la période des retours successifs de la Lune à la conjonction reste de 29ʲ,530588, comme précédemment.

Cette période a été connue avec exactitude dès la plus haute antiquité. Elle était facile à déterminer, puisqu'il suffit de noter les instants de deux pleines Lunes séparées par un grand nombre de périodes semblables, et de diviser le temps écoulé par le nombre de ces périodes. La pleine Lune est une phase peu précise, dont le moment ne saurait être trouvé avec exactitude; mais les éclipses de Lune ne présentent point le même inconvénient; là, le phénomène est net et tranché, et les anciens pouvaient en déduire l'époque de l'opposition à un quart d'heure près. En comparant ainsi deux éclipses de Lune, séparées par cinq ou six mille révolutions synodiques, ils ont déterminé, à une demi-seconde près, la *durée* moyenne de cette révolution.

Nous avons calculé (p. 266) la révolution synodique à l'aide de la révolution sidérale. C'est la marche inverse que l'on a suivie en réalité. La première période se déduit, comme nous venons de le voir, de l'observation des phases ou des éclipses; quand on connaît de plus la longueur de l'année sidérale, il suffit de renverser le problème précédent pour trouver la durée de la révolution réelle de la Lune autour de la Terre. Deux mobiles se rencontrent à des intervalles de 29 jours $\frac{1}{2}$; l'un parcourt la circonférence entière en 365 $\frac{1}{4}$; en combien de temps le second mobile parcourt-il la même circonférence? Réponse : 27ʲ $\frac{1}{3}$.

Calendriers lunaires. — Les phases de la Lune sont de véritables signaux, visibles sur le globe entier; elles offrent une division simple et commode du temps, qui dut être exclusivement employée à l'époque où la société commençait à se former de tribus errantes et de peuplades de chasseurs. La phase la plus précise est la néoménie, ou plutôt la première apparition du croissant après le coucher du Soleil. C'est aussi celle qui a été universellement adoptée dans presque toute l'antiquité pour époque des réunions publiques, des sacrifices et des jeux. Encore aujourd'hui, la nouvelle Lune sert de signal en Orient : les mahométans la guettent du haut des minarets pour commencer le mois du jeûne ou celui des réjouissances. C'est là le calendrier naturel, l'*almanach* par excellence (de la particule *al* et de la racine *mân*, qui veut dire Lune dans toutes les langues orientales et indo-germaniques). Plus tard, la vie nomade des pasteurs fit place à la vie sédentaire des peuplades agricoles; on sentit alors la nécessité de tenir compte des mouvements du Soleil, parce qu'ils règlent les vicissitudes des saisons et la succession des travaux des champs. Mais cette nécessité était moins impérieuse dans les climats chauds où la différence des saisons est peu tranchée. L'Orient, sauf l'Égypte et la Chine agricole, conserva son calendrier exclusivement lunaire. Les Grecs le gardèrent longtemps, tout en tâchant de le concilier avec le Soleil : leur division en peuplades indépendantes, privées de communications régulières, les avait forcés de recourir à un phénomène céleste où chacun pût lire le signal des assemblées et des fêtes. Les Hébreux, dès qu'ils furent fixés au sol, réussirent à combiner l'année et le mois dans un calendrier du reste fort compliqué. Mais les Égyptiens, les

Romains, puis tous les peuples modernes de l'Occident ont renoncé à la Lune, pour régler exclusivement la division civile du temps sur la marche du Soleil. Notre calendrier en présente encore cependant quelques traces dans la division de l'année en mois.

Rien de plus simple que le calendrier lunaire primitif, tel que les Turcs et les Arabes le conservent encore. Nos relations avec l'Algérie française lui donnent un certain degré d'intérêt. L'année n'a aucun rapport avec les mouvements du Soleil. C'est une simple collection de 12 mois lunaires qui se composent alternativement de 30 jours et de 29 jours, afin de tenir compte de la fraction de jour dans la valeur de la révolution synodique de la Lune. Cette année lunaire a donc $12 \times 29^{j},5 =$ 354 jours seulement; en sorte que, si une date arabe ou turque indique assez bien l'âge ou la phase de la Lune, elle ne peut en aucune façon indiquer les saisons. Voici les noms des mois :

Moharrem	**30 jours.**	**1er moharrem 1268 répond au 27 octobre 1851.**
Safar	**29 »**	**L'hégyre est le 16 juillet 622 après J. C.**
Rbî el-aouel	**30 »**	
Rbî et-tsâni	**29 »**	
Djemâd el-aouel	**30 »**	
Djémâd et-tsâni	**29 »**	
Redjeb	**30 »**	
Chabân	**29 »**	
Ramdân	**30 »**	**Mois du jeûne.**
Chouâl	**29 »**	
Doû'l-Kada	**30 »**	
Doû'l-Hadja	**29 »**	**Le 10 de ce mois est le Aïd-el-Kebîr, c'est-à-dire la grande fête.**

Ce calendrier suppose que la révolution synodique de la Lune est de $29^{j},5$ juste, tandis qu'elle est en réalité de $29^{j},530589$. L'erreur, au bout de 30 ans, est de $9^{j},1767$. Depuis l'an 1171 de l'Hégyre (1757 après J. C.), les Turcs la corrigent en intercalant ces 9 jours dans une période de 30 ans. Ils font 9 fois en 30 ans le Doû 'l-Hadja de 30 jours au lieu de 29. Ces années-là ont 355 jours au lieu de 354. De la sorte, leurs dates restent d'accord avec les phases de la Lune. Cent de ces années valent à peu près 97 des nôtres. Le mois qui répond maintenant à l'été répondra à l'hiver au bout de 17 ans.

Cycle lunaire. — Examinons actuellement jusqu'à quel point il est possible d'accorder les saisons et les mois, la marche du Soleil avec celle de la Lune.

La longueur de l'année tropique est de 365^j,242217; celle du mois synodique est de 29^j,530589; leur rapport n'est pas simple; ce n'est point un nombre entier : 1 an vaut 12,368265 lunaisons. Pour établir la concordance désirée, il fallait donc recourir à une intercalation quelconque. C'est là ce qu'ont fait les Juifs, dont le calendrier présente des années de 353, 354, 355, 383, 384 et 385 jours *. La complication extraordinaire de leur intercalation tient aux nombreuses conditions qu'ils s'étaient imposées : par exemple, leur année ne doit jamais commencer un dimanche, ni un mercredi, ni un vendredi. Les Grecs ont suivi une marche plus simple. La période de leur intercalation est de 19 ans. Voici comment on a pu la trouver. Formez les multiples successifs des deux membres de l'équation ci-dessous :

$$1 \text{ an} = 12,368265 \text{ lunaisons},$$

en commençant par les plus simples, jusqu'à ce que vous ayez trouvé un nombre extrêmement peu différent d'un entier dans le second membre; vous obtiendrez, au 19e multiple,

$$19 \text{ ans} = 234,997035 \text{ lunaisons},$$

ou, à très-peu près, 235 lunaisons en 19 ans. Si on met en chaque année ordinaire 12 lunaisons, il en restera 7 au bout de 19 ans, qu'il faudra intercaler en faisant 7 années de 13 lunaisons, au lieu de 12. L'erreur ne s'élèverait qu'à 1 jour au bout de 2 siècles. Cette période de 19 années tropiques**, ramène évidemment les mêmes phases lunaires à peu près aux mêmes dates de l'année, absolument comme la période de 28 ans, dite cycle solaire, ramène aux mêmes dates les jours de

* Newton a dit : *Judæi usi non sunt vitioso cyclo.*

** Elle a été introduite en Grèce par Méton, qui la fit connaître aux Grecs pendant les solennités des jeux Olympiques. Les Athéniens, enchantés de pouvoir mettre enfin un peu d'ordre dans leur calendrier, firent inscrire en lettres d'or la règle de cette intercalation sur les portes du temple de Minerve; de là le nom de nombre d'or qui lui a été conservé.

la semaine*. On comprend toutefois la différence. Le cycle solaire basé sur des nombres entiers est exact; le cycle lunaire ne l'est pas, puisque 19 ans ne font pas rigoureusement 235 lunaisons. D'ailleurs, les inégalités du mouvement de la Lune étant négligées, ce cycle lunaire ne peut être jamais rigoureusement d'accord avec le ciel.

L'église a adopté le calendrier romain, basé exclusivement sur les mouvements du Soleil; mais afin de ne pas rompre la chaîne des traditions, elle a conservé l'usage de régler la célébration des fêtes principales sur les mouvements de la Lune. Ces fêtes ne pouvant dès lors répondre chaque année aux mêmes dates, portent le nom de fêtes mobiles; elles se règlent sur celle de Pâques. Quant à celle-ci, le concile de Nicée a décidé qu'elle serait célébrée le dimanche après la pleine Lune qui suit immédiatement le 20 mars. Le pape Grégoire XIII conserva cette prescription dans sa réforme du calendrier. Seulement, il fut entendu que la Lune qui règle les fêtes mobiles ne devait pas être déterminée, en toute rigueur, d'après les observations astronomiques (une telle pratique aurait pu introduire quelques divergences dans la chrétienté), mais d'après certaines règles fixes, posées une fois pour toutes, et construites de manière à maintenir une concordance très-suffisante entre la Lune ecclésiastique et la Lune réelle.

Il nous reste à donner une idée succincte des combinaisons ingénieuses sur lesquelles ces règles reposent.

Si on avait déterminé, par observation ou par calcul, toutes les phases de la Lune pendant 19 années consécutives, il est évident que ces phases se reproduiraient, dans le même ordre et *aux mêmes dates*, pendant les 19 années suivantes, et ainsi de suite, indéfiniment, pour chaque cycle de 19 ans (nous supposons ici que ce cycle est d'une exactitude rigoureuse). Il n'est même pas nécessaire de déterminer l'*âge de la Lune* pour chaque date des 19 premières années; il suffit de l'avoir fait pour une seule date de l'année initiale, et, par exemple, d'avoir déterminé à quel jour du mois de janvier la Lune a été nouvelle. Cela fait, il suffira d'ajouter 30^j à cette date pour retomber sur la nouvelle Lune suivante, puisque la durée de la

* Dans le calendrier julien.

lunaison est de 30^j environ; en procédant ainsi, on obtiendra successivement les dates des néoménies de toute l'année.

Quant aux phases intermédiaires, elles viendront naturellement se placer dans leur ordre, entre les dates assignées aux néoménies. A la vérité, le mois lunaire est de $29^j,5$ environ, et non de 30^j; mais, comme il est de règle d'éviter toute fraction dans ces calculs, on corrige l'erreur en prenant alternativement 29^j et 30^j.

Pour abréger ces calculs, on se sert de la méthode des *épactes* qui fournit les moyens de résoudre les deux problèmes suivants :

1° Trouver l'âge de la Lune au commencement d'une année quelconque; c'est là ce que l'on nomme l'*épacte* de cette année. Ce problème se résout à l'aide du cycle de 19 ans.

2° Étant donnée l'épacte de l'année, déterminer l'âge de la Lune pour un jour quelconque de cette année-là.

Nous venons de voir comment on résout ce second problème par l'addition successive de la période de $29^j\frac{1}{2}$. On y parvient plus aisément encore, sans calcul, à la simple inspection du calendrier perpétuel. Mais il n'entre point dans le but de ce traité de donner ici plus de détails sur ce sujet (voy. les notes).

CHAPITRE VI.

ÉCLIPSES.

A toutes les époques, ces phénomènes ont eu le privilége d'attirer l'attention générale. Rien de plus frappant que de voir le Soleil, source unique de lumière pour ce monde, s'éteindre peu à peu, disparaître en plein ciel sans cause apparente, et laisser succéder à l'éclat du jour des ténèbres livides. Les éclipses qui excitaient autrefois la terreur panique, produisent encore aujourd'hui une impression profonde sur tous les spectateurs; mais le sentiment désormais prédominant, c'est l'intérêt qui s'attache aux grands phénomènes naturels dont l'esprit humain a compris et expliqué les moindres détails, et qu'il a su faire

rentrer à jamais dans le cercle de ses prévisions. Quand on lit, dans les anciens auteurs, les récits des paniques causées par les éclipses, il semble que l'humanité encore jeune et conservant le vague souvenir d'effroyables catastrophes, redoutât, à chaque signe imprévu, de nouveaux bouleversements.

Ombre et pénombre de la Terre et de la Lune. — Quelques considérations, empruntées aux éléments de la géométrie, vont nous donner une idée nette de la forme et de l'étendue de l'ombre que la Terre et la Lune projettent dans l'espace, à l'opposite du Soleil, et nous permettre de déterminer *a priori* les circonstances caractéristiques des éclipses. Prenons l'écliptique pour plan de la figure 92; ce plan coupe le Soleil suivant le grand cercle dont le centre est S, et la Terre suivant le grand cercle dont le centre est T. Supposons de plus que ces deux cercles et leur tangente commune AT′ tournent autour de la ligne des centres ST. Les cercles engendreront les surfaces sphériques qui limitent le Soleil et la Terre, tandis que la tangente commune engendrera un cône circonscrit, dont le sommet sera quelque part en O sur la ligne des centres. Cela posé, il est évident que tout point situé à l'intérieur de ce cône, derrière la Terre, ne recevra aucune lumière du Soleil; c'est donc le cône d'ombre pure. Si on prolonge le cône au delà de son sommet, les points situés à l'intérieur de cette seconde nappe ne seront pas dans une obscurité complète, car, en menant par ces points des tangentes à la Terre, ces tangentes iront évidemment rencontrer le Soleil; ils recevront par conséquent des rayons émis d'une certaine partie de son disque. En s'éloignant du sommet O, dans le sens de l'axe ST, la partie du disque solaire que la Terre continue à intercepter va toujours en diminuant; l'ombre proprement dite est donc bornée à la première nappe du cône circonscrit à la Terre et au Soleil, tandis que la deuxième nappe détermine une sorte de demi-ombre ou de pénombre, laquelle diminue rapidement à mesure que l'on s'éloigne du sommet.

Il y a, autour de l'ombre pure, une seconde pénombre beaucoup plus importante à considérer, parce qu'elle est plus près de la Terre et qu'elle intervient dans les éclipses : celle-là est limitée par un second cône circonscrit, comme le premier, au Soleil et à la Terre, et dont le sommet tombe entre les centres

S et T. Il serait engendré par la tangente commune *ab*, tournant autour de ST. Tous les points tels que M, situés entre ces deux cônes, reçoivent de la lumière d'une portion d'autant moindre du disque du Soleil, qu'ils sont placés plus près de l'ombre pure. Il y a ainsi, dans cette pénombre, une dégradation de lumière que l'on a tenté de reproduire dans la figure 92.

Le cône d'ombre de la Lune est également accompagné d'une pénombre.

Eclipses de Lune. — Supposons maintenant que la Lune décrive dans l'écliptique même, son orbite LL' (fig. 92) dont la Terre occupe le centre ou plutôt le foyer, et qu'elle marche vers l'opposition qui aura lieu en L'. Elle pénétrera d'abord dans la pénombre, traversera le cône d'ombre pure et sortira enfin après avoir parcouru la pénombre opposée. La figure exagère considérablement l'étendue de cette double pénombre; elle suffit cependant pour donner une idée très-nette des phases que la Lune présentera successivement à l'observateur situé sur l'hémisphère terrestre opposé au Soleil. Plus la Lune s'approchera du cône d'ombre pure, plus sa lumière, qu'elle reçoit du Soleil, ira s'affaiblissant; mais l'éclipse proprement dite ne commencera qu'au moment où elle atteindra le cône T''OT'. L'éclipse sera totale quand le disque entier sera dans ce cône; le milieu de l'éclipse répondra à l'instant de l'opposition, lorsque la Lune se trouvera en L', et à partir de cet instant, la seconde moitié de l'éclipse reproduira, en ordre inverse, toutes les *phases* de la première moitié. On peut se servir ici du mot phase, car la Lune présente, dans une éclipse, une série de figures assez semblables à celles qu'elle prend dans le cours d'une lunaison; seulement la courbe de séparation d'ombre et de lumière (l'ombre portée par la Terre sur le disque de la Lune) est ici un arc de cercle et non une ellipse.

Eclipses de Soleil. — Lorsque la Lune avance vers la conjonction qui aura lieu en L, le cône d'ombre qu'elle projette peut atteindre la Terre, et produire une éclipse totale de Soleil sur toutes les régions que cette ombre parcourt. La pénombre qui enveloppe l'ombre pure passe aussi sur notre globe; c'est elle qui détermine les éclipses partielles.

Il s'agissait seulement d'établir, dans ce premier aperçu, les deux points suivants : 1° Les éclipses de Lune ont lieu vers l'op-

position, au moment où la Lune va être pleine; celles de Soleil ont lieu vers la conjonction, à l'époque de la néoménie ou nouvelle Lune; 2° Les éclipses de Soleil se produisent successivement pour les diverses régions de la Terre que l'ombre de la Lune parcourt; tandis que l'instant où se produit une éclipse de Lune est le même, non-seulement pour la Terre, mais encore pour un point quelconque de l'espace. Cette différence est importante; nous aurons occasion d'y revenir.

Les satellites de Jupiter et de Saturne donnent lieu aux mêmes phénomènes. Tantôt un satellite pénètre dans l'ombre de la planète et y est éclipsé; tantôt il passe entre le Soleil et la planète, et alors on voit son ombre, sous forme d'une petite tache noire et circulaire, traverser le disque brillant de la planète *. Ici encore le moment où le satellite est éclipsé est le même pour tous les points de l'univers d'où le phénomène peut être vu. Ce moment est une sorte de signal céleste dont on a tiré parti, comme nous le verrons, pour la détermination des longitudes géographiques.

Longueur du cône d'ombre pure de la Terre. — Pour qu'une éclipse totale de Lune puisse avoir lieu, il faut encore que le cône d'ombre pure de la Terre s'étende par delà l'orbite lunaire, et que son diamètre en cet endroit soit plus grand que celui de la Lune. De même, pour qu'il y ait éclipse totale de Soleil, il faut que le cône d'ombre lunaire atteigne la surface de la Terre. Déterminons donc les dimensions de ces cônes. Dans la figure 93, analogue à la précédente, menons les deux rayons SA et TB, ou R et r, aux points de contact A et B; représentons par a la distance moyenne du Soleil à la Terre, et par x la longueur du cône d'ombre comptée à partir du centre T. Les triangles semblables SAO, TBO donneront la proportion :

$$\frac{R}{r} = \frac{x+a}{x} \quad \text{d'où} \quad x = a \cdot \frac{r}{R-r}$$

En prenant r pour unité, nous avons vu que $a = 24068$ et $R = 112$. Ainsi $x = 24068 \times \frac{1}{112-1} = 217$ rayons terrestres.

* Ces phénomènes sont autant de preuves que les planètes et leurs lunes ne sont point lumineuses par elles-mêmes, et qu'elles ne brillent que de la lumière solaire dont leurs surfaces réfléchissent les rayons.

La distance moyenne de la Lune à la Terre est seulement de 60 rayons terrestres; ainsi le cône d'ombre s'étend bien au delà de l'orbite de la Lune. Nous verrons tout à l'heure que la section du cône d'ombre, à la distance où se meut la Lune, est bien plus grande que le disque de cet astre : les éclipses totales de Lune sont donc possibles.

Longueur du cône d'ombre pure de la Lune. — De même, la longueur de l'ombre lunaire, comptée à partir du centre, sera $a' \frac{r'}{R - r'}$, en appelant r' le rayon de la Lune et a' sa distance au Soleil. On a vu, page 244, que $r' = 0{,}2719.\, r$, ou simplement $r' = 0{,}2719$ puisque nous prenons r pour unité. Quant à a', c'est une quantité variable entre certaines limites faciles à déterminer. a' étant la différence entre la distance de la Terre au Soleil et celle de la Terre à la Lune, il est le plus grand possible quand la Terre est aphélie et la Lune périgée; il est le plus petit possible quand la Terre est périhélie et la Lune apogée. Les variations de a', ou de la distance de la Lune au Soleil, vers la conjonction, dépendent en effet des excentricités respectives des orbites terrestre et lunaire.

Or la distance de la Terre au Soleil est* { à l'aphélie 24472, au périhélie 23664.

Celle de la Lune à la Terre est. . . . { au périgée 57,0, à l'apogée 63,6.

Donc a' est compris entre les limites . . . . { 24415, 23600.

La longueur $a' \frac{r'}{R - r'}$ du cône d'ombre lunaire variera donc entre les limites. . . . . { 59,0, 57,0.

* Soit e l'excentricité de l'orbite terrestre dont le demi-grand axe est pris pour unité; on sait (p. 175) que la distance périhélie est $1 - e$, et la distance aphélie $1 + e$. Si on prend pour unité le rayon r de la Terre, le demi-grand axe sera 24068, et les deux distances périhélie et aphélie seront $24068\,(1 - e)$ et $24068\,(1 + e)$. On sait d'ailleurs que $e = 0{,}016775$; en effectuant le calcul, on trouvera les distances maximum et minimum de la Terre au Soleil.

De même pour la Lune; soit e' l'excentricité de son orbite, dont le demi-grand axe est pris pour unité : les distances périgée et apogée de notre satellite seront $1 - e'$ et $1 + e'$; mais si on prend r pour unité, elles seront $60{,}31\,(1 - e')$ et $60{,}31\,(1 + e')$. Ici $e' = 0{,}0548$. Rien de plus simple que ces petits calculs.

La distance du centre de la Lune au point le plus voisin sur la surface terrestre est tantôt de 57,0 — 1, tantôt de 63,6 — 1; ainsi elle varie entre. . . . . $\left\{ \begin{array}{l} 62,6 \\ 56,0 \end{array} \right.$

Eclipses totales et annulaires de Soleil. — En comparant les deux derniers nombres aux deux précédents, on voit que si la distance de la Lune à la surface de la Terre est 62,6, le cône d'ombre de la Lune ne pourra l'atteindre; que si cette distance est réduite à 56,0, le cône d'ombre lunaire est assez long pour rencontrer la Terre sur son passage. De là deux genres d'éclipses de Soleil, les totales et les annulaires. Dans les premières, les points de la Terre qui se trouvent situés quelques moments dans l'intérieur du cône d'ombre cessent de voir le Soleil; la Lune le masque complétement. Dans les deuxièmes, les points situés dans l'intérieur du cône d'ombre, prolongé par sa seconde nappe, voient le Soleil déborder le disque noir de la Lune et paraître quelques moments sous forme d'un anneau extrêmement étroit. La figure 94 n'a pas besoin d'autres explications pour donner une idée de ce genre d'éclipse *.

Enfin les éclipses totales ou annulaires sont *centrales* pour les points situés juste sur le prolongement de la ligne qui joint le centre de la Lune à celui du Soleil.

Ajoutons que le cône d'ombre pure de la Lune est accompagné, comme celui de la Terre, d'une pénombre limitée par le second cône circonscrit au Soleil et à la Lune. Tous les points situés dans cette pénombre voient une éclipse partielle de Soleil. Pour ces points-là, le Soleil paraît échancré par le disque lunaire; l'échancrure est d'autant plus profonde que la station considérée est plus voisine de l'ombre pure. Il est bien inutile de dire que les éclipses totales ou annulaires de Soleil commencent et finissent toujours, en chaque lieu, par être partielles.

Influence, sur les éclipses, de l'inclinaison de l'orbite lunaire sur l'écliptique. — Nous avons supposé que la Lune se meut dans l'écliptique; s'il en était ainsi, les éclipses de Lune reviendraient à chaque opposition et celles de Soleil à chaque

* La largeur de l'anneau lumineux qui déborde le disque noir de la Lune est très-exagérée sur la figure.

conjonction *. Mais le plan de l'orbite lunaire fait un angle de 5° avec le plan de l'écliptique, en sorte qu'au moment de l'opposition ou de la conjonction, la Lune peut se trouver au-dessous ou au-dessus du plan de l'écliptique, et tout à fait en dehors du cône d'ombre de la Terre. Il faut donc encore, pour qu'il y ait éclipse, que la Lune se trouve dans le plan de l'écliptique ** ou tout près de ce plan, lorsque l'époque de la conjonction ou de l'opposition est arrivée. De là de nouvelles conditions de possibilité pour les éclipses.

Dans la figure 92, nous avions pris le plan de l'écliptique pour plan de la figure. Imaginons un second plan passant par ST et perpendiculaire au plan de l'écliptique; ce sera un de ces plans dans lesquels on mesure les latitudes, c'est-à-dire les distances angulaires des astres au plan de l'écliptique. Tous les points d'un pareil plan ont même longitude, ou des longitudes différentes de 180°, suivant qu'ils sont placés d'un côté ou de l'autre de la Terre. Quelle que soit l'inclinaison de l'orbite lunaire, ce seront les retours de la Lune par un pareil plan qui détermineront les conjonctions ou les oppositions avec le Soleil (p. 259). Ce plan coupera le Soleil, la Terre, et le cône circonscrit suivant une section représentée par la figure 93. Si la Lune vient à passer dans ce plan en L' (fig. 93), à l'opposition, ou en L, à la conjonction, elle pourra se trouver au-dessus ou au-dessous de l'écliptique, qui est représentée ici par sa trace STO sur le plan de la figure. La latitude de la Lune est l'angle LTS ou L'TO que son rayon vecteur LT ou L'T fait avec sa propre projection sur l'écliptique STO. On voit que l'éclipse dépend de la grandeur de cette latitude. Si cet angle est grand,

* Il en est ainsi pour les trois premiers satellites de Jupiter, à cause de la faible inclinaison de leurs orbites sur le plan où se meut la planète principale. Chaque fois qu'ils passent entre la planète et le Soleil, on voit leur ombre se dessiner sur le disque de Jupiter et produire une éclipse de Soleil. Chaque fois qu'ils se trouvent en opposition, ils traversent le cône d'ombre que la planète projette derrière elle et sont éclipsés. L'orbite du quatrième satellite étant plus inclinée sur celle de Jupiter, il peut, comme notre Lune, se trouver en opposition sans être éclipsé, ou en conjonction sans produire d'éclipse.

** On voit ici l'origine de ce nom d'*écliptique* donné au plan de l'orbite terrestre.

la Lune passera au-dessus ou au-dessous du cône circonscrit *. S'il est tel que la Lune soit seulement tangente extérieurement au cône, l'éclipse commencera, mais elle ne sera pas sensible. Cet angle LTS est donc la limite que la latitude de la Lune ne doit pas dépasser pour qu'il y ait éclipse de Soleil; l'angle L'TO est pareillement la limite relative aux éclipses de Lune.

Limites des éclipses. — Cherchons la valeur de ces deux angles, qui jouent un grand rôle dans la théorie des éclipses. D'abord, tous les angles de la figure 93 ont une signification facile à reconnaître. Menons la ligne AT; ATS est l'angle sous lequel le rayon du Soleil est vu de la Terre; c'est la moitié du diamètre angulaire D du Soleil. TAB est l'angle sous lequel le rayon TB de la Terre est vu du Soleil; c'est la parallaxe P du Soleil. LTl est le demi-diamètre angulaire de la Lune vue de la Terre, ou $\frac{1}{2}d$. TlB ou son égal Tl'B est l'angle sous lequel on voit, de la Lune, le rayon terrestre; c'est donc la parallaxe Π de la Lune. AOT est l'angle du cône d'ombre $=$ O.

L'angle ATS, extérieur au triangle ATO, est égal à la somme de TAO et de AOT, d'où $O = \frac{1}{2}D - P$. Quant à

$$L'TO = L'Tl' + l'TO = L'Tl' + Tl'B - O,$$

son expression devient, en mettant pour O sa valeur:

$$L'TO = \tfrac{1}{2}d + \Pi - \tfrac{1}{2}D + P.$$

De même $LTS = LTl + lTS = LTl + TlO + lOT$; d'où on déduit, en substituant à LOT ou à O sa valeur:

$$LTS = \tfrac{1}{2}d + \Pi + \tfrac{1}{2}D - P^{**}.$$

On calculera ces angles en remplaçant les symboles Π, P, $\frac{1}{2}d$, $\frac{1}{2}$D, par leurs valeurs déjà connues. P est 8",57 seulement; on peut le négliger sans inconvénient. D=32' et $\frac{1}{2}$D=16' à la distance moyenne de la Terre au Soleil. A cause de l'excentricité

* La Lune est censée se mouvoir dans un plan perpendiculaire à celui du dessin; elle ne fait que traverser ce dernier.

** On comprend facilement que les angles sous lesquels on voit, de la Terre, la section $l'\lambda'$ et la section λ du cône circonscrit (régions où s'opèrent les éclipses) sont doubles des angles lTS et l'TO. Ils sont respectivement égaux à $\Pi - O$ et à $\Pi + O$, ou à $\Pi - \frac{1}{2}D + P$ et à $\Pi + \frac{1}{2}D - P$.

$e = 0{,}016775$ de l'orbite terrestre, ce demi-diamètre varie entre $16'(1-e)$ et $16'(1+e)$, ou entre $15',7$ et $16',3$. Pour le demi-diamètre angulaire de la Lune, on a $d = 31'$, d'où $\frac{1}{2}d = 15'\,30''$ ou $15',5$; il peut varier aussi, à cause de l'excentricité $e' = 0{,}0548$ de l'ellipse lunaire, entre $15',5\,(1-e')$ et $15',5\,(1+e')$, c'est-à-dire entre $14',6$ et $16',4$. De même, Π, parallaxe horizontale de la Lune, ou demi-diamètre de la Terre vu de la Lune, est compris entre $\Pi(1-e')$ et $\Pi(1+e')$, ou entre $52',2$ et $60',8$. Pour tenir compte des variations possibles, il faudra substituer, dans les expressions des angles L'TO et LTS, tantôt les valeurs maxima, tantôt les valeurs minima des angles Π, $\frac{1}{2}d$, $\frac{1}{2}D$, et on trouvera que l'angle limite des éclipses de Lune est compris entre $52'$ et $61'$, de même que l'angle limite des éclipses de Soleil peut varier entre $84'$ et $93'$.

Voici enfin le sens qu'il faut attacher à ces nombres.

Lorsque la latitude de la Lune, au moment de l'opposition, est

$$\left.\begin{matrix}\text{plus petite que } 52'\\ \text{plus grande que } 61'\end{matrix}\right\}\text{ l'éclipse de Lune est }\left\{\begin{matrix}\text{sûre,}\\ \text{impossible *.}\end{matrix}\right.$$

Lorsque la latitude de la Lune, au moment de la conjonction, est

$$\left.\begin{matrix}\text{plus petite que } 84'\\ \text{plus grande que } 93'\end{matrix}\right\}\text{ l'éclipse de Soleil est }\left\{\begin{matrix}\text{sûre,}\\ \text{impossible.}\end{matrix}\right.$$

Évidemment les éclipses de Soleil arrivent plus facilement que les éclipses de Lune, puisque les limites sont plus larges pour les premières. Le rapport de leurs fréquences respectives doit être celui de 93 à 61, ou à peu près de 41 à 29. Or on sait depuis bien longtemps que, dans une période de 18 ans, on voit environ 70 éclipses, dont 41 de Soleil et 29 de Lune. L'observation justifie donc les conclusions précédentes. On pouvait d'ailleurs le pressentir, en voyant que la région du cône $(l\lambda)$ circonscrit, où la Lune doit pénétrer pour éclipser le Soleil, a une section plus grande que celle $(l'\lambda')$ où se produisent les éclipses de Lune.

* Entre ces deux limites il n'est pas sûr qu'il y ait éclipse. Quand la latitude de la Lune s'y trouve comprise, au moment d'une conjonction ou d'une opposition, il faut faire un calcul plus détaillé pour savoir s'il y aura, ou non, une éclipse.

CHAPITRE VII.

RETOURS PÉRIODIQUES DES ÉCLIPSES.

Les éclipses ne peuvent arriver, comme on vient de le voir, si la Lune ne se trouve très-près de l'écliptique; comme elle se meut dans un autre plan, il s'ensuit qu'elle doit se trouver alors sur leur intersection, ou du moins très-près de cette intersection, à laquelle on donne le nom de ligne des nœuds (p. 247). Il faut encore que cette ligne des nœuds soit à très-peu près dirigée vers le Soleil, autrement il ne peut y avoir d'éclipse. Tout dépend donc de sa position. Supposons d'abord que la ligne des nœuds soit immobile, et voyons ce qui se passera dans deux lunaisons successives. La figure 95 représente en perspective le plan TT'T''... de l'orbite terrestre dont le Soleil occupe le foyer S. Le plan de l'orbite lunaire, incliné de 5° sur l'écliptique, est représenté ici par une petite ellipse dont le plan suit la Terre dans ses mouvements, tout en restant constamment parallèle à lui-même, car nous admettons que son intersection avec l'écliptique ne change point de direction (c'est ce qui aurait lieu si les attractions inégales que le Soleil exerce sur la Terre et son satellite, ne venaient pas déplacer à chaque instant l'orbite de celui-ci). Si, au moment où la Terre est en T, la ligne des nœuds de l'orbite lunaire passe par le Soleil, et que la Lune se trouve en même temps en opposition en L (c'est ici le nœud ascendant), il y aura éclipse de Lune. Un mois après, plus exactement $29^j\frac{1}{2}$ après, la Lune se trouvera encore en opposition. Mais, dans l'intervalle, la Terre sera venue en T'; le plan de l'orbite lunaire aura suivi la Terre sans changer de direction dans l'espace, et la ligne des nœuds se sera transportée en T'K parallèle à TL. On voit que la ligne ST' ne coïncidera plus, comme tout à l'heure, avec la ligne des nœuds : l'angle de ces deux droites sera de 30° environ comme TST'. La Lune étant revenue en opposition en L', se trouvera bien avec la Terre et le Soleil dans un même plan STL' perpendiculaire au plan de l'écliptique ; mais elle n'aura pas encore atteint ce dernier plan en K; elle aura pour latitude l'angle L'T'l qui la fera sortir des limites où

l'éclipse de Lune est possible. A plus forte raison en sera-t-il de même à l'opposition suivante. Au bout de 3 mois environ, la Terre se trouvera en T″; il est facile de voir qu'alors aucune conjonction, aucune opposition ne pourront amener d'éclipse, car la ligne des nœuds se trouve aussi éloignée que possible de passer par le Soleil. Ce n'est qu'au bout de 6 mois environ, lorsque la Terre sera en T‴, que la ligne des nœuds passera de nouveau par le Soleil, et que les éclipses redeviendront possibles.

Ainsi, dans l'hypothèse où nous raisonnons, les éclipses se reproduiraient seulement dans les positions T et T‴ que la Terre occupe à 6 mois d'intervalle. A cause des limites entre lesquelles la latitude de la Lune peut varier, sans que les éclipses cessent d'être possibles, on voit que si en T il y a eu une éclipse totale de Lune à l'opposition, il pourra y avoir une éclipse de Soleil à la conjonction suivante, lorsque la Terre occupe une position intermédiaire entre T et T′. Par suite, l'éclipse de Lune (en T) aura pu être précédée d'une éclipse de Soleil vers la conjonction antérieure. Les mêmes phénomènes *pourront* se reproduire encore à 6 mois d'intervalle, lorsque la Terre sera venue en T″. Dans cette année-là, il y aurait donc 6 éclipses, 4 de Lune et 2 de Soleil. Dans d'autres années, la Terre étant encore en T, la Lune pourra être fort éloignée de l'opposition; il n'y aura point d'éclipse, non plus qu'en T‴; ce serait une année sans éclipse.

Rétrogradation des nœuds de l'orbite lunaire. — Les choses sont loin de se passer comme nous venons de le dire; pour que le plan de l'orbite lunaire restât constamment parallèle à lui-même, il faudrait que les attractions que le Soleil exerce sur la Lune et la Terre fussent constamment égales et dirigées dans le même sens. Il n'en peut être ainsi, puisque la distance de la Lune au Soleil est tantôt plus grande, tantôt plus petite (de 60.*r*) que celle de la Terre au Soleil, et que la Lune se meut dans un plan différent de l'écliptique, dans un plan qui forme avec lui un angle de 5°. L'action solaire tend donc à modifier sans cesse l'orbite que la Lune décrit. Mais, par une combinaison de forces semblable à celle qui produit le déplacement de l'équateur terrestre, l'orbite lunaire se déplace en conservant son inclinaison sur l'écliptique; ses nœuds rétrogradent et son incli-

naison sur l'écliptique ne varie point. Ce phénomène est théoriquement et géométriquement analogue à celui de la rétrogradation des points équinoxiaux, sauf la différence de vitesse. De même que l'axe de l'équateur (la ligne des pôles) tourne coniquement en 26000 ans autour de l'axe de l'écliptique, de même l'axe de l'orbite lunaire tourne coniquement, mais en 18 ans, autour de la même droite. Les conséquences sont identiques : la ligne des équinoxes et la ligne des nœuds de la Lune parcourent l'écliptique en rétrogradant, l'une à raison de 50",2 par année, l'autre à raison de 3' par jour. L'analogie des deux phénomènes est tellement intime, que c'est par l'explication du mouvement des nœuds de la Lune que Newton a été conduit à celle du mouvement des nœuds de l'équateur terrestre.

Voyons donc quel rôle cette rétrogradation des nœuds de l'orbite lunaire joue dans la théorie des éclipses. Mais afin de simplifier la figure et l'explication, nous raisonnerons, cette fois, dans l'hypothèse de l'immobilité de la Terre, et nous ferons tourner en un an le soleil S autour du point T (fig. 96). Rien ne sera changé quant à l'objet dont il s'agit : on s'en assurera bien facilement en répétant, sur la figure précédente, ce que nous allons dire sur la figure 96.

Révolution synodique des nœuds. — La ligne des nœuds KTK' (fig. 96), où K désigne le nœud ascendant, tourne lentement autour du point T; elle fait une révolution entière en 18 ans $218^j\ 21^h = 6793^j,25$, et cela en sens rétrograde, en sens inverse du mouvement du Soleil, qui est ici désigné par une flèche. Ainsi, en partant de la position S, où il se trouvait sur le prolongement de la ligne des nœuds, le Soleil rencontrera de nouveau cette ligne des nœuds en *s*, avant l'année révolue, c'est-à-dire avant d'être revenu au point S. La ligne des nœuds aura marché à sa rencontre en décrivant l'angle KTK'. Le temps qui s'écoule entre deux retours successifs du Soleil au même nœud, ne sera donc pas $365^j\ \frac{1}{4}$, mais un temps moindre que l'on nomme *révolution synodique du nœud*. Ce temps se déterminera comme la révolution synodique de la Lune, par la formule $\frac{360^{\circ}}{V-V'}$, où V et V' désigneront les vitesses angulaires de chaque mobile, du Soleil et du nœud. Seulement V' doit être ici compté en sens inverse, puisque ces deux mobiles vont en sens opposés, et la formule doit être

écrite ainsi : $\frac{360^\circ}{V+V'}$; or $V = 59' 8'',19$; quant à V', vitesse angulaire diurne du nœud, il est égal à

$$\frac{360^\circ}{6793,25} = \frac{1296000''}{6793,25} = 3' 10'',78 ;$$

$$\text{ainsi } V + V' = 62' 18'',97 = 3738'',97.$$

La révolution synodique du nœud aura donc pour durée : $\frac{1296000}{3738,97} = 346^j,6195$.

Période des éclipses. — Il est facile maintenant de trouver la période des éclipses; c'est-à-dire le temps au bout duquel les éclipses se reproduisent dans le même ordre. On conçoit, en effet, que les éclipses dépendant uniquement de la position relative de ces trois mobiles : Soleil, Lune, nœud, et ces mobiles décrivant tous les trois des courbes fermées autour d'un même centre, leurs rencontres trois à trois se feront périodiquement, aussi bien que leurs rencontres deux à deux. Voici comment les anciens ont résolu ce problème. Le rapport des révolutions synodiques du nœud et de la Lune est $\frac{346,6195}{29,5306} = 11,737778$; ainsi une révolution synodique du nœud vaut 11,737778 révolutions synodiques de la Lune ou lunaisons. Formons les multiples successifs de ce nombre, en commençant par les plus simples, jusqu'à ce que nous en ayons obtenu un qui diffère très-peu d'un entier : nous trouverons, au 19ᵉ multiple, le nombre 223,018. En négligeant la petite fraction, on peut donc dire que 19 révolutions synodiques du nœud valent 223 lunaisons, ou qu'au bout de $19 \times 346^j,6195 = 6585^j,77 = 18$ ans et 11 jours, le Soleil, la Lune et le nœud seront revenus à la même position relative; par suite, les éclipses se reproduiront dans le même ordre et à peu près avec les mêmes caractères dans la période suivante de 18 ans 11 jours.

Si donc on a noté toutes les éclipses d'une période de 18 ans 11 jours, on sera en état de prédire les éclipses pour les périodes suivantes. C'est ainsi que Halley prédit l'éclipse du 2 juillet 1684 (vieux style) au moyen de celle qu'on avait observée le 22 juin 1666. C'est ainsi sans doute que Thalès put prédire la

fameuse éclipse de l'an 603 avant J. C., qui a mis fin à la longue guerre des Mèdes et des Perses, en jetant la terreur dans les deux armées. Cette période est d'origine chaldéenne; les Chaldéens observaient et notaient les éclipses avec soin; il leur a suffi de continuer ce travail pendant une longue série d'années, pour reconnaître les retours réguliers de ces phénomènes et y démêler la durée de leur période. Les annales chinoises, qui nous ont été conservées, montrent bien que telle a été en effet la marche suivie par les anciens.

Il est facile de trouver d'autres périodes un peu plus exactes que la période chaldéenne, par exemple celle de 549 révolutions du nœud, qui valent à très-peu près 6444 lunaisons. Mais ces périodes sont tombées en désuétude, depuis que la découverte des lois mécaniques qui régissent les mouvements célestes a permis de supprimer tout empirisme dans la construction des Tables astronomiques. Aujourd'hui on peut prédire les éclipses dans tous leurs détails, à quelques secondes de temps près, tandis que les anciens ne se hasardaient guère à désigner le jour du phénomène, et moins encore le lieu, quand il s'agissait des éclipses de Soleil. On voit d'ailleurs que ces périodes reposent exclusivement sur l'hypothèse de mouvements uniformes pour la Lune et le Soleil; elles ne tiennent pas compte des inégalités très-considérables qui affectent le mouvement réel de la Lune, et par suite les époques des éclipses.

CHAPITRE VIII.

QUELQUES DÉTAILS SUR LES ÉCLIPSES.

Fréquence relative des éclipses de Lune et de Soleil. — La période chaldéenne de 18 ans 11 jours contient environ 70 éclipses, savoir : 41 éclipses de Soleil et 29 de Lune. Ainsi les premières sont beaucoup plus fréquentes que les secondes. Cependant, lorsque l'on compte celles qui sont visibles, non pas sur toute la Terre, mais *en un lieu donné*, à Paris, par exemple, on trouve trois fois plus d'éclipses de Lune que d'é-

clipses de Soleil. Cela tient évidemment à ce que les premières sont visibles de tous les points de l'hémisphère terrestre qui fait face à notre satellite; tandis que les secondes sont visibles, en général, pour une partie seulement de l'hémisphère tourné vers le Soleil. La pénombre lunaire est assez large, il est vrai, pour englober la Terre tout entière, mais elle ne passe ordinairement que sur une partie plus ou moins restreinte de sa surface.

Dans une même année, il peut arriver jusqu'à 7 éclipses (pour toute la Terre et non pour un lieu déterminé); il n'y en a jamais moins de 2; en moyenne, il y en a 4. S'il s'agit d'éclipses visibles en un lieu déterminé, on ne trouve guère qu'une éclipse de Soleil pour 2 ans, et seulement une éclipse totale en 2 siècles. Il ne faut pas croire cependant que ce dernier phénomène soit rare *pour toute la Terre*, car il s'en présente 12 dans le siècle actuel; mais, pour les voir, il faut aller aux lieux où ils sont visibles, dans les régions que balaye le cône d'ombre pure de la Lune.

Éclipses de Lune. — Lorsque la Lune pénètre dans la pénombre de la Terre, sa lumière s'affaiblit peu à peu, mais d'une manière peu sensible; on ne s'en aperçoit guère que par la teinte un peu plus obscure des taches, c'est-à-dire des grands espaces grisâtres qu'on appelait autrefois les mers de la Lune. Quand la Lune atteint l'ombre pure, l'éclipse se manifeste et la partie interceptée du cône d'ombre terrestre se dessine circulairement* sur son disque. Toutefois la pénombre qui entoure l'ombre pure nuit à la netteté de ce contour. Il y a là une dégradation plus ou moins rapide de teinte qui ne permet point de saisir nettement les progrès de l'éclipse et l'immersion des points remarquables de la Lune dans le cône d'ombre. Ces phénomènes ne s'observent qu'à 1 ou $\frac{1}{2}$ minute près. Lorsque l'éclipse est totale, et que la Lune est entièrement plongée dans l'ombre pure de la Terre, elle ne disparaît pas toujours; souvent elle reste visible, grâce à la faible lueur que lui apportent les rayons solaires réfractés par l'atmosphère terrestre. Notre atmosphère joue ici le rôle d'une immense lentille qui concentre derrière elle les rayons du Soleil et les fait pénétrer

* Cette circularité a été signalée par les anciens comme une preuve de la rondeur de la Terre.

dans le cône d'ombre. L'effet de cette réfraction atmosphérique serait même très-considérable, si l'air n'affaiblissait les rayons déviés par son incomplète transparence. Ce phénomène peut être soumis au calcul, comme nous le verrons à propos des occultations d'étoiles ; la seule particularité digne d'intérêt est la coloration particulière des rayons qui pénètrent ainsi dans le cône d'ombre, et qui viennent teindre d'une couleur rougeâtre le disque éclipsé de la Lune. C'est la couleur de l'aurore ou des couchers du Soleil ; elle provient surtout de ce que les masses d'air humides des couches les plus voisines du sol possèdent la propriété d'éteindre et d'absorber plus particulièrement les rayons de la nuance complémentaire du rouge.

Le maximum de durée d'une éclipse totale de Lune est égal au temps que notre satellite emploie à parcourir la ligne LL' (fig. 97), c'est-à-dire le diamètre du cône d'ombre moins le diamètre du disque de la Lune. Vu du centre de la Terre (fig. 93), le diamètre de la section du cône d'ombre traversée par la Lune sous-tend l'angle

$$l'\mathrm{T}\lambda' = 2l'\mathrm{TQ} = 2(\pi - \tfrac{1}{2}\mathrm{D} + \mathrm{P}), \quad \text{ou} \quad 2\pi - \mathrm{D},$$

si on néglige P. L'espace angulaire que la Lune doit parcourir, pendant la durée de l'éclipse totale, est donc $2\pi - \mathrm{D} - d$. Cet angle ne peut dépasser 57'. Or la Lune décrit ces 57' en vertu de l'excès de sa vitesse angulaire sur celle du cône d'ombre (ou de la Terre elle-même), c'est-à-dire avec la vitesse de son mouvement synodique ; on aura donc la durée x de l'éclipse totale, par la proportion

$$\frac{360^\circ}{57'} = \frac{29^j,53}{x} = \frac{21600'}{57}; \quad \text{d'où} \quad x = 0^j,078 = 1^h 52^m.$$

Quant à la durée de l'éclipse prise avec toutes ses phases, elle serait donnée par le temps que la Lune met à décrire l'angle $2\pi - \mathrm{D} + d = 123'$ au maximum. Cette durée est de 4 heures environ.

Éclipses totales de Soleil. — On trouvera de la même manière la durée d'une éclipse de Soleil, pour le cas le plus facile à traiter, celui qui est indiqué dans la première figure (fig. 92). Il suffit de se placer idéalement hors de la Terre et de regarder de là la marche de l'ombre et de la pénombre lunaire sur le

globe terrestre. Cependant il est une circonstance particulière aux éclipses de Soleil qui influe notablement sur ce phénomène, quand il s'agit non de la Terre en général, mais d'un lieu en particulier. Si on calcule pour toute la Terre, on peut faire abstraction de son mouvement diurne de rotation; s'il s'agit au contraire de déterminer les diverses phases de l'éclipse pour un lieu particulier, il faut nécessairement en tenir compte. Supposons, par exemple S, L et T immobiles (fig. 94). L'ombre de la Lune portera en *l*, et y restera immobile. Ce serait, pour cet endroit du globe, une éclipse perpétuelle du Soleil (au zénith). Rendons à la Terre seule son mouvement de rotation diurne. Tous les points de sa surface qui sont situés sur le même parallèle que le point *l*, c'est-à-dire qui ont même latitude géographique, passeront successivement en *l* et auront à leur tour l'éclipse totale. Pour ses points, la durée de l'éclipse dépendra uniquement de la vitesse de rotation du globe terrestre. Mettons maintenant la Lune en mouvement dans son orbite; le cône d'ombre la suivra et balayera, comme nous avons dit, la surface du globe; mais, pour les différents points de sa surface, les phases de l'éclipse seront déterminées par la résultante du mouvement de translation de l'ombre combiné avec le mouvement de rotation de la Terre. Rien de plus curieux que de suivre la marche de l'ombre et de la pénombre sur une de ces cartes géographiques (fig. 98) où les astronomes consignent les résultats de leurs calculs sur une éclipse de Soleil.

Afin de la bien comprendre, il faut d'abord jeter les yeux sur la figure 99, où (1) représente le premier contact, en *a*, de la pénombre lunaire avec la Terre. En ce point, la génératrice du cône de la pénombre est tangente à la fois au Soleil, à la Lune et à la Terre. L'éclipse commence par ce point, qui est nécessairement situé à la limite du jour et de la nuit sur la Terre. Donc, en ce point, l'éclipse commence au lever du Soleil. Mais la Terre tourne dans le sens de la flèche, de l'ouest à l'est; le point *a* quitte donc la limite du jour et de la nuit pour entrer dans la partie éclairée directement par le Soleil.

(2) représente le contact de la deuxième génératrice extrême du cône de la pénombre. Ce contact ne se fait plus au point *a*, parce que le point *a* (une ville, par exemple) aura marché vers l'est en vertu de la rotation de la Terre, mais en un point *b*,

situé à l'occident du premier, qui sera venu remplacer le point *a* vers la limite du jour et de la nuit. Pour ce point *b*, l'éclipse finit au moment où le Soleil se lève; le point *b* est, en d'autres termes, à la limite des pays qui ne verront rien du phénomène. Quant au premier point *a*, il se trouve maintenant atteint par l'ombre pure et a une éclipse totale.

(3) indique la phase opposée à celle de (1). L'éclipse finit en *m* par le dernier contact du globe avec le cône de la pénombre; là l'éclipse finit en même temps que le Soleil se couche, car *m* est sur la limite du jour et de la nuit, et, dans un instant, le Soleil va disparaître pour *m* qui avance de plus en plus dans la partie non éclairée de notre globe.

On a marqué sur la figure 98 la ligne des points où l'éclipse commence ou finit au lever et au coucher du Soleil, points où les génératrices du cône de la pénombre viennent tour à tour toucher le globe terrestre. Cette ligne forme une espèce de 8 recourbé dont le point multiple mérite quelque attention. C'est, dans la figure, le lieu où le Soleil ne fait qu'apparaître un instant sur l'horizon, le jour de l'éclipse.

La ligne des lieux où l'éclipse est totale est marquée par un trait fort sur la carte. C'est en quelque sorte la trace de l'ombre pure de la Lune sur la surface de la Terre. Tous les points situés dans l'épaisseur de ce trait ont eu éclipse totale et pour ceux qui sont juste au milieu de l'épaisseur du trait, l'éclipse a été centrale. Hors de cette bande noire, l'éclipse a été partielle et d'autant moins marquée qu'on s'éloigne davantage de la trace de l'ombre pure. En fait d'éclipses, les astronomes divisent ordinairement le diamètre du disque solaire en 12 parties égales qu'ils nomment *doigts*, et ils disent une éclipse de 9 doigts, par exemple, pour indiquer une éclipse partielle de Soleil où la Lune a caché, au maximum, 9 doigts ou $\frac{9}{12}$ du diamètre solaire. La carte géographique de l'éclipse (fig. 98) indique les lieux où l'éclipse a été de 9 doigts, de 6 doigts, de 3 doigts, ceux enfin où elle s'est réduite à un simple contact extérieur. Là il n'y a pas d'éclipse proprement dite, et toutes les régions extérieures à cette ligne restent étrangères au phénomène.

Phénomènes physiques des éclipses de Soleil. — Pour ce qui nous reste à dire, plaçons-nous sur le parcours de l'ombre

pure, en un des points où l'éclipse est totale et même centrale. L'éclipse commence; le bord occidental * du Soleil paraît entamé par la Lune; celle-ci avance de plus en plus sur le disque qu'elle échancre et où elle se projette en noir. La clarté du jour diminue peu à peu; les objets environnants prennent une teinte blafarde; mais tant que le Soleil n'est pas entièrement masqué, il fait encore jour. Enfin le Soleil, réduit à un croissant extrêmement mince, disparaît, et aussitôt les ténèbres succèdent au jour. Les étoiles et les planètes, auparavant effacées par l'éclat du Soleil, deviennent visibles. La température a baissé comme la lumière; une brusque impression de froid se fait sentir, et bientôt une rosée abondante viendra prouver que tous les corps de la surface ont participé à l'abaissement de la température. Les plantes sensibles à l'action de la lumière se replient, comme pendant la nuit; les animaux éprouvent de l'effroi; les hommes eux-mêmes ne peuvent se soustraire à un sentiment pénible qui rappelle et explique la terreur profonde que ces phénomènes grandioses ont inspirée autrefois. Cependant la nuit n'est pas complète. Il se forme autour du disque noir de la Lune une auréole de lumière *(la couronne)* qui répand une faible clarté sur les objets environnants. Cette auréole encore inexpliquée, sur laquelle la Lune se dessine comme un grand cercle noir à contours tranchés, a produit souvent un effet extraordinaire sur les spectateurs de ce magnifique phénomène; en 1842, à Pavie, vingt mille habitants battirent des mains à son apparition. Mais l'éclipse totale dure peu; au bout de 5^{m} *au plus*, un jet de lumière jaillit à l'orient du disque noir de la Lune et ramène subitement la clarté du jour. C'est le

* C'est toujours par le bord oriental de la Lune que commencent les éclipses de Soleil ou de Lune; car c'est par l'excès de vitesse de la Lune sur le Soleil, ou sur l'ombre terrestre, que la Lune atteint soit le disque solaire, soit le cône d'ombre pure de la Terre; elle les traverse de l'ouest à l'est, et finalement elle les dépasse. En prenant deux disques, dont l'un représentera la Lune L et l'autre le Soleil ou l'ombre de la Terre, S ou O, il suffit de placer L à droite (à l'ouest) de S et de le faire marcher de droite à gauche pour figurer assez bien les phases des éclipses. On verra que la première impression sera faite par le bord oriental de la Lune sur le bord occidental du Soleil ou de l'ombre, en sorte que l'échancrure aura lieu à peu près au bord occidental du Soleil, dans les éclipses de Soleil, ou au bord oriental de la Lune, dans les éclipses de Lune.

Soleil qui reparaît pour présenter, en ordre inverse, toutes les phases qui ont précédé l'obscurité totale. Ce premier rayon dissipe à la fois les ténèbres et l'espèce d'anxiété vague à laquelle l'astronome lui-même ne saurait échapper.

CHAPITRE IX.

OCCULTATIONS D'ÉTOILES PAR LA LUNE; DIAMÈTRE APPARENT DES ÉTOILES; ABSENCE D'ATMOSPHÈRE AUTOUR DE LA LUNE.

Occultations. — La Lune peut éclipser non-seulement le Soleil, mais encore les planètes et les étoiles. Nous nous bornerons à indiquer deux particularités relatives aux occultations d'étoiles. Lorsque la Lune vient s'interposer entre notre œil et une étoile, on ne voit point la lumière de celle-ci diminuer et s'éteindre peu à peu, comme celle du Soleil éclipsé : l'étoile disparaît subitement. On en a conclu que les étoiles n'ont point de diamètre apparent sensible.

Diamètres apparents des étoiles. — Les étoiles brillantes, vues à l'œil nu, nous paraissent avoir des dimensions notables, de 1′ à 2′, par exemple; mais, quand on les regarde avec une lunette, ces diamètres factices disparaissent presque entièrement; ils tiennent donc uniquement à une imperfection de l'œil. Cependant les meilleures lunettes ont aussi leurs défauts : elles ne font point voir les étoiles comme des points, mais comme de très-petits disques circulaires de dimensions appréciables. Plus la lunette est puissante et plus ces disques sont petits; en augmentant le grossissement, on est parvenu à les réduire à 1″ et même à 0″,3. Les occultations vont nous prouver que les plus belles étoiles sont encore bien loin d'avoir 0″,3 de diamètre. Calculons, en effet, combien il faut de temps à la Lune pour se déplacer angulairement de 1″ dans le ciel. En 27j,53, la Lune fait le tour entier du ciel, c'est-à-dire 360° ou 1 296 000″; par conséquent elle emploie 1s,8 à parcourir un petit arc de 1″, et une demi-seconde de temps pour se déplacer de 0″,3. Si donc les étoiles avaient un diamètre apparent de 0″,3, la

Lune mettrait une demi-seconde de temps à les éclipser; on les verrait diminuer d'éclat pendant une demi-seconde, avant de disparaître tout à fait. Loin de là, les étoiles gardent tout leur éclat jusqu'au moment où le bord de la Lune les atteint, et, à ce moment, elles disparaissent tout à coup, avec une soudaineté frappante. Pour les observateurs exercés, un dixième de seconde est un laps de temps très-appréciable. Or il est avéré que l'immersion de la plus brillante étoile derrière le disque de la Lune ne dure pas un dixième de seconde : le diamètre angulaire des étoiles est donc au-dessous de 0",06 *.

Les occultations d'étoiles, phénomènes assez fréquents, deviennent extrêmement frappantes vers l'époque du premier quartier. C'est alors le bord obscur qui occulte les étoiles placées sur la route de la Lune; elles disparaissent instantanément, en plein ciel, sans que l'on voie l'écran qui les cache. Quelque temps après, lorsque le disque lunaire s'est suffisamment déplacé, l'étoile reparaît et la réapparition est aussi instantanée que l'occultation. Avant le premier quartier, le bord obscur de la Lune est visible, grâce à la lumière cendrée; on le voit s'approcher peu à peu de l'étoile et la masquer.

La Lune n'a point d'atmosphère. — En second lieu, on a tiré des occultations d'étoiles la preuve que la Lune n'a point d'atmosphère, ou du moins que, s'il en existe une, elle doit être incomparablement plus rare que la nôtre. Tous les gaz, toutes les vapeurs que nous connaissons réfractent plus ou moins les rayons lumineux et changent leur direction. Supposons un observateur en T (fig. 100) et un objet éloigné en A. Le point A est vu du point T par le rayon AT. Si un corps opaque comme la Lune vient s'interposer entre A et T, au moment où son bord deviendra tangent à AT, il interceptera le rayon de lumière et le point A disparaîtra. Il restera caché derrière la Lune pendant tout le temps que celle-ci mettra à passer, et ne reparaîtra

---

* Le diamètre apparent du Soleil, vu de la Terre, est de $32' = 1920''$. Pour le réduire à 0",05 ou à $\frac{1''}{20}$, il faudrait le transporter à $1920 \times 20 = 38\,400$ fois sa distance actuelle. En admettant que les étoiles brillantes soient du même ordre de grandeur que notre Soleil, elles seraient donc au moins à cette distance-là, puisque leur diamètre angulaire est au plus de 0",05. Plus tard nous verrons que cette limite de distance est encore cinq ou six fois trop faible.

qu'au moment où le second bord de la Lune deviendra tangent à son tour à la ligne AT. Le temps de l'occultation sera donc celui que la Lune emploie pour décrire un espace égal à son propre diamètre. Attribuons maintenant une atmosphère à la Lune. Les rayons émanés du point A seront réfractés en traversant cette atmosphère; par exemple, la ligne droite AT étant interceptée par le globe lunaire, on pourra voir cependant encore le point A, non par le rayon AT, mais par un autre rayon A*m* qui, pénétrant en *m* dans l'atmosphère, y subira une série de réfractions, décrira la trajectoire curviligne *mnm'*, rasant en *n* la surface de la Lune, et émergera en *m'* avec la direction finale *m'*T. L'angle formé par les deux droites A*m* et *m'*T est égal au double de la réfraction horizontale pour un observateur placé en *n*. Ainsi, le point A restera encore visible quelque temps pour le point T, malgré l'interposition du corps de la Lune; il disparaîtra lorsque la réfraction deviendra insuffisante pour ramener en T les rayons émis par A. Le même effet se produira en ordre inverse au passage du second bord de la Lune; l'observateur placé en T verra reparaître le point A, pendant que la droite idéale TA traverse encore une certaine épaisseur du globe lunaire; il le verra donc avant que ce globe soit venu raser la droite TA *. La durée de l'occultation ne sera donc plus égale au temps employé par la Lune à décrire son propre diamètre; elle sera diminuée d'une certaine quantité, de laquelle on pourra déduire, par le calcul, la puissance réfringente de l'atmosphère lunaire. Or on a constaté, au contraire, que la durée des occultations des étoiles par la Lune est toujours sensiblement égale au temps bien connu que cet astre emploie à décrire un arc égal à son diamètre apparent **; donc la Lune n'a point d'atmosphère *sensible*, composée, comme la nôtre, de gaz ou de vapeurs réfringentes. La conclusion ne doit pas être prise dans un sens trop absolu; ce qui est certain, c'est que si l'atmosphère de la Lune est formée d'air comme la nôtre,

* Ces effets se produiraient d'une manière très-intense pour des observateurs qui suivraient, de la Lune, l'occultation d'une étoile par la Terre.

** Je suppose ici une occultation centrale : souvent l'étoile est occultée non par un diamètre entier de la Lune, mais par une corde de son disque. Le calcul s'applique indifféremment à ces deux cas. Les conclusions sont les mêmes quant à la non-existence d'une atmosphère sensiblement réfringente.

elle ne doit guère être moins rare que le *vide* produit par nos machines pneumatiques.

Pour Vénus, au contraire, quelques phénomènes d'un autre genre ont donné lieu de supposer à cette planète une atmosphère un peu supérieure à la nôtre en pouvoir réfringent.

CHAPITRE X.

APPLICATIONS A LA NAVIGATION, A LA GÉOGRAPHIE; DÉTERMINATION DES LONGITUDES TERRESTRES.

De toutes les applications auxquelles se prête l'astronomie, la détermination des longitudes à l'aide des observations de la Lune est la plus importante. Sur terre, nous avons plusieurs moyens de trouver la différence de longitude de deux lieux donnés; mais à la mer, le seul moyen *assuré* que possède le marin pour déterminer sa position en longitude, c'est d'observer la Lune et de comparer son observation avec les prédictions des astronomes.

Le problème général des longitudes se réduit à ceci : déterminer, en un lieu quelconque N et à un instant donné, non-seulement l'heure du lieu N, mais aussi l'heure de Paris. La différence de ces deux heures, transformée en arc à raison de 15° par heure, donne immédiatement la longitude du lieu N où l'observation a été faite.

L'heure du lieu N se détermine aisément par la mesure des hauteurs du Soleil, des planètes ou des étoiles; mais il est infiniment plus difficile, on le conçoit, de déterminer l'heure correspondante qu'une horloge bien réglée marquerait à Paris au même instant.

Supposons qu'à un instant quelconque un phénomène, visible à la fois de Paris et du lieu N, s'accomplisse dans le ciel. Si deux observateurs notent à Paris et en N l'heure locale de ce phénomène-signal, ces heures ne seront point les mêmes, quoique l'instant physique qu'elles désignent toutes deux soit identique; elles devront différer d'une quantité pro-

portionnelle à la différence de longitude entre N et Paris, à raison de une heure par 15° de différence de longitude. On voit que le problème dont il s'agit se trouve ramené aux deux termes suivants :

1° Trouver un phénomène céleste susceptible d'être observé *avec précision* de Paris et de N à la fois.

2° Savoir, en N, à quelle heure de Paris le phénomène céleste a été vu à Paris.

Il a fallu toutes les ressources de la science pour résoudre ce double problème dont la solution importe tant à la sécurité des marins, au commerce, etc.

Première solution par les éclipses de satellites.—Les éclipses des satellites de la Terre et de Jupiter sont des signaux célestes que l'on voit en même temps de tous les points d'un même hémisphère. Supposons qu'une éclipse de Lune ou d'un satellite de Jupiter ait été observée

à $11^h\ 48^m\ 52^s$ à Paris;
à 8 28 20 en N.

La longitude de N sera la différence de ces deux heures ou $3^h\ 20^m\ 32^s$. Si on veut exprimer en degrés cette longitude, et trouver ainsi l'angle dièdre formé par le méridien de N avec le méridien de Paris, il faudra multiplier par 15 cette différence et on obtiendra $50° 8' 0''$ pour longitude de la station N. Cette longitude est occidentale, N est à l'ouest de Paris, puisqu'au même instant l'heure en N est moindre que l'heure à Paris.

Mais le marin placé en N ne peut attendre les nouvelles de Paris pour apprendre l'heure à laquelle le signal céleste y aura été observé ; il faut qu'il connaisse de suite cette heure, pour en déduire immédiatement sa position sur le globe. C'est ici qu'interviennent les Tables astronomiques des phénomènes célestes que les astronomes ont calculées pour Paris. A l'aide de ces Tables, basées sur les observations antérieures et sur la plus profonde théorie, on peut prédire 1 an, 2 ans, 200 ans à l'avance l'heure de Paris à laquelle tel phénomène céleste se produira, l'heure qu'une horloge bien réglée marquerait à Paris quand telle éclipse de satellite (de la Terre ou de Jupiter) aura lieu. Donc, lorsqu'un navigateur aura observé en N une éclipse de satellite, il lui suffira d'ouvrir les Tables de la Lune

ou celles des satellites de Jupiter, pour être en mesure de calculer à quelle heure de Paris les astronomes de Paris ont dû voir le même phénomène. Le navigateur a observé ce signal céleste à $11^h 48^m 52^s$ en N ; il déduira des Tables, par le calcul, sans avoir besoin d'aller à Paris ou d'en attendre les nouvelles, que le même phénomène, visible au même instant à Paris, a dû y être observé à $8^h 28^m 20^s$.

Afin d'épargner aux marins le temps précieux qu'ils devraient consacrer à ces calculs, les gouvernements les font exécuter à l'avance et publier tous les ans. La *Connaissance des Temps*, le *Nautical Almanack*, les *Éphémérides* de Milan, de Coïmbre, de Berlin, publiées 3 ou 4 ans à l'avance, contiennent l'annonce des éclipses de satellites calculées pour un méridien donné, d'après les Tables qui ont été publiées en France par Burckhardt pour la Lune, par Damoiseau pour les satellites de Jupiter.

Les éclipses de Lune sont rares; leur observation n'est point susceptible d'une grande précision. Celles des satellites de Jupiter sont incomparablement plus fréquentes et un peu plus précises; mais pour les observer, il faut une lunette d'un grossissement notable, dont les marins ne pourraient faire usage, à cause des oscillations continuelles du navire. On n'obtient, en effet, des grossissements un peu forts, qu'à la condition de restreindre beaucoup le champ de la vision; or les marins, qui doivent tenir à la main leurs instruments, ne pourraient diriger une lunette à fort grossissement avec assez de fixité pour maintenir, dans le champ de la vision, les astres qu'il s'agit d'observer. Il a donc fallu chercher une autre solution plus généralement applicable.

Deuxième solution : Distance de la Lune aux étoiles, au Soleil, aux planètes; éclipses d'étoiles, de Soleil, de planètes. — La position que la Lune occupe à un instant donné, peut être considérée comme un véritable signal céleste. En vertu de son mouvement rapide, la Lune change à chaque instant de position au milieu des points de repère naturels qui sont répandus à profusion sur sa route.

A un instant donné, par exemple, le 12 juin 1852, à 6^h, temps moyen de Paris, on sait, par les Tables astronomiques, que la distance de la Lune au Soleil, vue du centre de la Terre, sera de $54^\circ 48' 18''$.

Au même instant physique, mais à des heures locales qui diffèrent suivant la longitude du lieu, cette distance de la Lune au Soleil devra être la même, quel que soit le lieu d'où on la détermine par observation directe.

Si donc on a mesuré en N, à une certaine heure, la distance de la Lune au Soleil, et que l'on ait trouvé, pour cette distance réduite au centre de la Terre par des calculs de parallaxe, 54°48′18″, on en conclura aussitôt qu'à l'instant de cette observation il était $6^h0^m0^s$ à Paris. On connaîtra donc l'heure de Paris correspondante à l'heure du lieu N, et par suite la longitude du point N *.

Cette seconde solution est beaucoup plus pratique, mais moins simple que la première. Il y intervient un nouvel élément, à savoir la position même de l'observateur. La distance angulaire de la Lune à un autre astre, à un instant donné, varie, en effet, par la parallaxe, d'une station à l'autre. De là la nécessité de réduire les distances observées ou calculées à une station commune, le centre de la Terre. On comprend que cette réduction est basée sur un simple calcul de parallaxe. Parfaitement inutile quand il s'agit des éclipses de la Lune, la réduction au centre de la Terre devient nécessaire pour les éclipses de Soleil, d'étoiles ou de planètes, tout comme pour les distances lunaires. Les éclipses de Soleil, par exemple, ne se produisent point au même instant pour tous les points d'un même hémisphère, mais successivement. Il faut donc réduire l'observation faite sur la surface du globe à ce qu'elle serait pour le centre de la Terre.

En réfléchissant à cette seconde solution, on voit qu'elle implique un véritable cercle vicieux, car la réduction, au centre de la Terre, de l'observation faite en N suppose que l'on connaît la position géographique du point N. En fait, on peut toujours en déterminer exactement la latitude; quant à la longitude, on la connaît toujours d'une manière plus ou moins approchée. Or les calculs de réduction dont il s'agit peuvent se faire par des

* La *Connaissance des Temps* contient ainsi, pour tous les jours de chaque année, la distance angulaire de la Lune au Soleil, à certaines étoiles et aux planètes principales, calculées de trois heures en trois heures. Il est facile d'en conclure, par une simple proportion, les distances relatives à une autre heure quelconque de Paris.

approximations successives; pour les commencer, il suffit, à la rigueur, de savoir dans quelle partie du monde on se trouve.

Remarquons encore que l'emploi des distances angulaires de la Lune au Soleil, aux planètes ou aux étoiles, pour déterminer les longitudes, n'est pas une méthode essentiellement différente de celle qu'offrent les éclipses de Soleil, de planète ou d'étoiles par la Lune. L'observation de ces éclipses fournit en effet, sans instrument, la mesure de distances plus petites que le demi-diamètre apparent de la Lune.

Il nous reste à expliquer pourquoi c'est toujours à la Lune que l'on s'adresse pour trouver le signal céleste nécessaire à la solution du problème des longitudes. La raison en est dans la rapidité des mouvements angulaires de notre satellite. Nos mesures étant toujours plus ou moins entachées d'erreurs, il est essentiel de choisir, entre toutes les observations capables de conduire au but, celles dont les erreurs inévitables auront le moins d'influence. Or, puisque la Lune parcourt sur le ciel 1″ d'arc en 2ˢ de temps environ, il est évident qu'une erreur de 1″ sur sa position n'introduira, en général, dans les résultats, qu'une erreur de 2ˢ sur la longitude cherchée. Les sextants, dont les marins se servent dans leurs mesures de *distances lunaires*, permettent de mesurer ces distances à 15″ près. C'est donc une erreur de 30ˢ ou de 7′30″ qu'ils ont à craindre sur leur longitude déduite de ces *distances lunaires*. Ajoutons qu'en multipliant les observations, les marins parviennent à réduire notablement ces erreurs, dont une petite partie est imputable à l'imperfection des Tables astronomiques. Cette partie-là ne peut être atténuée que par les progrès de l'astronomie.

Si on voulait employer de la même manière les autres astres de notre système, qui tous ont une vitesse angulaire bien inférieure à celle de la Lune, les moindres erreurs d'observation exerceraient une influence bien autrement considérable sur les résultats; la précieuse méthode que nous venons d'indiquer n'était réalisable que par la Lune. Elle a été proposée pour la première fois par le célèbre Morin, professeur au collége de France et astrologue (il y avait encore des astrologues en 1650); mais, pour qu'elle fût utilisée avec succès, il fallait que les Tables de la

Lune fussent portées au point de perfection où elles se trouvent depuis un demi-siècle.

CHAPITRE XI.

SÉLÉNOGRAPHIE ET COSMOGRAPHIE LUNAIRE. — INFLUENCE DE LA LUNE SUR LA TERRE.

Cosmographie lunaire. — A l'aide des théories précédentes, il est aisé de se figurer sous quel aspect le système du monde apparaîtrait à un observateur placé sur notre satellite. Cette recherche n'est pas tout à fait inutile lorsqu'on la considère comme un exercice destiné à débarrasser l'esprit de ce qu'il y a de trop absolu, de trop étroit dans le point de vue exclusivement terrestre où nous sommes placés par nos sens.

La Lune tourne sur elle-même, de l'ouest à l'est, en 27ʲ,32 = 656ʰ. L'observateur placé sur ce globe comme nous sommes placés sur le nôtre et participant à tous ses mouvements, transportera instinctivement cette lente rotation au ciel étoilé qui lui paraîtra tourner autour de lui, tout d'une pièce, en 27ʲ,32 = 656ʰ, et en sens inverse, c'est-à-dire de l'est à l'ouest. Il verrait, comme sur la Terre, les astres se lever à l'orient, passer au méridien du lieu et se coucher à l'occident; mais ce mouvement diurne serait à peu près 27 fois plus lent. Le jour sidéral de la Lune contient 656 de nos heures moyennes.

Il y aurait aussi à distinguer, sur la Lune, entre le jour sidéral et le jour solaire vrai ou moyen. Ce dernier est beaucoup plus long. Le jour sidéral étant précisément égal en durée à la révolution sidérale moyenne de la Lune, le jour solaire moyen doit être précisément égal à la révolution synodique ou à la lunaison moyenne, c'est-à-dire à 29ʲ,53 = 709ʰ. La durée de la présence du Soleil sur l'horizon est donc de 304ʰ. Ainsi, notre satellite a des nuits et des journées de 15 jours environ, en moyenne, vers l'équateur. Plus près des pôles, l'inégalité des journées et des nuits se manifeste, comme sur la Terre, d'un bout à l'autre de l'année; seulement les inégalités sont beaucoup moindres, à cause de la faible obliquité de l'équateur lunaire sur

le plan de l'écliptique. Nous avons vu (p. 201) que si notre ligne des pôles était perpendiculaire à l'écliptique, nos journées et nos nuits seraient égales par toute la Terre ; c'est à peu près le cas où se trouve la Lune, excepté près des pôles. Quant à l'année, elle est la même que la nôtre, et le Soleil y paraît aussi faire en un an le tour du ciel, en marchant en sens inverse du mouvement diurne (de l'ouest à l'est).

Ce que la cosmographie lunaire présente de plus curieux, c'est assurément l'aspect de la Terre. D'abord la Terre n'est visible que sur la moitié de la Lune qui est constamment tournée vers nous; c'est un astre inconnu pour l'autre hémisphère ; il faut voyager pour l'aller voir, de même qu'il faut dépasser l'équateur terrestre pour voir, de la Terre, les étoiles qui brillent non loin du pôle austral (la Croix du Sud, Canopus, etc...). Il y a un point de la Lune d'où l'on voit perpétuellement la Terre au zénith ; c'est le point où la ligne menée du centre de la Terre au centre de la Lune rencontre la surface de notre satellite. En examinant la question de plus près, on trouve que la Terre ne reste point rigoureusement au zénith de ce lieu, à cause des petits mouvements de libration de la Lune (p. 251). Par une illusion inévitable, la Terre semblerait osciller lentement et décrire de petits arcs de 7°, à l'est et à l'ouest du zénith suivant les phases mensuelles de la libration en longitude. L'effet de la libration en latitude transporterait pareillement à notre globe un mouvement oscillatoire de 6° environ, au nord et au sud du zénith. Mais jamais la Terre ne sortirait des étroites limites tracées sur le ciel par les côtés d'une espèce de rectangle sphérique de 14° de long sur 12° de large, et cet astre énorme (vu de la Lune, son demi-diamètre apparent serait égal à la parallaxe horizontale de la Lune ou à 57′), d'un diamètre angulaire presque quadruple de celui du Soleil, laisserait dans l'esprit l'impression la plus singulière. Sans doute ses petits mouvements apparents ne seraient pas d'abord remarqués ; il paraîtrait immobile, comme si l'univers avait deux centres ou du moins deux grands globes immobiles et voisins l'un de l'autre, la Lune et la Terre. Après avoir enfin constaté le lent balancement mensuel de la Terre, on finirait peut-être par y trouver un indice du double mouvement de rotation et de translation de la Lune.

Si l'observateur était placé non plus au milieu, mais sur les bords de l'hémisphère de la Lune qui est visible pour nous, les phénomènes que lui présenterait la Terre seraient encore plus étranges. Il la verrait se lever lentement à l'horizon, parvenir à une très-petite hauteur de quelques degrés, puis baisser et se coucher 14 jours après, presqu'au même point où elle se serait levée, pour rester quelque temps invisible sous l'horizon.

La Terre présenterait des phases exactement complémentaires de celles que nous voyons à la Lune; pleine Terre pour Lune nouvelle, second quartier de la Terre pour premier quartier de la Lune, etc... La lumière cendrée nous prouve avec quelle intensité la lumière solaire, réfléchie par la Terre, doit éclairer les nuits sur une moitié de notre satellite.

Rien de plus aisé que de calculer un calendrier pour la Lune. La principale unité serait, comme pour nous, l'année solaire; la subdivision suivante serait le jour lunaire (de $29^j,53$) que les phases de la Terre permettraient de subdiviser en 4 parties (au moins sur l'hémisphère où la Terre est visible). Les plus petites divisions du temps seraient fournies par le mouvement de rotation de notre globe; sur la Lune, en effet, les grandes irrégularités de la surface terrestre doivent être parfaitement visibles à l'œil nu, et produire l'effet d'une vaste horloge indiquant l'heure par la position perpétuellement variable d'une mer, d'une île ou d'un continent. Tout cela pourrait se calculer d'avance, avec une précision extrême; on joindrait aisément à ce calendrier des éphémérides contenant, pour un lieu donné par sa longitude et sa latitude sélénographiques, les heures du lever et du coucher des étoiles ou du Soleil, les phases de la Terre, etc. Mais si au lieu d'habiter la Terre, les hommes eussent été placés sur la Lune, la constitution du monde solaire resterait peut-être pour eux une énigme perpétuellement enveloppée dans des apparences trop complexes.

Sélénographie. — Après la cosmographie faite au point de la Lune, examinons aussi sa géographie et sa constitution physique. D'abord la Lune n'a point d'atmosphère, ou, du moins, si elle en possède une, elle doit être excessivement rare. Bien certainement cette atmosphère problématique, qui ne réfracte point d'une manière sensible les rayons lumineux, ne saurait

les réfléchir en très-grande abondance et dans tous les sens, comme la nôtre.

Il n'y a donc point de *lumière diffuse* sensible sur la Lune; hors de l'action directe du Soleil, les ténèbres absolues règnent, sauf les endroits ouverts où ces rayons peuvent arriver par réflexion sur le sol ou sur les flancs des montagnes.

Il n'y a pas de crépuscule, pas d'aurore, mais seulement un affaiblissement rapide du jour à mesure qu'une partie plus considérable du disque solaire se cache sous l'horizon, puis une transition brusque du jour à la nuit, au moment où le Soleil disparaît.

Puisqu'il n'y a pas d'air, le ciel n'est pas bleu en plein jour comme sur la Terre; il est noir. Les étoiles et les planètes y brillent en plein Soleil. Il doit suffire, pour les voir, de garantir les yeux de l'action directe de ses rayons, rayons d'autant plus brillants qu'ils ne sont pas affaiblis par l'interposition d'une atmosphère imparfaitement transparente.

On peut apprécier par soi-même, jusqu'à un certain point, les effets que nous venons de décrire, en s'élevant à une grande hauteur en ballon ou sur des montagnes, car alors l'épaisseur et surtout la densité de la couche d'air placée au-dessus de nos têtes vont en diminuant.

Si on mesurait sur la surface de la Lune un arc de méridien, à diverses distances des pôles et même sur plusieurs méridiens différents, comme nous avons fait sur notre globe, on trouverait que cette surface, prise en général et abstraction faite des petites irrégularités locales, est une sphère presque parfaite. Ce n'est que par des mesures excessivement délicates que l'on parviendrait à y reconnaître un ellipsoïde très-légèrement aplati aux pôles et légèrement renflé à l'équateur. La grande différence qui existe à cet égard entre la Terre et la Lune, c'est que, pour la Terre, le renflement a lieu tout autour de l'équateur, tandis que, pour la Lune, il n'existe qu'en deux points de l'équateur, ceux-là même qui sont aux extrémités du diamètre constamment dirigé vers la Terre. Notre globe est un ellipsoïde de révolution ; la Lune est un ellipsoïde à trois axes inégaux. La forme presque sphérique des planètes et de leurs satellites indique que leurs molécules ont eu la liberté de s'arranger autour d'un centre, en obéissant à leurs attractions

mutuelles; si ces globes sont presque tous un peu aplatis, nous en avons trouvé la cause dans l'action de la force centrifuge que développe leur rotation. Il paraît donc que la forme ou la constitution de chaque planète s'est établie dans une indépendance complète vis-à-vis des autres corps du même système. Il n'en est plus ainsi pour la Lune. Non-seulement son mouvement, mais encore sa forme sont subordonnées à la Terre ; car c'est l'attraction du globe terrestre qui a déterminé le petit allongement du globe lunaire dans le sens d'un de ses diamètres, par un effet semblable à celui des marées que la Lune produit à son tour dans nos océans.

Après la forme, examinons les phénomènes les plus généraux qui se passent à sa surface, ceux de la pesanteur. La masse de la Lune a été déterminée, ainsi que ses dimensions. La pesanteur à la surface peut donc être calculée, puisqu'elle est proportionnelle à la masse et inversement proportionnelle au carré de la distance au centre. Sur la Terre, l'intensité de la gravité est représentée par g, vitesse acquise au bout d'une seconde par un corps tombant ($\frac{1}{2}g$ est l'espace parcouru au bout de la première seconde de la chute). Soient r et r' les rayons de la Terre et de la Lune, m et m' leurs masses, g et g' les intensités de la pesanteur à leur surface; on aura

$$\frac{g}{g'} = \frac{r'^2}{r^2} \cdot \frac{m}{m'}.$$

Or $\frac{r'}{r} = 0{,}27234$, $\frac{m}{m'} = 81$; donc $g = 6g'$; la pesanteur est six fois plus faible à la surface de la Lune qu'à la surface de la Terre. Un corps, dans la première seconde de sa chute, parcourra 6 fois moins d'espace, c'est-à-dire $\frac{1}{6}$ $4^m,90 = 0^m,82$. Pour soulever une masse de 100 kilog. sur la Terre, il nous faut une force musculaire considérable: sur la Lune, la même force musculaire soulèverait une masse 6 fois plus forte, un corps qui pèserait ici 600 kilogrammes.

Taches et montagnes de la Lune. — La Lune n'ayant point d'atmosphère sensible, il faut conclure qu'il n'y a pas d'eau à sa surface. Si la Lune avait des mers, des lacs, comme la Terre, ces masses d'eau produiraient des vapeurs et formeraient ainsi

une atmosphère réfringente dont nos observations d'éclipses n'indiquent point la présence. Ce que les anciens astronomes nommaient les mers de la Lune, *Mare Crisium, Mare Imbrium, Mare Serenitatis,* etc., sont de grandes plaines grisâtres, moins brillantes que les régions montagneuses. Lorsqu'on les regarde avec une lunette grossissant une centaine de fois, on y reconnaît nettement des accidents de terrain, des cavités rondes, des fentes rectilignes, des saillies, etc., qui ne permettent point de confondre ces plaines avec la surface d'une mer.

Quelle que soit l'origine des montagnes de notre globe, qu'elles soient dues à des fractures du sol dont les lambeaux se seraient affaissés en laissant des saillies vers les lignes de rupture, ou qu'elles proviennent de soulèvements effectifs, déterminés par l'action de forces intérieures telles que le ressort de vapeurs élastiques, toujours est-il que ces phénomènes, si grandioses pour nous, sont subordonnés à l'intensité de la pesanteur. A la surface de la Lune, la pesanteur est 6 fois moindre. Une même force de ressort aura donc dû produire des effets de soulèvement beaucoup plus considérables. Le fait est que la surface de notre satellite présente au plus haut degré l'aspect d'une contrée volcanique assez semblable à certaines régions de la Bohême ou de l'Auvergne. Sauf quelques grands espaces nivelés, qu'on a nommés improprement des mers, le reste de la surface est couvert de montagnes formant des enceintes ou vallées circulaires (des cirques), beaucoup plus grandes que les cratères des volcans terrestres, et dont le centre est occupé d'ordinaire par un piton élevé. Cette forme, dont la figure 101 offre un type assez fidèle, se reproduit partout; la Lune n'a point de ces grandes chaînes de montagnes qui sillonnent nos continents dans des directions presque droites. Mais il y a entre la Terre et son satellite une différence encore plus profonde. Notre globe a été façonné extérieurement par le jeu alternatif des forces volcaniques et de l'action des eaux jointe à celle plus lente de l'atmosphère. Les premières ont produit les brusques dénivellations de la surface; l'eau et l'atmosphère, au contraire, ont dégradé peu à peu les saillies, et, avec leurs détritus, ont comblé les vallées. Mais la Lune nous offre l'aspect d'un globe où l'action des forces volcaniques a régné sans partage.

Les montagnes de la Lune ont été mesurées avec soin par une méthode empruntée à la géométrie élémentaire, celle des ombres portées. On mesure la longueur de l'ombre projetée par une montagne, en notant l'heure de l'observation. Cette heure fait connaître la hauteur angulaire du Soleil sur l'horizon du lieu de la Lune, et la hauteur s'en déduit ensuite par un calcul trigonométrique semblable à celui dont les gnomons nous ont offert l'exemple. Il y a sur la Lune des montagnes de 6 à 7000 mètres, comme certains pics de l'Himalaya ou des Cordillères.

Les cartes sélénographiques représentent tous ces accidents de la surface. Ce sont des projections orthographiques et non stéréographiques comme nos mappemondes, car nous voyons la Lune d'une distance telle que l'on peut, sans erreur sensible, considérer tous les rayons visuels, dirigés de notre œil aux divers points de la surface, comme étant perpendiculaires au plan du dessin. Sur ces cartes, qui sont du reste la reproduction de ce que l'on voit à l'aide des lunettes, les *cirques* et les cratères ne sont représentés par des cercles que vers le centre du disque; partout ailleurs ce sont des ellipses d'autant plus aplaties qu'elles se trouvent plus près des bords.

On demande souvent si la Lune est habitée. Il n'est pas possible de répondre directement à cette question. Les lunettes les plus puissantes ne permettent point de distinguer sur la Lune des objets aussi petits que les animaux terrestres. Une lunette grossissant 1000 fois (il n'est guère possible de dépasser ce grossissement pour la Lune, à cause du peu d'éclat de sa lumière) fait voir les objets comme s'ils étaient à une distance 1000 fois moindre. Or la Lune étant à 385000 kilomètres de la Terre, cette lunette la placerait à 384 kilomètres de notre œil. Même à une distance 10 fois moindre, c'est-à-dire par un grossissement de 10000 fois qui n'a jamais été atteint jusqu'ici, il serait encore impossible de distinguer des animaux pareils aux nôtres. Mais si l'on ne peut se convaincre *de visu* de la non-existence d'êtres animés sur la Lune, il est permis du moins d'aborder la question indirectement.

D'abord la Lune n'ayant ni eau (du moins à l'état liquide ou gazeux) ni atmosphère bien sensible, les conditions ordinaires de toute existence organique font défaut. De plus, l'absence d'atmosphère rend l'alternative des températures, de la nuit au jour,

bien plus tranchée que sur la Terre. Pendant ces longues nuits, le sol rayonne sans obstacle vers l'espace; une couche d'air, semblable à celle qui nous enveloppe, protégerait la surface et les êtres organisés contre un refroidissement excessif; mais cette garantie nécessaire à toute organisation n'existe pas. Or de telles variations de température paraissent peu compatibles avec les lois de la vie, telles que nous pouvons les concevoir.

Influence de la Lune sur les phénomènes terrestres. — On a vu déjà les modifications que l'attraction de notre satellite introduit dans le double mouvement de la Terre. Il s'agit ici de l'action purement physique qu'on lui attribue sur une foule de phénomènes qui se passent autour de nous, à la surface même du globe. D'abord il est bien évident que la Lune, tout comme le Soleil, ne peut agir autrement que par son attraction, sa lumière et sa chaleur.

Les effets de son attraction sont connus; ils se réduisent au phénomène des marées dont il sera question bientôt. Restent sa lumière et sa chaleur. Or la lumière de la pleine Lune est 800 000 fois plus faible que celle du Soleil; il en est de même, sans doute, de l'action chimique de cette lumière. Imagine-t-on qu'une influence si faible puisse se faire sentir autrement que sur les appareils les plus délicats du physicien? C'est à grand'peine qu'on a obtenu, au bout d'un quart de minute, des images daguerriennes de la Lune sur les plaques les plus sensibles, et à l'aide d'une des plus puissantes lunettes qui existent*, tandis qu'un instant de durée inappréciable suffit pour que la *lumière diffuse* du jour produise les effets photographiques les plus marqués. La lumière du Soleil est indispensable à la vie des végétaux; mais quel rôle pourrait y jouer la faible lumière de la Lune? C'est donc un préjugé que de croire, par exemple, que la lumière de la Lune dégrade les bâtiments, altère les couleurs, nuit à la conservation des bois coupés pendant une certaine phase, etc.... Les jardiniers disent que la *Lune rousse* (celle du mois de mai) brûle les bourgeons des végétaux. Il est vrai que dans ce mois les jeunes pousses sont exposées, pendant les nuits sereines du printemps, à des gelées provoquées par un rayonnement excessif. Que le ciel vienne à

* A l'Observatoire de Cambridge, près de Boston, aux États-Unis.

se couvrir, et le rayonnement vers les espaces célestes cesse aussitôt; les plantes ne gèlent plus. Les gens peu instruits qui suivent avec anxiété ces phénomènes, voient la Lune briller quand la sérénité du ciel détermine la gelée des jeunes pousses; ils la voient disparaître par un ciel couvert qui garantit les plantes contre un abaissement de température excessif; et ils concluent que la Lune rousse a causé les phénomènes qui ont seulement accompagné son apparition.

Quant à la chaleur émise par la Lune, elle est absolument insensible. Il paraît pourtant que M. Melloni est parvenu à produire quelques effets sur un thermoscope d'une délicatesse extrême, en concentrant les rayons de la Lune à l'aide d'une lentille de 1m de diamètre; exposée aux rayons du Soleil, cette lentille aurait réduit le platine en vapeurs. Les phénomènes météorologiques sont tous produits ou déterminés par l'action calorifique du Soleil. Si la Lune possédait une action semblable, à un degré quelconque, nul doute qu'elle n'exerçât une influence sur les températures, les climats, les saisons, les pluies, les vents, etc.... Mais sa chaleur est nulle; par conséquent son influence doit être nulle aussi. Si on a cru, presque de tous temps, presque partout, que les changements de temps se règlent sur le cours de la Lune (beaucoup de matelots, par exemple, en sont intimement convaincus), c'est que les variations atmosphériques sont tellement fréquentes, dans nos zones tempérées, qu'on ne saurait les expliquer par la seule action lentement variable du Soleil. Avec l'idée préconçue que la cause ne devait se trouver qu'au ciel, on était naturellement conduit à désigner la Lune, dont les phases hebdomadaires et les révolutions mensuelles présentent seules des périodes assimilables, par leur brièveté et leurs fréquents retours, à celles du beau et du mauvais temps. Pour convaincre, par une preuve irrécusable, les plus obstinés partisans de l'influence lunaire, M. Bouvard a compulsé les registres météorologiques qu'on tient depuis plus d'un demi-siècle à l'Observatoire de Paris, et il a montré que les phases de la Lune n'ont aucun rapport ni avec les changements de temps, ni avec la fréquence ou la quantité de la pluie. Sans doute l'attraction de la Lune produit sur l'atmosphère une marée semblable à celle de l'Océan, marée dont on est parvenu à grand'peine à mettre l'existence en re-

tief par de longues séries d'observations barométriques; mais, pour ces phénomènes, la pleine et la nouvelle Lune ont exactement la même influence, tandis qu'on attribue aux nouvelles Lunes seules le pouvoir de changer le temps. Enfin les effets de l'attraction de la Lune sur l'atmosphère sont généraux; s'ils produisaient des changements de temps en un lieu donné, ils devraient en produire de pareils partout ailleurs, ou du moins sur le même parallèle. Or on sait bien qu'il n'en est rien : dans nos climats tempérés, il pleut ici, tandis qu'il fait beau un peu plus loin dans la contrée voisine.

Plus près de l'équateur, en Égypte, par exemple, se trouvent de vastes régions où il ne pleut et où il ne tonne jamais, d'autres où il tonne presque tous les jours; et cependant la Lune se renouvelle pour ces pays comme pour le nôtre.

Il y a longtemps que les physiciens cherchent ailleurs l'explication des phénomènes si intéressants de l'atmosphère.

CHAPITRE XII.

GÉNÉRALISATION DES LOIS DE LA PESANTEUR. — MARÉES LUNAIRES ET SOLAIRES.

Identité de l'attraction et de la pesanteur. — Les lois de Képler, fondées sur l'observation, interprétées par la mécanique rationnelle, nous ont appris que le Soleil attire les planètes et que chaque planète est elle-même le siége d'une force analogue, dont l'énergie proportionnelle aux masses, et variant en raison inverse du carré de la distance, se manifeste surtout dans les mouvements de leurs satellites. Si chaque planète attire ainsi les autres globes de notre système vers son propre centre, d'autant plus fortement que ces globes célestes sont plus près, il doit attirer aussi, et plus énergiquement encore, les corps placés près de lui, à sa surface même. Or une telle force centrale est certainement exercée par le globe terrestre, où elle porte le nom de pesanteur; tous les corps sont attirés vers son centre; ils pèsent vers lui, s'ils sont retenus par

un obstacle; ils tombent vers son centre, s'ils cessent d'être retenus.

On est donc conduit à considérer la pesanteur comme le mode sous lequel l'attraction de notre globe nous est rendue appréciable par des effets familiers; et réciproquement, on devra considérer l'attraction centrale que la Terre exerce sur les autres planètes, ou sur son satellite, comme une simple extension de la pesanteur, dont l'intensité seule décroît pour des distances plus grandes.

La démonstration mathématique de l'identité qui existe entre la pesanteur et les forces qui courbent à chaque instant les trajectoires des planètes ou des satellites, et les retiennent dans leurs ellipses respectives, est une des conquêtes les plus décisives de la science moderne. L'histoire de cette découverte est d'un haut intérêt philosophique; elle fait parfaitement ressortir la filiation des idées qui l'ont amenée; elle montre à quelles conditions une simple analogie, peu décisive en elle-même, a pu être transformée en une vérité irrévocablement acquise à l'esprit humain. C'est pourquoi je rapporte ici le passage où un contemporain de Newton l'a racontée.

« Les premières idées qui donnèrent naissance aux théories « de Newton sur le système du monde lui vinrent en 1666 « lorsqu'il eut quitté Cambridge à l'occasion de la peste. Il se « promenait seul dans un jardin, méditant sur la pesanteur et « ses propriétés: cette force, disait-il, ne diminue pas sensible- « ment lorsqu'on s'élève au sommet des plus hautes montagnes; « il était donc naturel d'en conclure que cette puissance devait « s'étendre beaucoup plus loin; pourquoi ne s'étendrait-elle pas « jusqu'à la Lune? Mais si cela est, il faut que cette pesanteur « influe sur ses mouvements; peut-être sert-elle à maintenir la « Lune dans son orbite. Et quoique la force de la gravité ne « soit pas sensiblement affaiblie par un petit changement de di- « stance, tel que nous pouvons l'éprouver ici-bas, il est très-pos- « sible que, dans l'éloignement où se trouve la Lune, cette « force soit fort diminuée. Pour estimer quelle pouvait être la « quantité de cette diminution, Newton songea que si la Lune

* Le grand ouvrage de Newton, *Philosophiæ naturalis Principia mathematica*, parut en 1687.

« était retenue dans son orbite par la force de la gravité, il n'y « avait pas à douter que les planètes principales ne tournassent « autour du Soleil en vertu de la même puissance. De la troi- « sième loi de Képler, il déduisit que la force centrale qui les « retenait dans leurs orbites devait diminuer en raison inverse « du carré de la distance. Il supposa donc que le pouvoir de la « pesanteur s'étendait du centre de la Terre jusqu'à la Lune, « en diminuant dans le même rapport; puis il calcula si cette « force serait suffisante pour retenir la Lune dans son orbite. « Comme il faisait ces calculs sans avoir sous la main les livres « nécessaires, il supposait, d'après l'estime commune des géo- « graphes, que 60 milles anglais (p. 166) faisaient un degré « du méridien terrestre; mais comme cette supposition était « très-défectueuse (chaque degré contient en effet 69 milles); « le calcul ne répondit point à son attente. Il crut alors qu'une « autre cause se joignait à la pesanteur pour agir sur la Lune, « et il abandonna ses recherches sur cette matière. Quelques « années après, Picard ayant mesuré un degré du méridien « en France (p. 81), Newton reprit ses premières recherches, « se servit de cette nouvelle mesure de la Terre et vit alors « que la Lune était retenue dans son orbite par le seul pou- « voir de la gravité. Il trouva que la trajectoire d'un corps pe- « sant qui a reçu une impulsion initiale est une ellipse dont « le centre de la Terre occupe le foyer. Or, d'après la seconde « loi de Képler, les planètes décrivent précisément des ellipses « autour du Soleil; il eut donc la satisfaction de voir que sa « solution pourrait s'appliquer aux plus grandes recherches. »

Voici maintenant comment on a démontré que la force centrale qui retient la Lune dans son orbite est égale à la pesanteur observée à la surface même de la Terre (c'est-à-dire à la distance r du centre de notre globe), mais diminuée dans le rapport inverse du carré des distances.

Chute de la Lune vers la Terre en 1'. — La quantité dont la Lune tombe vers la Terre, en 1', se détermine de la même manière que la chute de la Terre vers le Soleil dans le même laps de temps. Il suffit d'introduire dans la formule de la page 234 les nombres relatifs à l'orbite de notre satellite. En conservant les mêmes notations, on a $\tau T' = \frac{\tau T^2}{2R}$; R est le rayon de l'orbite de

la Lune $= 60,3114 . r$; τT est l'espace linéaire qu'elle parcourt en 1ˢ en vertu de sa vitesse de translation, et $\tau T'$ est la chute de la Lune vers la Terre en 1ˢ. Or la Lune parcourt son orbite, dont la longueur est $2\pi R$, en 27ʲ,321661; en 1ˢ, elle parcourt une longueur τT égale à $\frac{2\pi R}{27,321661 \times 86400} = 1023^m,76$. On aura donc $\tau T' = \frac{(1023,76)^2}{2R} = 0^m,00136$. La Lune, placée à la distance de 60,3 rayons terrestres environ du centre de la Terre, tombe donc, en 1ˢ, de $0^m,00136$ (un peu plus de 1 millimètre). Un corps placé à la surface de la Terre est 60,3 fois moins éloigné du centre; il sera sollicité par une pesanteur $60,3^2 = 3626$ fois plus grande et parcourra, dans la première seconde de sa chute, un espace de $0^m,00136 \times 3636 = 4^m,95$. Si la force qui retient la Lune dans son orbite est bien réellement la pesanteur terrestre, nous aurons trouvé ainsi la vitesse de chute des corps qui tombent autour de nous. Or, on sait, par expérience, que les corps parcourent en effet $4^m,90$ dans la première seconde de leur chute*. Donc la pesanteur terrestre et l'attraction que notre globe exerce à travers les espaces célestes sur les astres voisins sont une seule et même force.

Marées. — Puisque la pesanteur terrestre agit sur la Lune, réciproquement les molécules de la Terre pèsent vers la Lune; elles sont sollicitées par l'attraction de notre satellite avec une énergie proportionnelle à sa masse, et en raison inverse du carré de la distance de chacune d'elles à son centre. Notre globe est absolument libre d'obéir à cette action, et il obéit en réalité : il tombe constamment vers notre satellite, en ce sens que son centre décrit une petite ellipse autour du centre de gravité commun des deux corps. S'il était possible de fixer la Terre par un obstacle quelconque, elle pèserait sur cet obstacle, et sa pression serait constamment dirigée vers la Lune. Il est inutile d'ajouter qu'elle pèserait aussi vers le Soleil, sur lequel la masse terrestre exerce d'ailleurs une attraction analogue.

Si ces grands corps, considérés deux à deux, n'étaient point animés de mouvements de translation, ils tomberaient l'un

* La petite différence tient à ce que nous avons négligé, dans le calcul, la masse de la Lune qui est $\frac{1}{75}$ de celle de la Terre.

vers l'autre avec des vitesses réciproquement proportionnelles à leurs masses et se réuniraient bientôt en un seul corps. Les vitesses de translation dont la Terre et la Lune sont animées ne les empêchent point d'obéir à leur attraction mutuelle, mais elles les maintiennent à une distance à peu près constante. Si cette attraction cessait tout à coup d'exister, chaque globe continuerait à marcher dans sa direction et avec sa vitesse actuelle ; ils s'éloigneraient indéfiniment l'un de l'autre. S'il n'en est pas ainsi, s'ils ne s'écartent pas indéfiniment, si leurs trajectoires sont sans cesse courbées vers un même centre fixe autour duquel ils sont forcés de tourner, c'est qu'ils tombent incessamment l'un vers l'autre.

Rappelons maintenant un théorème de mécanique déjà cité : deux sphères matérielles homogènes, ou composées de couches homogènes, s'attirent particule à particule, mais la résultante de toutes les attractions élémentaires passe par leurs centres de gravité ; elles s'attirent comme si leurs masses étaient réunies à leurs centres respectifs. Il n'en est pas moins vrai que si nous considérons l'attraction que la Lune exerce à un instant donné sur le globe terrestre, les diverses molécules seront sollicitées vers le centre de notre satellite avec des intensités différentes, suivant leurs distances à ce centre d'attraction. Par exemple, les trois points A', T et A (fig. 118), situés sur la ligne LT, sont éloignés, du centre L de la Lune, des quantités A'L, TL et AL égales respectivement à $59r$, $60r$ et $61r$; ils sont donc sollicités par des attractions proportionnelles à la masse de la Lune et aux carrés $\frac{1}{59^2r^2}$, $\frac{1}{60^2r^2}$, $\frac{1}{61^2r^2}$, ou aux nombres $1-0{,}03$, 1 et $1+0{,}03$ à peu près. La masse entière de la Terre obéit à ces attractions, comme si elle était réunie au point central sur lequel agit la force 1 ; et il en est ainsi, quel que soit l'état physique de cette masse solide, liquide ou gazeuse. Mais les particules les plus éloignées de la Lune sont moins attirées que le centre : c'est comme si la pesanteur de ces molécules vers le centre T était diminuée de la quantité 0,03. Au contraire les molécules les moins éloignées de la Lune sont plus attirées que ce centre, et c'est encore comme si la pesanteur des molécules vers le centre T était diminuée de la quantité 0,03.

Ainsi, quand la Lune passe au-dessus de nos têtes, lorsqu'elle

est située près du zénith (nous nous supposons en A′), elle diminue les poids de tous les corps de la surface d'une quantité égale aux trois centièmes de l'action qu'elle exercerait sur eux s'ils étaient au centre de la Terre, et elle produit presque exactement le même effet sur les corps placés à nos antipodes; elle en diminue aussi la pesanteur vers le centre de la Terre d'une quantité égale à 0,03. En d'autres points que A et A′, il se produit un effet analogue, mais plus complexe, parce que la différence des actions que la Lune exerce sur ces points et sur le centre T n'est plus assimilable à la pesanteur dirigée vers T, mais à une force oblique à la verticale du lieu. Aux points B et B′, situés sur les points de contact des tangentes BL, B′L, l'attraction lunaire est presque exactement la même que sur le centre T; il n'y aura donc aucun effet produit; les poids des corps ne seront point altérés dans les régions où la Lune se couche comme en B, ou se lève comme en B′.

Si on calculait la diminution de poids que les corps éprouvent ainsi en A comme en A′, on trouverait une quantité si minime que les expériences les plus délicates des physiciens parviendraient à peine à la rendre sensible; elle rentrerait donc dans la classe des influences négligeables dont on ne tient jamais compte dans les sciences d'observation. Mais la Terre possède une espèce d'appareil capable, par sa grande étendue, de mettre cette faible action en relief d'une manière frappante. Cet appareil est l'Océan. Admettons, pour un moment, que le globe soit entièrement recouvert d'une couche liquide semblable à celle des mers. La figure d'équilibre que prendra cette couche dépendra de l'intensité et de la direction des forces qui agissent sur ses molécules. En considérant seulement la pesanteur et la tendance centrifuge engendrée par la rotation diurne, cette surface d'équilibre est celle d'un ellipsoïde de révolution dont le petit axe coïncide avec la ligne des pôles. Mais si la pesanteur vient à diminuer dans certaines régions A et A′, sans changer d'intensité dans d'autres régions B et B′, la surface d'équilibre du liquide devra prendre une autre forme : elle s'écrasera un peu en B et en B′ où la pesanteur est plus forte, et s'allongera en A et A′ où les particules liquides pèsent moins fortement vers le centre. C'est exactement comme si vous preniez entre les mains un globe formé de matières flexibles, en le comprimant tout autour

d'un grand cercle BB' : le globe s'allongerait dans le sens AA'. Nous avons vu que la force centrifuge, qui diminue à l'équateur le poids des corps de $\frac{1}{289}$, a déterminé un renflement équatorial de 5 lieues de poste ; de même, l'influence de l'attraction lunaire, qui diminue d'un dix-millionième* les poids des corps qui ont la Lune au zénith ou au nadir, déterminera un renflement cinquante mille fois plus petit, de 1 ou 2 mètres, aux extrémités du diamètre terrestre AA' dirigé vers notre satellite, et un abaissement sur tout le pourtour du cercle BB'.

La Lune ne reste point immobile ; le diamètre AA', idéalement dirigé vers elle, la suit et tourne en 27 jours $\frac{1}{3}$ autour du centre de la Terre ; donc le renflement auquel nous donnerons désormais son nom de marée, suivra aussi la Lune en se propageant sur la surface liquide du globe, à la manière d'une onde très-peu élevée, mais à large base. Il y a plus, la Lune tourne en un jour lunaire autour du globe (le langage des apparences convient ici aussi bien que celui des réalités) ; par conséquent le diamètre AA' du renflement ou de la marée la suivra encore et tournera comme elle autour du globe en un jour lunaire, élevant les eaux de 1 ou 2 mètres partout où la Lune se trouve au zénith, et les abaissant partout où elle se trouve à l'horizon.

Période des marées. — La durée du jour lunaire se calcule comme celle du jour solaire ** ; elle est de 24^h 51^m de temps moyen. Si, pour simplifier, nous admettons que la Lune se meuve dans le plan de l'équateur terrestre, représenté par le

* Le calcul est simple. La masse de la Lune étant 80 fois moindre que celle de la Terre, un corps dont le poids est p lorsqu'il est à la distance r du centre de la Terre, aurait pour poids $\frac{p}{80}$, à la distance r du centre de la Lune ; à la distance $60r$, ce poids se trouverait réduit à $\frac{p}{80 \times 60^2} = \frac{p}{288\,000}$, dont les trois centièmes ne font que $\frac{p}{9\,600\,000}$. Telle est la quantité dont l'influence de la Lune diminue le poids p, lorsqu'elle passe près de notre zénith ou de celui de nos antipodes.

** Le jour lunaire est l'intervalle de deux passages consécutifs de la Lune au méridien d'un lieu quelconque. La durée de la révolution synodique de la Lune étant de 29,53 jours solaires moyens, elle doit contenir 28,53 jours lunaires ; ainsi 1 jour lunaire $= \frac{29,53}{28,53} = 1,0351$ jour solaire moyen $= 24^h 51^m$ de temps solaire moyen.

cercle ABA'B'; elle fera en $24^h 51^m$ le tour de la Terre supposée immobile. Quand elle passe par le méridien du point A', il y a *marée haute* en A' et en A; il y a marée basse en B et B', points qui voient la Lune se lever ou se coucher; $12^h 25^m$ après, la Lune passe au méridien de A, ou au méridien inférieur de A'; il y a encore une fois marée haute en A et en A' et marée basse en B et B'. Mais quand elle passe au méridien de B ou de B', c'est-à-dire lorsqu'elle se couche ou se lève sur l'horizon de A ou de A', il y a marée haute pour B et B' et marée basse pour les deux autres régions. On voit donc que chaque jour lunaire amènera en un même point A :

Marée haute, au passage de la Lune au méridien supérieur.
Marée basse, au coucher de la Lune.
Marée haute, au passage de la Lune au méridien inférieur.
Marée basse, au lever de la Lune.

C'est à peu près ainsi que les choses se passent dans les régions équatoriales. Dans nos climats, la Lune ne passe jamais au zénith et nous n'avons pas le sommet du renflement produit par la marée; mais la différence est très-faible. En tout cas, l'onde de la marée atteint au même instant les lieux situés sur le méridien par lequel la Lune passe actuellement, ou sur le méridien diamétralement opposé. Il faut excepter cependant les régions polaires qui voient la Lune à l'horizon ou très-près de l'horizon ; là il n'y a jamais de marée proprement dite, car le sommet du renflement ou de l'onde en reste toujours très-éloigné.

Retard des marées. — On se ferait une idée fausse de ces phénomènes en imaginant que les marées se produisent comme des courants, et que le sommet de l'un des deux renflements opposés qui font le tour du globe en $24^h 51^m$, doive entraîner avec lui les corps flottants à la surface des mers. Il n'en est rien; la mer monte ou baisse sur place, pour ainsi dire, et les vaisseaux, en pleine mer, montent ou baissent avec elle sans être plus entraînés par l'onde de la marée, que les petits corps flottants ne le sont par les ondulations qu'on fait naître dans l'eau en y jetant une pierre. Mais comme les deux tiers seulement du globe sont recouverts d'eau (fig. 45), on conçoit que les phénomènes indiqués par la théorie précédente puissent

être modifiés près des continents et des îles. Lorsque la mer monte, elle se répand au loin sur les rivages peu inclinés, et en avançant ainsi, la marée produit un courant extrêmement rapide sur les plages presque horizontales; il en est de même lorsque la marée baisse. De là viennent les noms de *flux* et de *reflux*; de *flot* et de *jusant*, par lesquels on désigne la marée montante ou descendante, la haute ou la basse mer qui, près des côtes, donnent lieu à des courants alternativement dirigés vers la terre et vers la mer. Les continents et les îles produisent d'autres modifications. Lorsque l'onde de la marée arrive près des côtes où la mer s'encaisse dans un canal étroit, comme la Manche, la résistance qu'elle éprouve *ralentit* sa marche. Par un effet assez semblable à celui des vagues qui brisent contre la face inclinée d'un rocher ou d'une digue, l'eau s'élève bien au-dessus du niveau qu'elle eût atteint dans une mer libre, et le phénomène prend alors des proportions considérables.

A Saint-Malo et à Granville, la marée est de 6^m, c'est-à-dire la mer monte de 6^m au-dessus de son niveau moyen à la marée haute, et baisse de la même quantité au-dessous de son niveau moyen à la marée basse. Lorsque toutes les circonstances favorables se trouvent réunies, la hauteur de la marée atteint $7^m,5$. Hors de la Manche, on ne trouve plus sur les côtes de France (sur l'Océan) que des marées de 2^m à 3^m.

Établissement du port. — La résistance que l'approche des terres oppose à la propagation de l'onde de la marée varie suivant les configurations des localités, les découpures des rivages, la profondeur de l'eau, etc. L'heure à laquelle la marée a lieu sous un même méridien ne peut donc être la même pour tous les ports. Comme les résistances dont il s'agit sont, de leur nature, essentiellement constantes, il en est de même des retards qu'elles occasionnent. On a déterminé avec grand soin ces retards que subit la marée pour arriver à tous les points importants du littoral; c'est ce que l'on nomme l'heure de l'établissement du port ou simplement l'*établissement du port*. Par exemple, la mer est haute à la tour de Cordouan, 3 heures 53 minutes après le passage de la Lune au méridien supérieur ou inférieur; ce retard augmente à mesure que l'onde pénètre dans le canal formé par l'embouchure de la Gironde; il est de 5 heures 28 minutes à Blaye et de 6 heures 48 minutes à

Bordeaux. L'établissement du port, à Ouessant, est de 3 heures 46 minutes, de 8 heures à Cherbourg, de 11 heures à Dieppe, etc. Il augmente à mesure que l'onde s'engage dans le canal étroit qui sépare la France de l'Angleterre. Quand on a une fois déterminé par observation ce retard, on peut ensuite calculer d'avance et annoncer, à l'aide des tables astronomiques de la Lune, les heures de la haute ou de la basse mer dans chacun de ces ports.

Les étangs, les lacs, les petites mers telles que la mer Caspienne, n'ont point de marées; cela se comprend, puisque le renflement en A' et en A (fig. 118) suppose un abaissement correspondant à 90° de là, sur le cercle BB', dans une nappe d'eau non interrompue. La Méditerranée est loin d'avoir l'étendue nécessaire pour la production des marées; sa communication avec l'Océan, par le détroit de Gibraltar, est trop restreinte; aussi n'offre-t-elle que de très-faibles oscillations dont on ne s'est aperçu que depuis l'époque récente où ces phénomènes ont été l'objet de recherches suivies.

Marées solaires. — Le Soleil produit un effet complétement analogue à celui de la Lune; mais à cause de sa distance 400 fois plus grande, la marée solaire est plus faible que la marée lunaire, quoique la masse et par conséquent la puissance d'attraction du premier astre soit 28 millions de fois plus grande que celle du second. Les hauteurs de ces deux marées sont entre elles comme 2 est à 5.

Marées des syzygies et des quadratures. — Les deux marées lunaire et solaire coïncident et par conséquent s'ajoutent, lorsque le Soleil et la Lune se trouvent dans la même direction, sur la même droite TL, c'est-à-dire à l'époque des éclipses de Lune et de Soleil. Elles s'ajoutent encore, non plus rigoureusement, mais à peu près, à l'époque des conjonctions ou des oppositions (les syzygies). Mais quand l'angle à la Terre formé par les lignes TL et TS est de 90° (les quadratures), c'est-à-dire vers l'époque du premier ou du dernier quartier, le renflement ou la haute mer produite par la Lune coïncide avec la dépression ou la basse mer produite par le Soleil, et en est diminuée d'autant.

Si donc on désigne par M et m les hauteurs du renflement produit séparément par ces deux astres, on aura $M+m$ pour la hauteur de la marée à l'époque des syzygies et $M-m$ à

l'époque des quadratures*. L'action du Soleil et de la Lune varie naturellement avec leurs distances à la Terre; l'excentricité de l'orbite de la Lune est assez grande pour produire, sous ce rapport, des variations sensibles dans les hauteurs de la marée lunaire. Les plus hautes marées ont lieu quand la Lune est périgée au moment d'une syzygie et surtout d'une éclipse.

Si les vents et les courants ne jouaient aucun rôle dans ces phénomènes, on pourrait prédire toutes les oscillations de la mer en un lieu donné, avec une précision astronomique. Malgré ces influences locales et purement accidentelles, l'accord du calcul des marées avec les faits observés est tel, qu'on peut le présenter comme une des confirmations les plus éclatantes de la théorie de l'attraction.

* La marée lunaire étant toujours prédominante, c'est sur elle que se règlent les retours des marées et non sur la marée solaire dont la période est juste de 12h.

LIVRE CINQUIÈME.

PLANÈTES ET SATELLITES; COMÈTES.

Plus nous avançons dans l'étude du ciel, plus les apparences deviennent complexes; mais les mouvements réels suivent toujours les mêmes lois et gardent la simplicité qui a été signalée, dès l'introduction, dans l'ensemble du système solaire. Cette simplicité même, et l'unité de plan que nous allons vérifier dans les moindres détails de ce système, est un caractère exclusivement propre à l'astronomie moderne. Celle des anciens, au contraire, à mesure qu'elle tentait de pénétrer plus avant dans les phénomènes célestes, allait en se compliquant au point d'inspirer enfin le dégoût aux meilleurs esprits et de justifier même, quant au fond, sinon quant à la forme, la condamnation qui a été formulée par le mot célèbre du promoteur des Tables Alphonsines : « Si j'avais été consulté, l'univers eût été fait autrement. » Aujourd'hui le roi Alphonse tiendrait un autre langage.

Il est inutile de consacrer ici un chapitre à la théorie des mouvements réels; il se réduirait aux lois de Képler et aux explications déjà données sur les attractions des corps célestes que nous venons d'identifier avec la pesanteur. Il suffit de donner un peu plus d'extension à la théorie des mouvements apparents.

CHAPITRE I.

THÉORIE DES MOUVEMENTS APPARENTS; STATIONS ET RÉTROGRADATIONS DES PLANÈTES.

Mouvement apparent d'un point fixe. — Nous avons décrit, pages 133 et 134, les apparences produites par le mouvement

de translation de la Terre, lorsqu'il s'agit d'un point fixe placé, comme le Soleil, au centre de l'orbite terrestre : le spectateur attribue son propre mouvement, en sens inverse, à l'astre autour duquel il tourne réellement.

En examinant le cas plus général où le point immobile est situé dans l'espace d'une manière quelconque, on arrive à des conclusions analogues. Soit T T′ T″.... (fig. 102) l'orbite réelle du spectateur qui se croit immobile en S, centre de ses mouvements ; un point immobile A est vu successivement dans les directions différentes TA, T′A, T″A.... ; le spectateur n'ayant nulle conscience de son propre mouvement, attribuera nécessairement ces changements de direction au point A lui-même et croira que ce point se meut dans l'espace. Or le spectateur se juge immobile en S, au centre de l'orbite qu'il parcourt en réalité ; il suffira donc d'y transporter, parallèlement à elles-mêmes, les diverses directions TA, T′A, T″A pour obtenir l'orbite apparente du point A : ce sera la courbe *a a′ a″* passant par les extrémités des lignes S*a*, S*a′*, S*a″*.... Il est clair, en effet, que la sensation produite sur le spectateur sera exactement la même, soit que le point considéré et le Soleil décrivent les orbites *a a′ a″*...., T T′ T″.... devant un œil immobile en S, soit que le point A et le Soleil S restent immobiles, tandis que l'œil parcourt l'orbite T T′ T″.

Ces mouvements apparents du Soleil et de l'astre fixe s'opèrent tous deux en sens contraire du mouvement réel de la Terre ; car lorsque celle-ci va de T en T′, le spectateur, qui se croit fixe en S, voit le Soleil avancer de T‴ en T⁗, et l'astre fixe marcher de *a* en *a′*. Cependant ces deux orbites apparentes et égales sont parcourues en *sens direct* (p. 135), ainsi que l'indiquent les flèches.

La figure 102 se rapporte au cas où l'astre fixe se trouve dans le plan de l'écliptique. La figure 113 est plus générale : le point fixe A y est placé d'une manière quelconque dans l'espace. T, T′, T″.... représentent encore les positions réelles de l'œil ; S, son lieu fictif ; A, la position réelle de l'astre fixe ; *a*, *a′*, *a″*...., ses positions apparentes, que déterminent les lignes S*a*, S*a′*, S*a″*, S*a‴*.... égales et parallèles aux rayons visuels TA, T′A, T″A, TA‴....

Ainsi, dans tous les cas possibles, en quelque lieu de l'espace que soit placé l'astre fixe, les apparences se produisent comme

si chaque astre décrivait dans l'espace, devant le spectateur immobile, une orbite égale à celle de la Terre.

Mouvements apparents des étoiles. — Le spectateur voit ces orbites apparentes, toujours égales et parallèles à son orbite réelle, sous des angles d'autant moindres que l'astre est plus éloigné : c'est l'angle $a'Sa'''$ des figures 102 et 113. Imaginez que l'astre fixe A soit placé à une distance infiniment grande par rapport aux dimensions de l'orbite terrestre : son orbite apparente, devenue infiniment petite pour nous, cessera d'être perceptible; l'astre A semblera immobile sur la voûte céleste (ici nous faisons abstraction du mouvement de rotation et des apparences qu'il engendre). Tel est le cas de presque toutes les étoiles : l'orbite *apparente* qu'elles décrivent en un an autour de leur position réelle est imperceptible, à moins qu'il ne s'agisse des étoiles les moins éloignées et des moyens de mesure les plus délicats.

Là est la source d'une difficulté que l'on opposa tout d'abord au système de Copernic. Si la Terre se meut dans l'écliptique et décrit, en un an, une orbite autour du Soleil, on comprend bien, disait-on, par quelle illusion le spectateur, qui se croit immobile, transporte involontairement au Soleil son propre mouvement; on comprend que le Soleil décrive, en un an, une orbite apparente égale à l'orbite réelle de la Terre; mais alors il en sera de même de tout autre point fixe; chaque étoile devra décrire aussi, en un an, une orbite apparente, que nous verrons sous un angle d'autant plus grand que l'étoile sera moins éloignée. Or on n'aperçoit point de tels mouvements parmi les étoiles; donc la Terre ne se meut pas.

Les partisans de Copernic répondaient que, si les étoiles ne nous présentent point de telles apparences, c'est que leur distance est sans doute comme infinie par rapport aux dimensions de l'orbite terrestre*. La réplique était juste; cependant il était à désirer qu'on pût mettre à profit la puissance croissante des instruments d'optique pour voir enfin ces petites orbites appa-

* Aristarque de Samos avait fait déjà cette réponse à ceux qui attaquaient le système des Pythagoriciens; il disait : l'orbite de la terre est à la distance des étoiles, comme le centre d'un cercle est à la circonférence. C'était dire que cette orbite se réduit à un point, qu'elle est comme nulle par rapport à la distance des fixes.

rentes que les étoiles doivent décrire en un an, sur la voûte céleste. On y est parvenu dans ces derniers temps, comme nous le verrons bientôt, et l'on a démontré par là, de la manière la plus directe, sinon la plus décisive, la vérité du système copernicien.

L'orbite apparente décrite par un point réellement fixe n'étant autre chose que l'orbite terrestre transportée parallèlement à elle-même jusqu'à la région où se trouve ce point (fig. 113), il est évident qu'elle sera vue du point S sous une obliquité d'autant plus grande, que le point A est lui-même plus rapproché du plan SE de l'écliptique. Or un cercle vu obliquement paraît une ellipse; la perspective d'un cercle devient même un simple trait lorsque son plan passe par l'œil du spectateur. C'est le cas de la figure 102 : l'orbite apparente $aa'a''a'''$ se réduit en perspective, pour l'œil fictivement placé en S, à un simple trait que le point a parcourt de a' en a'', pendant les six mois que la Terre met à décrire l'arc T'T''T''', et de a'' en a', pendant que la Terre va de T''' en T'. Il semble ainsi que l'astre A oscille chaque année de a' en a''' et de a''' en a'; son mouvement apparent est direct pendant six mois, et rétrograde pendant les six mois suivants. De plus il y a deux époques remarquables où l'astre paraît stationnaire : ce sont celles où son mouvement, d'abord direct, va devenir rétrograde ou réciproquement. Il est aisé de voir que les stations ont lieu en a' et en a''', où les rayons visuels Sa' et Sa''' touchent l'orbite apparente, car l'astre se meut alors dans le sens du rayon visuel, et nous semble immobile aussi longtemps que la direction où nous le voyons ne change pas sensiblement.

Il y a donc quatre *aspects* principaux à distinguer dans la figure 102; le mouvement de l'astre paraît

Direct vers la conjonction,
Nul vers les quadratures,
Rétrograde vers l'opposition.

Pour peu que le point A se trouve hors du plan où se meut la Terre, son orbite apparente cesse de se projeter sur le ciel suivant un arc de l'écliptique; sa perspective devient une sorte d'ellipse sphérique très-aplatie, qui présente des phénomènes analogues de station vers les deux extrémités, et de mouvement

alternativement direct et rétrograde dans ses deux moitiés supérieure et inférieure.

Mouvements apparents des planètes. — Leur explication résulte aisément de ce qui précède. Soient PP′P″ (fig. 103) l'orbite d'une planète, *tt′t″* celle de la Terre; S le Soleil, centre de ces orbites que nous supposerons circulaires. Si la planète P était immobile, vue de la Terre elle paraîtrait décrire, en un an, un cercle *pp′p″* égal à l'orbite terrestre; mais comme elle se meut en réalité avec une vitesse plus ou moins grande, selon sa distance au Soleil, son mouvement propre se combinera avec le mouvement apparent, et l'effet produit en sera la résultante. Les phénomènes se passeront donc, pour le spectateur terrestre qui se croit immobile en S, comme si la planète décrivait en un an le cercle *pp′p″*, pendant que le centre P de ce cercle parcourrait l'orbite PP′P″ avec la vitesse réelle de la planète. La courbe qui résulte de cette combinaison de mouvement est connue, en Géométrie, sous le nom d'*épicycloïde**. Si l'orbite PP′P″ de la planète est située dans le plan de l'orbite terrestre, la perspective de cette épicycloïde se confondra avec le cercle de l'écliptique; sinon la perspective sera une courbe assez compliquée, assez semblable au trait curviligne en zigzag qui surmonte la figure 103.

Stations et rétrogradations. — En suivant la marche apparente de la planète dans son épicycloïde, on voit aisément que de π en π' cette marche est rétrograde; que la planète devient stationnaire en π', parce que l'élément de sa trajectoire apparente est alors dirigé vers l'observateur; qu'après la station en π', sa marche devient directe jusqu'en π''; là se produit une nouvelle station apparente, suivie d'une nouvelle rétrogradation, et ainsi de suite, indéfiniment. D'après ce qui a été dit sur les mouvements apparents d'un point fixe, on comprend que les stations auront lieu vers les quadratures (lorsque l'angle à la Terre dans le triangle variable STP est de 90°); qu'elle paraît rétrograde, quand elle est en opposition, et directe vers la conjonction. Comme les arcs décrits d'un mouvement direct

* C'est une courbe de ce genre que la Lune parcourt *effectivement* dans l'espace, en vertu de son double mouvement de translation autour de la Terre et autour du Soleil. Mais, dans l'épicycloïde lunaire, les boucles de la figure 103 sont remplacées par de simples points de rebroussement.

l'emportent en étendue sur les arcs de rétrogradation, la planète finit toujours par achever le tour entier du ciel et par revenir à son point de départ.

Tout ce que nous venons de déduire *a priori* de pures considérations géométriques, se retrouve de point en point dans les apparences que les planètes présentent. En déterminant, jour par jour, à l'aide des instruments méridiens, les ascensions droites et les déclinaisons des planètes, puis en marquant leurs positions successives sur un globe céleste, on trouve que leur trajectoire apparente se compose effectivement d'une série de festons ou de zigzags compliqués, où la planète a été successivement directe vers la conjonction, stationnaire vers les quadratures, rétrograde en opposition, etc... Ces mouvements compliqués ont fait le désespoir des anciens astronomes qui ne savaient guère les concilier avec l'immobilité de la Terre. Et pourtant « il s'est trouvé, dit Sénèque, des philosophes qui « leur disaient : vous vous trompez en croyant qu'il y ait des « astres qui rétrogradent et s'arrêtent; cette bizarrerie ne peut « avoir lieu dans les corps célestes; ils vont du côté où ils ont « été lancés; ils ne suspendent jamais leur cours; ils ne chan- « gent jamais le sens de leur marche. C'est le Soleil qui en est la « cause, car leurs orbes ou leurs cercles sont placés de manière « à nous tromper dans certains temps, ainsi qu'on croit sou- « vent voir immobile un vaisseau qui vogue pourtant à pleines « voile *. » C'est précisément l'explication que nous venons de donner avec plus de détails.

CHAPITRE II.

ORBITES DES PLANÈTES; RÉVOLUTIONS SYNODIQUES ET SIDÉRALES DES PLANÈTES; LEURS DISTANCES AU SOLEIL. — PARALLAXE DU SOLEIL.

Orbites des planètes. — Toute cette apparente complication disparaîtrait si l'observateur était placé au centre des mouvements planétaires, c'est-à-dire sur le Soleil. Alors il verrait

* *Quæst. nat.*, lib. VII, cap. xxv et xxvi.

chaque planète circuler autour de lui, toujours dans le même sens, de même que nous voyons la Lune parcourir autour de nous son orbite réelle sans jamais rétrograder. Il rapporterait les positions successives de chaque planète à un plan fixe, tel que l'écliptique; il déterminerait de jour en jour sa longitude et sa latitude *héliocentriques* (vues du centre du Soleil); puis, en procédant comme nous avons fait pour le Soleil et la Lune, il déterminerait l'orbite de chaque planète, la forme et les dimensions de son ellipse. Mais l'observateur placé sur la Terre ne peut mesurer ces coordonnées héliocentriques; il ne mesure que des ascensions droites et des déclinaisons, et, par suite, des longitudes et des latitudes *géocentriques* (rapportées au centre de la Terre). Il s'agit de comprendre comment les astronomes ont pu passer, pour ainsi dire, de la Terre sur le Soleil, et réduire au centre du Soleil des directions observées sur la Terre. Ce simple énoncé suffit pour faire pressentir l'analogie du problème ainsi posé avec celui que nous avons traité si souvent sous le nom de parallaxe, lorsqu'il s'agissait de réduire au centre de la Terre des directions observées de la surface.

Révolution sidérale d'une planète. — D'abord il est deux positions où l'observateur terrestre voit une planète quelconque dans la même direction que s'il était sur le Soleil, à savoir, l'opposition et la conjonction. Quand une planète est en conjonction, sa longitude géocentrique et sa longitude héliocentrique sont les mêmes; elles diffèrent juste de 180° quand la planète est en opposition. On peut donc déterminer, de la Terre, la durée de la révolution d'une planète autour du Soleil; il suffit pour cela d'observer les oppositions successives de cette planète, jusqu'à ce qu'elle soit revenue à la même étoile. L'intervalle de ces deux retours est la durée de la révolution sidérale, car l'observateur placé sur la Terre et l'observateur placé sur le Soleil auraient vu, tous deux, la planète revenir au cercle de latitude qui passe par l'étoile prise pour point de repère.

Révolution synodique d'une planète. — Il n'est même pas nécessaire de guetter ainsi les époques où la planète se trouve à la fois en opposition avec le Soleil et dans la direction d'une certaine étoile; il est beaucoup plus simple de déterminer l'intervalle de temps qui sépare deux oppositions consécutives,

c'est-à-dire la durée de la révolution synodique. On en déduit ensuite, comme nous avons fait pour la Lune (p. 265), la durée de la révolution sidérale. C'est encore le problème des rencontres successives des aiguilles d'une montre que nous retrouvons ici. Soient T et T' les périodes sidérales de la Terre et de la planète : leurs vitesses angulaires seront $\frac{360^\circ}{T} = V$ et $\frac{360^\circ}{T'} = V'$, et l'on aura, pour l'intervalle S de deux rencontres successives,

$$S = \frac{360^\circ}{V - V'} \quad \text{ou} \quad \frac{360^\circ}{V' - V},$$

suivant que la planète est plus loin ou plus proche du Soleil que la Terre. Réciproquement, lorsque l'observation aura fourni la durée S de la révolution synodique, on déduira V' de la relation $S = \frac{360^\circ}{V - V'}$ et de V' on tirera T' par la formule $V' = \frac{360^\circ}{T'}$. C'est ainsi que les anciens ont pu déterminer fort exactement les révolutions sidérales des planètes visibles à l'œil nu (voy. le *Tableau des Éléments du système solaire*, p. 331).

Distances des planètes au Soleil. — Les anciens ne les ont jamais connues, même par à peu près. Ils présumaient que les planètes les plus lentes étaient les plus éloignées de la Terre immobile, et voilà tout. Mais lorsque Copernic eut adopté le système des Pythagoriciens, ce grand homme y découvrit aussitôt le moyen de déterminer les distances des planètes au Soleil, par une espèce de triangulation dont l'orbite terrestre lui fournissait la base. Soient TT' (fig. 105) l'orbite de la Terre et PP' celle d'une planète dont il s'agit de déterminer la distance au Soleil SP ou SP'. Supposons que la planète ait été observée à deux époques rapprochées, une première fois en P, lorsqu'elle était en opposition avec le Soleil, la seconde fois en P'.

Menons la ligne SP'; la résolution du triangle P'T'S donnerait évidemment la distance cherchée SP'. Dans ce triangle, on connaît la base ST' : c'est la distance du Soleil à la Terre. On connaît aussi les angles à la base, car l'angle P'T'S est l'écartement angulaire, toujours mesurable, de la planète au Soleil; quant à l'angle T'SP' = T'ST − P'SP, on le calcule comme il suit.

La durée de la révolution de la Terre et celle de la planète ayant été précédemment déterminées, on en déduit leurs vi-

tesses angulaires, et par suite les deux angles T'ST et P'SP qu'elles ont décrit autour du Soleil dans l'intervalle des observations; leur différence donne le deuxième angle à la base du triangle qu'il s'agit de résoudre. Ensuite on a évidemment

$$\frac{SP'}{ST'} \quad \text{ou} \quad \frac{R}{R'} = \frac{\sin T'}{\sin T'SP'}, \quad \text{et} \quad R' = \frac{R.\sin T}{\sin T'SP'}.$$

Ce procédé est tout à fait identique à celui dont nous avons fait usage (p. 146) pour déterminer la parallaxe et la distance des astres au centre de la Terre. La seule différence consiste en ceci : dans un cas, on prend pour base ST' = R ou le rayon de l'orbite terrestre; dans l'autre cas, la base est le rayon de la Terre. Mais cette seconde base de 1600 lieues, nécessairement fort petite par rapport aux distances qui nous séparent des autres planètes, ne donnerait presque jamais que des triangles désavantageux, tandis que la base fournie par l'orbite terrestre est de 38 millions de lieues.

C'est par là surtout que l'astronomie des anciens diffère de la science moderne. Quand on suppose la Terre immobile, les astronomes ne peuvent se donner une base qu'en marchant sur le globe terrestre; tout ce qu'ils peuvent faire, c'est de se poster aux deux extrémités d'un diamètre de la Terre. Mais quand on admet le mouvement annuel de la Terre, il suffit d'attendre six mois pour se trouver alternativement aux deux extrémités d'un diamètre de l'orbite; au lieu d'un déplacement et d'une base de 3200 lieues au maximum, on opère sur une base de 76 millions de lieues. Que l'on juge, d'après cela, du degré de précision auquel on peut atteindre par de semblables triangulations basées sur le diamètre même de notre orbite.

Voilà comment Képler a déterminé la forme des orbites planétaires; c'est par une sorte de géodésie céleste qu'il a pu mesurer la distance de Mars au Soleil en différents points de son orbite, étudier la forme de sa trajectoire et démontrer qu'elle est une ellipse dont le Soleil occupe le foyer.

C'est en comparant les distances des planètes au Soleil, mesurées par ces procédés, que Képler a découvert sa troisième loi : les carrés des temps des révolutions de deux planètes quelconques sont entre eux comme les cubes de leurs moyennes distances au Soleil. Par exemple, on a (p. 331) 1 et 1,52369 pour

les distances moyennes de la Terre et de Mars au Soleil; $365^j,256$ et $686^j,980$ pour durées de leurs révolutions sidérales; si la troisième loi de Képler est vraie, il faut que

$$\frac{365,256^2}{1^3}=\frac{686,980^2}{1,52369^3};$$

le premier membre est égal à 133 412, et le second à 133 413. Pour Uranus, le rapport analogue est

$$\frac{30686,821^2}{19,18239^3}=133\,412.$$

Ce rapport est donc sensiblement le même pour toutes les planètes.

Lorsque Copernic et Képler déterminèrent ainsi les distances des planètes au Soleil, à l'aide de triangulations appuyées sur le diamètre ou le rayon de l'orbite terrestre, ils prenaient ce rayon pour unité de longueur, mais ils n'auraient pu en assigner la valeur en toises ou en lieues, car la parallaxe du Soleil, et par conséquent sa distance ST′ (fig. 105), n'étaient pas encore connues. Ce n'était donc pas la longueur absolue du rayon vecteur de chaque planète qu'ils obtenaient, mais seulement le rapport de ce rayon vecteur avec celui de la Terre : la résolution du triangle ST′P′ où les angles seuls étaient connus, ne pouvait donner que le rapport des côtés SP′, ST′. Toute l'astronomie a été faite ainsi, jusqu'au milieu du dernier siècle, sans que l'on sût précisément ce que valait en toises ou en lieues l'unité linéaire à l'aide de laquelle on exprimait en nombres les distances mutuelles des astres. Le système entier des planètes (p. 331) et les Tables de leurs mouvements étaient, sous les yeux des astronomes, comme une carte géographique très-précise, très-bien exécutée, où l'on peut mesurer les angles et les rapports des distances, mais dont on ignorerait entièrement l'échelle. Que fallait-il donc faire pour déterminer cette échelle, pour exprimer en lieues toutes les distances dont les rapports seuls étaient connus? Il suffisait d'en toiser une, et comme les régions de l'espace ne sont pas toutes également accessibles, il fallait choisir, entre toutes, la plus courte, la plus facile à mesurer avec exactitude. C'est ce que fit notre grand astronome La Caille : il choisit la distance de la

Terre à Mars, une des deux planètes qui s'approchent le plus de la Terre à certaines époques parfaitement connues.

La Caille, au cap de Bonne-Espérance et Lalande, à Berlin, choisirent une de ces époques favorables où la distance de Mars est aussi petite que possible, et ils la *toisèrent* à l'aide d'une base terrestre (la distance du Cap à Berlin), dont ils savaient la longueur en toises (p. 146). Or les Tables astronomiques donnaient avec exactitude, pour l'époque de ces observations, la distance Δ de Mars à la Terre, exprimée en parties du rayon R de l'orbite terrestre, c'est-à-dire le rapport $\frac{\Delta}{R}$. La longueur absolue de Δ étant mesurée, celle de R s'en déduisit immédiatement, de même que les autres dimensions de notre monde solaire. Dès que R se trouve exprimé en toises, on en déduit la parallaxe du Soleil ou $\frac{r}{R}$ (p. 146), car le rayon r du globe terrestre est lui-même parfaitement connu.

On voit par quels moyens détournés on est parvenu à connaître enfin la distance et la parallaxe du Soleil. S'il eût fallu la mesurer directement, on eût échoué sans aucun doute, parce que cette distance est trop grande pour une base terrestre, parce que le triangle déterminateur eût été par trop *désavantageux*. En opérant, à l'aide de la même base, sur la plus courte distance de Mars à la Terre, la triangulation devait réussir beaucoup mieux.

Vénus aussi passe très-près de la Terre; la mesure de sa distance peut donner les mêmes résultats; nous verrons bientôt comment elle a été obtenue.

CHAPITRE III.

TABLEAU GÉNÉRAL DU MONDE SOLAIRE; ZONE ZODIACALE; PLANÈTES INTÉRIEURES ET PLANÈTES EXTÉRIEURES A L'ORBITE DE LA TERRE; PHASES DES PLANÈTES.

La figure 1 donne une idée générale du monde solaire quant au nombre des orbites, à leur distribution dans l'espace, et aux mondes partiels formés par les satellites de plusieurs planètes.

Les anciens ne connaissaient que les cinq planètes visibles à l'œil nu : Mercure, Vénus, Mars, Jupiter et Saturne; la Terre dont l'orbite est placée entre celles de Vénus et de Mars, et la Lune, satellite de la Terre. On a vu dans une note de la page 212 les signes ou symboles que les anciens leur avaient assignés. Depuis l'invention des lunettes et des télescopes, on a découvert successivement les quatre satellites de Jupiter, les huit satellites de Saturne et l'anneau dont cette planète est entourée, Uranus et ses six satellites, Neptune et son satellite, enfin quinze très-petites planètes qui circulent entre l'orbite de Mars et celle de Jupiter.

Ainsi le monde solaire contient aujourd'hui, outre le Soleil, 23 planètes et 21 satellites, y compris l'anneau de Saturne.

Pour être en état d'assigner la position qu'une planète doit occuper à un instant donné, dans le monde solaire, et, par suite, la direction où elle sera vue de la Terre, il faut connaître les éléments de l'orbite qu'elle décrit autour du Soleil, à savoir :

1° *L'inclinaison* du plan de l'orbite sur l'écliptique;
2° *La longitude du nœud ascendant;*
3° *Le demi-grand axe* de l'ellipse*;
4° *L'excentricité* de l'ellipse**;
5° *La longitude du périhélie;*
6° *La longitude de la planète* à une époque donnée.

La durée de la révolution sidérale étant connue, on peut en déduire le demi-grand axe par la troisième loi de Képler, ou réciproquement; c'est pourquoi elle n'a pas été comprise parmi les 6 éléments précédents où figure déjà le demi-grand axe. Enfin, pour tenir compte des attractions mutuelles des planètes, il faut connaître un 7e élément, la masse de chacune d'elles, ou du moins les rapports de ces masses à celle du Soleil.

Les tableaux suivants contiennent, pour chacun de ces astres, les éléments les plus intéressants.

---

* Ou distance moyenne de la planète au Soleil. Celle de la Terre est prise pour unité.

** C'est le rapport entre la distance qui sépare le foyer du centre et le demi-grand axe.

Eléments astronomiques du système solaire.

1° *Planètes principales.*

NOMS.	SIGNES.	RÉVOLUTION SIDÉRALE nombre rond d'années.	RÉVOLUTION SIDÉRALE en jours moyens	DISTANCE moyenne au Soleil.	EXCENTRICITÉ la distance moyenne étant 1.	INCLINAISON de l'orbite sur le plan de l'écliptique.	MASSE celle du Soleil étant 1.
Mercure......	☿	»	87^{j},969	0,38710	0,20562	7° 0' 13"	$\frac{1}{4000000}$
Vénus........	♀	»	224,701	0,72333	0,00682	3 23 31	$\frac{1}{400000}$
La Terre......	♁	1	365,256	1,00000	0,01678	» » »	$\frac{1}{355000}$
Mars........	♂	2	686,980	1,52369	0,09325	1 51 6	$\frac{1}{2700000}$
Petites planètes	...	...	....	....	....	......	.....
Jupiter.......	♃	12	4332,585	5,20277	0,04822	1 18 42	$\frac{1}{1050}$
Saturne......	♄	29	10759,220	9,53885	0,05603	2 29 30	$\frac{1}{3500}$
Uranus.......	♅	84	30686,821	19,18239	0,04660	0 46 29	$\frac{1}{24000}$
Neptune......	♆	165	60127	30,04	0,00872	1 47	$\frac{1}{18000}$

2° *Petites planètes situées entre Mars et Jupiter.*

NOMS.	RÉVOLUTION sidérale en jours moyens.	DISTANCE moyenne au Soleil.	EXCENTRICITÉ la distance moyenne étant 1.	INCLINAISON de l'orbite sur le plan de l'écliptique.
Flore	1193^{j}	2,201	0,157	5° 53'
Clio...........	1303	2,335	0,218	8 23
Vesta	1326	2,362	0,089	7 8
Iris...........	1345	2,385	0,232	5 28
Métis	1346	2,386	0,122	5 36
Hébé..........	1380	2,426	0,201	14 47
Parthénope	1401	2,451	0,100	4 37
Astrée	1511	2,577	0,188	5 19
Égérie	1513	2,579	0,086	16 33
Irène	1517	2,584	0,169	9 6
Eunomie	1571	2,648	0,154	11 44
Junon.........	1593	2,669	0,256	13 3
Cérès	1681	2,767	0,076	10 37
Pallas.........	1686	2,772	0,242	34 37
Hygie.........	2075	3,151	0,120	3 47

3° *Satellites.*

NOMS.		DURÉE de la révolution.	DISTANCE le rayon de la planète étant 1.	MASSE celle de la planète étant 1.
Satellite de la Terre.	la Lune.	27j,32166	60,3414	0,0123
Satellites de Jupiter.	1er	1j,7691	6,0485	0,000017
	2e	3 ,5512	9,6235	0,000023
	3e	7 ,1546	15,3502	0,000088
	4e	16 ,6888	26,9983	0,000043
Satellites de Saturne.	1er	0j,943	3,35	
	2e	1 ,370	4,30	
	3e	1 ,888	5,28	
	4e	2 ,739	6,82	
	5e	4 ,517	9,52	
	6e	15 ,945	22,08	
	7e	22 ,5	27,78	
	8e	79 ,330	64,36	
Satellites * d'Uranus.	1er	5j,893	13,12	
	2e	8 ,707	17,02	
	3e	10 ,961	19,85	
	4e	13 ,456	22,75	
	5e	38 ,075	45,51	
	6e	107 ,694	91,01	
Satellite de Neptune.	1er	5j,880	8,9	

* Les satellites d'Uranus ont été découverts par Herschel; le 2e et le 4e ont seuls été réobservés par d'autres astronomes. Ils ne peuvent être vus qu'avec l'aide des plus puissants télescopes.

Eléments physiques du système solaire.

NOMS.	DURÉE de la rotation en temps moyen.	APLATISSEMENT.	DIAMÈTRE	VOLUME	MASSE	DENSITÉ MOYENNE rapportée à celle DE LA TERRE.	DE L'EAU.	PESANTEUR à la surface.	INTENSITÉ de la lumière et de la chaleur solaires.
			ceux de la Terre étant pris pour unités.						
	j h m s								
Le Soleil....	25 12 » »	insensible.	112	1415000	355500	0,25	1,4	28	»
Mercure....	24 5 »	insensible.	0,39	$\frac{1}{17}$	$\frac{1}{14}$	1,23	6,8	$\frac{1}{2}$	6,7
Vénus......	23 21 21	insensible.	0,99	1	1	0,91	5,1	1	1,9
La Terre....	23 56 4	$\frac{1}{299}$	1	1	1	1	5,5	1	1
Mars.......	24 37 22	insensible.	0,52	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{8}$	0,97	5,4	$\frac{1}{2}$	0,4
Vesta......	» » »	»	0,004	$\frac{1}{17700}$	»	»	»	»	0,2
Pallas......	» » »	»	0,084	$\frac{1}{1660}$	»	»	»	»	0,2
Jupiter.....	9 55 26	$\frac{1}{16}$	11,64	1491	339	0,23	1,3	2 $\frac{1}{2}$	0,04
Saturne	10 29 17	$\frac{1}{10}$	9,02	772	102	0,13	0,7	1	1,01
Uranus.....	» » »	$\frac{1}{5}$	4,34	87	15	0,17	0,9	$\frac{2}{3}$	0,003
Neptune....	» » »	»	4,8	77	25	0,32	1,8	1 $\frac{1}{3}$	0,001
La Lune....	La durée de la rotation est égale à celle de la révolution autour de la planète centrale.	insensible.	0,27	$\frac{1}{50}$	$\frac{1}{81}$	0,62	3,4	$\frac{1}{6}$	1
Satellites de Jupiter. 1er		»	0,34	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{170}$	0,20	1,1	$\frac{1}{15}$	0,04
2e		»	0,21	$\frac{1}{47}$	$\frac{1}{128}$	0,37	2,0	$\frac{1}{16}$	0,04
3e		»	0,45	$\frac{1}{11}$	$\frac{1}{33}$	0,23	1,3	$\frac{1}{7}$	0,04
4e		»	0,39	$\frac{1}{17}$	$\frac{1}{70}$	0,25	1,4	$\frac{1}{16}$	0,04

Zone zodiacale. — Sauf les petites planètes qui forment un groupe à part, toutes les autres ont des orbites très-peu inclinées sur le plan de l'écliptique. Si toutes ces faibles inclinaisons étaient rigoureusement nulles, un œil placé n'importe où, dans le plan général de ces orbites, sur la Terre, par exemple, verrait les perspectives de ces orbites sur la sphère céleste coïncider avec le cercle de l'écliptique qui, lui-même, est la perspective de l'orbite de la Terre; jamais les planètes ne s'écarteraient de ce cercle qu'elles parcourraient en des temps différents et d'un mouvement tantôt direct, tantôt rétrograde. A cause de la légère inclinaison mutuelle des diverses orbites, les mouvements apparents des planètes dessinent sur le ciel les courbes compliquées dont il a été question dans le chapitre I (p. 323). Ces courbes s'écartent plus ou moins du cercle de l'écliptique qu'elles coupent chacune en deux points diamétralement opposés, mais elles ne sortent jamais d'une zone très-étroite, large de 17° environ. Les anciens lui ont donné le nom de *zodiaque*, parce que l'écliptique (ὁ ζωδιακὸς κύκλος) en occupe le milieu (p. 167). L'existence de cette zone tient à la faible inclinaison mutuelle des orbites planétaires, et aux grandes distances qui les séparent. Si l'orbite terrestre était très-voisine de celle de Vénus, nous verrions de temps en temps* cette planète se projeter sur la sphère céleste beaucoup plus loin de l'écliptique, et sortir des limites actuelles de la zone zodiacale; celles-ci répondent à la constitution même du monde solaire.

Planètes intérieures. — On nomme ainsi Mercure et Vénus dont les orbites se trouvent comprises dans celles de la Terre. Les planètes qui circulent en dehors de notre orbite sont dites *extérieures* **.

Évidemment les planètes intérieures ne peuvent être vues à l'opposite du Soleil; jamais Mercure ni Vénus ne peuvent être en opposition, mais seulement en conjonction avec le Soleil. Les planètes extérieures se présentent sous ces deux aspects.

* Aux époques où Vénus, parcourant l'arc de son ellipse qui s'écarte le plus du plan de l'écliptique, se trouverait en même temps très-près de la Terre.

** On dit aussi planètes *inférieures* et planètes *supérieures*.

Vénus (ou Mercure) est en conjonction lorsqu'elle se trouve sur la droite TS (fig. 104), qui joint le Soleil à la Terre, ou plutôt lorsque ces trois astres sont situés dans un même plan perpendiculaire à l'écliptique ; mais elle peut être en conjonction de deux manières, d'abord en V, entre la Terre et le Soleil, puis en V''' au delà du Soleil. Dans le premier cas, la conjonction est *intérieure;* elle est dite *extérieure* dans le second cas.

Phases des planètes intérieures. — La distinction que nous venons de faire est essentielle. Les planètes intérieures nous présentent des phases complétement analogues à celles de la Lune, tandis que les planètes extérieures sont toujours *pleines* pour nous, sauf Mars dont le disque paraît un peu échancré quand il est en quadrature. Il est inutile de répéter ici des explications tout à fait semblables à celles que nous avons déjà données sur les phases de la Lune (p. 255); il nous suffira de rappeler que la partie obscure du disque d'une planète est le fuseau compris entre le cercle d'illumination *ii'* (fig. 104) et le cercle de visibilité *vv'*; que le plan du premier étant perpendiculaire à la ligne SV', et le plan du deuxième à la droite TV', leur angle, ou l'angle du fuseau non éclairé est égal à l'angle en V' du triangle V'ST. Cet angle est de 180° vers la conjonction intérieure ; le fuseau obscur et tourné vers la Terre est alors lui-même de 180°, et Vénus est invisible comme la Lune quand elle est nouvelle. Vers la conjonction extérieure, l'angle SV'''T est nul ainsi que le fuseau obscur ; alors le disque entier est visible comme la pleine Lune; mais la planète étant alors aussi éloignée que possible de la Terre, son diamètre apparent est le plus petit possible. Ce diamètre augmente à mesure que l'astre se rapproche de nous, mais en même temps l'angle en V augmente ainsi que la partie invisible du disque.

Digressions. — Lorsque l'angle en V est droit, la phase est analogue au premier ou dernier quartier de la Lune; l'angle en T ou la distance angulaire V'ST de la planète au Soleil a atteint son maximum. Cet angle porte le nom de *digression* orientale ou occidentale, suivant que la planète est vue de la Terre à gauche ou à droite du Soleil. Il est facile de conclure de la figure et de ce qui a été dit sur les mouvements apparents, que la planète, vue du point T, doit paraître rétrograde vers la conjonction intérieure en V, jusqu'à ce qu'elle ait atteint sa

digression occidentale en V′; là elle paraît stationnaire pendant quelque temps, parce que son mouvement est dirigé vers le spectateur. Ensuite son mouvement angulaire devient direct, la planète se rapproche du Soleil, passe derrière lui, un peu au-dessus ou au-dessous suivant l'inclinaison de son orbite, et atteint sa digression orientale. Là, nouvelle station, suivie d'un mouvement rétrograde d'abord très-lent, puis par degrés plus rapide, jusqu'à la conjonction intérieure en V. La Terre ne reste point immobile en T, comme l'indique la figure, mais pour se rendre compte des phases, on peut négliger son mouvement.

Phases des planètes extérieures. — La seule planète extérieure qui ait des phases sensibles est Mars; les autres sont trop éloignées de la Terre pour que leur disque nous paraisse jamais échancré. Soit M (fig. 104) une planète extérieure; l'angle en M du triangle STM est égal à l'angle du fuseau non éclairé sur l'hémisphère qui nous regarde. Cet angle M est nécessairement aigu dans toutes les positions de la planète M par rapport à la Terre et au Soleil; son maximum a lieu quand la planète est en quadrature* et alors on a $\sin M = \frac{ST}{SM} =$ le rapport du rayon vecteur de la Terre à celui de la planète extérieure. En prenant ces rapports dans la table des éléments du système solaire, on trouve que l'arc du fuseau non éclairé, c'est-à-dire l'échancrure du disque au moment de la quadrature, est

Pour Mars. . . . . 41°
Pour Jupiter. . . . 11°
Pour Saturne . . . 9°.

Comme l'arc du fuseau non éclairé se projette orthographiquement sur le bord du disque de la planète, l'échancrure se réduit à 0,123 du diamètre total pour Mars, à 0,010 pour Jupiter, et à 0,006 pour Saturne. Ainsi, même à l'époque de la quadrature, la portion non éclairée du disque de Jupiter ou de Saturne est insensible; mais, pour Mars, cette partie non éclairée forme le huitième du diamètre apparent. Vers les quadratures,

* Il n'y a que les planètes extérieures, ou la Lune, qui puissent être en quadrature.

Mars ressemble donc, quant à la phase, à la Lune quatre jours avant ou après l'opposition, lorsqu'elle n'est pas tout à fait pleine.

CHAPITRE IV.

MONOGRAPHIES PLANÉTAIRES. — MERCURE ET VÉNUS; PASSAGES DE VÉNUS SUR LE SOLEIL. — MARS. — JUPITER. — SATELLITES DE JUPITER; VITESSE DE LA LUMIÈRE. — ANNEAU DE SATURNE. — DÉCOUVERTE DE NEPTUNE.

Planètes intérieures : Mercure et Vénus. — Mercure est rarement visible à l'œil nu, parce que ses digressions ou ses plus grandes distances angulaires au Soleil ne dépassent jamais 28°; l'éclat du Soleil toujours voisin empêche de le distinguer autrement qu'avec des lunettes un peu puissantes; au reste ses phases sont les mêmes que celles de Vénus. Mercure est trop loin de la Terre pour qu'on ait pu distinguer bien nettement les particularités de sa surface; on croit qu'il a une atmosphère, des montagnes, etc..., mais on connaît parfaitement les lois de ses mouvements.

Tout le monde connaît la planète Vénus sous le nom d'étoile du soir ou d'étoile du matin. Le 12 mai 1852, jour de la digression orientale, elle se couchera quatre heures après le Soleil, dans nos climats; pendant les six premiers mois de l'année, elle sera étoile du soir (le *Vesper* des anciens). Le 21 juillet, elle se trouvera en conjonction inférieure avec le Soleil. Bientôt après, elle reparaîtra comme étoile du matin (*Lucifer*) et son lever précédera celui du Soleil jusqu'à la fin de l'année. Son éclat est tel, qu'on la voit quelquefois à l'œil nu et en plein jour (c'est ce qui arrive très-fréquemment sous le beau ciel de notre Algérie). La figure 109 représente les principales phases de Vénus. Ses digressions ne dépassent point 48°.

Passages de Vénus sur le Soleil. — A l'époque où Vénus est en conjonction inférieure, elle peut produire une espèce d'éclipse annulaire (p. 277), ou plutôt nous cacher une petite portion circulaire du Soleil. Mais il ne suffit pas que la planète

soit en conjonction; il faut encore (comme pour les éclipses produites par la Lune) que l'astre soit très-près du plan de l'écliptique et par conséquent de l'un de ses nœuds. Alors la planète apparaît sur le disque du Soleil, comme une tache noire parfaitement ronde *, qu'il est impossible de confondre avec les taches propres du Soleil. Celles-ci sont ordinairement entourées d'une pénombre; leurs contours très-irréguliers se rétrécissent dans un sens, par un effet de projection orthographique (p. 97), quand les taches se rapprochent des bords du Soleil; enfin elles mettent 14 jours à aller d'un bord à l'autre, de l'est à l'ouest. Vénus, au contraire, traverse le disque entier du Soleil en 5 ou 6 heures (aussi de l'est à l'ouest, parce que son mouvement apparent est alors rétrograde); elle va, avec la même vitesse, d'un bout à l'autre du diamètre solaire qu'elle décrit; son disque noir est parfaitement rond, sans pénombre, et conserve la même forme sur les bords comme au milieu du Soleil. Il en est de même de Mercure, quand il passe sur le Soleil; mais le diamètre du disque de Vénus est alors 5 fois plus grand (1′ environ, $\frac{1}{30}$ du diamètre du Soleil) que celui de Mercure.

Ces passages se reproduisent périodiquement comme les éclipses de Soleil par la Lune; on en calcule la période par des procédés analogues à ceux de la page 284. Les passages de Vénus sont beaucoup plus rares que ceux de Mercure. Les deux derniers ont eu lieu en 1761 et en 1769; les deux passages prochains auront lieu en 1874 et en 1882.

Nous avons vu (p. 329) que la parallaxe du Soleil et les dimensions absolues du monde solaire pouvaient être déterminées avantageusement par la mesure de la parallaxe de Mars ou de Vénus, lorsque ces deux planètes sont le plus près possible de la Terre. A ce titre, toutes les conjonctions intérieures de Vénus seraient des instants favorables **; mais, par des circonstances particulières dont nous ne saurions donner ici une

* L'aplatissement de Vénus, de Mercure ou de Mars est insensible; ces planètes tournent sur leur axe en 24 heures environ, comme la Terre; l'aplatissement de notre globe, vu de la même distance, ne paraîtrait pas davantage.

** Comme toutes les oppositions de Mars.

idée* complète, les conjonctions où Vénus se projette sur le Soleil sont, entre toutes, les plus avantageuses pour la précision des mesures. Ce sont les passages célèbres de 1761 et surtout de 1769 qu'on a utilisés pour déterminer la parallaxe de Vénus par des observations faites sur le disque même du Soleil. L'abbé Chappe alla se placer en Californie, le père Hell à l'extrémité nord de la Laponie, le célèbre navigateur Cook à Taïti. Le fruit de ces travaux simultanés fut la parallaxe de Vénus et par suite celle du Soleil.

Mars **. — Cette planète est beaucoup plus petite que la Terre. Vue à l'œil nu, elle paraît une belle étoile rougeâtre (Vénus a une lumière blanche d'un éclat bien supérieur à celui de Mars). A l'aide d'une bonne lunette, on distingue parfaitement sur son disque (fig. 110) certains détails qui offrent une ressemblance frappante avec ceux que la Terre offrirait à un observateur placé sur une planète voisine. La couleur prédominante est le rouge; il y a aussi des espaces plus foncés, d'une couleur verdâtre ***, qui conservent toujours les mêmes contours. L'aspect général est celui d'une petite mappemonde dont on aurait colorié les continents en rouge et les mers en brun verdâtre. Mais cette planète a des analogies bien plus profondes avec la Terre. Elle tourne en 24 heures

* Supposez que les observateurs, placés aux deux extrémités de la base terrestre sur laquelle s'appuie le triangle parallactique, prennent, au même instant physique, des empreintes daguerriennes du disque solaire, pendant un passage de Vénus. En comparant ces empreintes, on les trouvera identiques quant aux taches du Soleil, sauf un déplacement des taches à peine sensible causé par la petite parallaxe du Soleil; mais comme Vénus est alors située beaucoup plus près de nous, son disque rond et noir se sera projeté en des points bien différents du disque solaire. La différence de position de Vénus, sur les deux empreintes photographiques, donnera l'effet ou l'angle parallactique dont nous venons de parler. Si on joint par des droites, sur une figure, les centres de Vénus et du Soleil aux deux extrémités de la base, on s'assurera aisément que l'angle ainsi obtenu est la parallaxe de Vénus moins la parallaxe du Soleil; on en déduit la seconde par le calcul. On verra aussi pourquoi les passages de Mercure ne peuvent servir au même usage: la parallaxe de Mercure moins la parallaxe du Soleil est une quantité angulaire trop petite pour pouvoir être mesurée avec la précision requise.

** C'est en étudiant l'orbite très-elliptique de cette planète que Képler découvrit ses deux premières lois.

*** Cette coloration verdâtre provient peut-être d'un effet de contraste.

environ autour d'un axe qui fait un angle de 61°12′ avec le plan de l'orbite; son équateur est donc incliné de 28°48′ sur le plan de cette orbite qu'on peut appeler l'écliptique de Mars. Or l'équateur terrestre fait à peu près le même angle avec notre écliptique, et l'on sait (p. 201) que cet angle cause et règle les alternatives des saisons sur la Terre. Les saisons doivent donc suivre sur Mars une marche tout à fait analogue, seulement leur durée est plus longue, parce que l'année de Mars est presque double de la notre (687 jours au lieu de 365). En suivant cette analogie, on verra que Mars doit avoir ses régions polaires ou glaciales, et que ses deux hémisphères se présentent alternativement au Soleil, absolument comme les hémisphères terrestres vers le solstice d'été et le solstice d'hiver (fig. 73). Si donc Mars a une atmosphère et des mers, il s'y passera des phénomènes météorologiques semblables à ceux qu'amène chez nous la succession de l'hiver à l'été. Or, sur notre hémisphère boréal, une grande partie de l'Amérique du Nord, la Sibérie, la Russie, etc., sont couvertes de neige en hiver; ces neiges fondent au printemps. Pendant notre hiver, l'hémisphère austral jouit de la chaleur de l'été et se trouve exempt de neiges; il s'en recouvre à son tour six mois après nous. Mars présente des phénomènes identiques. A certaines époques, on voit les régions boréales briller d'une éclatante lumière blanche (fig. 110), tandis que le pôle opposé a la nuance sombre et rougeâtre des régions équatoriales. Lorsque cette figure fut dessinée, l'hiver était loin d'être terminé pour l'hémisphère boréal de Mars; les neiges s'étendaient peu à peu et finirent par recouvrir une zone encore plus grande; puis, quand l'été vint, les neiges fondirent, le pôle nord de Mars apparut entièrement dégarni de cette espèce de calotte brillante et blanche, et les neiges commencèrent à paraître vers le pôle inférieur* où l'hiver régnait.

Jupiter. — C'est la plus grande planète de tout le système solaire. A l'œil nu, il semble une étoile un peu jaunâtre, très-brillante, moins brillante toutefois que Vénus. Vu à l'aide d'une

* Il ne faut pas prendre ici le mot pôle au pied de la lettre; il s'agit seulement des régions inférieures ou australes. Pendant l'hiver austral, le pôle austral de Mars ne voit ni le Soleil, ni la Terre; il reste caché pour nous.

lunette d'un pouvoir amplifiant ordinaire, il présente un disque un peu elliptique, sillonné par des *bandes* parallèles alternativement sombres et brillantes, dont on a tâché de donner une idée dans la figure 110; ces bandes sont parallèles à l'équateur de la planète. Jupiter est accompagné de quatre satellites qui se meuvent autour de lui dans des orbites presque circulaires, très-peu inclinées sur le plan où se meut la planète. La découverte de ce petit monde, vraie miniature du système solaire, est un des premiers fruits de l'invention des lunettes; elle a été faite presque simultanément, vers la fin de 1610, par Simon Marius en Allemagne et par Galilée à Florence, à une époque où le système de Copernic n'était encore adopté que par un très-petit nombre d'astronomes. Cette découverte fut décisive; il était impossible de n'être point frappé de l'analogie qui existe entre le monde de Jupiter et notre globe terrestre accompagné de son satellite. Copernic lui-même n'eût pu désirer, pour ses idées, une confirmation plus éclatante et surtout plus accessible à tous les esprits. Là, en effet, point d'hypothèses, point de raisonnements délicats sur des phénomènes qui se prêtent également bien à des explications diamétralement opposées; il suffit d'une lunette médiocre et de quelques jours d'attention pour reconnaître dans ce petit monde une image réduite du système solaire et en même temps une reproduction exacte, mais à grande échelle, du système secondaire formé par la Terre et la Lune.

Considérons d'abord les seuls mouvements relatifs des satellites autour de la planète, puis le mouvement de translation générale qui entraîne ce système entier autour du Soleil. Les analogies ressortiront en foule.

D'abord les quatre lunes * de Jupiter circulent autour de lui; car on les voit passer en avant de la planète, traverser son disque de gauche à droite, le quitter, s'en écarter peu à peu jusqu'à une certaine distance qu'elles ne dépassent jamais, puis revenir vers la planète qui les masque à nos yeux pendant un certain temps; bientôt elles reparaissent à gauche, s'écartent de nou-

*** Un spectateur placé sur Jupiter verrait des phases à ces lunes; placé sur la Terre, beaucoup plus près du Soleil que de Jupiter, il voit constamment la face que chaque satellite tourne vers le Soleil.**

veau de la planète et reviennent vers elle pour recommencer perpétuellement les mêmes excursions. Comme les orbites réelles sont peu inclinées sur l'écliptique, leurs perspectives sont pour nous des ellipses très-étroites, presque des lignes droites passant par le centre du disque. Il est d'ailleurs facile de s'assurer qu'elles sont toutes parcourues en sens direct et que les mouvements sont réglés, comme ceux des planètes par les trois lois de Képler. Ainsi l'observation directe prouve que ces quatre lunes sont retenues par l'attraction de la planète principale, attraction qui varie en raison inverse du carré de la distance au centre. L'intensité de la pesanteur à la surface même de Jupiter s'en déduit par des calculs semblables à ceux de la page 310; elle ferait parcourir à un corps tombant librement un espace de 12 mètres, dans la première seconde de sa chute *.

Si nous considérons maintenant le monde de Jupiter comme un membre du système solaire, nous y trouverons une analogie non moins complète avec le monde plus petit formé par la Terre et son satellite. D'abord Jupiter tourne sur lui-même comme la Terre, et même avec une vitesse bien plus grande. Il se forme quelquefois, dans les bandes grisâtres qui sillonnent le disque de cette planète, des taches brunes assez irrégulières dont l'origine n'est pas connue. En suivant ces taches (voyez ce qui a été dit sur celles du Soleil), on a constaté que la rotation s'effectue en moins de dix heures, autour d'un axe à peu près perpendiculaire au plan de l'orbite. La force centrifuge qui en résulte est considérable; elle a du déterminer, dès l'origine, une forme aplatie aux pôles et renflée à l'équateur, beaucoup plus prononcée que celle de la Terre. Le disque de Jupiter est effectivement une ellipse dont les deux axes sont dans le rapport de 15 à 16; l'aplatissement $\left(\frac{16-15}{16}=\frac{1}{16}\right)$ est donc 19 fois plus prononcé que celui du sphéroïde terrestre.

Les lunes de Jupiter produisent des éclipses semblables aux nôtres. Tantôt un satellite passe entre la planète et le Soleil;

* On a trouvé ainsi que la masse de Jupiter égale 339 fois celle de la Terre, ou à $\frac{1}{[illegible]}$ de celle du Soleil. On peut déterminer de la même manière la masse de toute planète accompagnée de satellites.

alors on voit son ombre traverser le disque sous forme d'une petite tache parfaitement ronde et noire. Tantôt il pénètre et disparaît quelque temps dans le cône d'ombre que Jupiter projette à l'opposite du Soleil. Tous ces phénomènes que nous voyons si distinctement dans le système de Jupiter, le petit monde terrestre nous les présenterait également, si nous étions placés sur l'énorme planète.

Eclipses des satellites de Jupiter. — Voyez la page 295 où il a été déjà question de ces phénomènes et de leur utilité pour la détermination des longitudes terrestres. Leur fréquence les rend précieuses sous ce rapport; il y a 300 ou 400 éclipses de satellites par an; mais il s'en faut qu'elles soient toutes observables. Dans la figure 111, T représente la Terre, S le Soleil, J Jupiter avec son cône d'ombre et l'orbite d'un satellite. Quand Jupiter est en opposition (S, T, J), il nous masque son cône d'ombre; par conséquent point d'éclipses visibles pour nous, à cette époque. Mais quand la Terre se trouve en T', le cône d'ombre est en partie sous nos yeux; nous voyons les satellites y pénétrer en s'éclipsant graduellement, disparaître pendant tout le temps qu'ils emploient à le traverser, puis en sortir quelque temps après et reprendre graduellement leur lumière. Les deux premiers satellites sont trop proches de la planète pour qu'on en puisse observer à la fois l'immersion et l'émersion. D'ordinaire une seule de ces deux phases est visible pour nous; l'autre s'accomplit derrière le disque. Vers l'époque de la conjonction (T''', S, J), Jupiter se trouve dans la partie du ciel que le Soleil éclaire; il est alors entièrement effacé par ses rayons et les éclipses de satellites sont inobservables pendant plusieurs mois.

Vitesse de la lumière. — Lorsqu'on assiste à l'émersion d'un satellite de Jupiter, il faut distinguer entre l'instant où le phénomène serait vu de cette planète et celui où il devient visible pour nous. Ces deux moments différeront, si la lumière du satellite ne franchit pas instantanément la distance qui nous en sépare; à moins que la vitesse de propagation de la lumière ne soit infinie, il devra, en effet, s'écouler un intervalle quelconque entre la réapparition réelle du satellite et l'instant où l'arrivée du premier rayon viendra nous l'annoncer *. C'est ainsi qu'un

* Ce que nous venons de dire de l'émersion d'un satellite, a lieu égale-

son produit à 333 mètres de distance nous parvient une seconde après l'instant de sa production. Plus la distance qui nous sépare de Jupiter sera grande, et plus la lumière mettra de temps à la parcourir, plus le retard sera considérable. Or cette distance varie entre des limites fort étendues; car Jupiter étant en J, la Terre étant en T ou en T‴, les distances TJ et T‴J diffèrent évidemment de tout un diamètre de l'orbite terrestre; le retard en question sera donc plus grand en T‴ qu'en T de tout le temps que la lumière emploie à parcourir l'excédant de distance TT‴ ou 307 millions de kilomètres.

Or, quand la révolution synodique d'un satellite est connue, il est aisé d'en prédire les éclipses; il suffit pour cela d'en observer une à une époque quelconque θ, et d'ajouter ensuite à la date θ la période synodique et ses multiples successifs. Afin de fixer les idées, supposons que l'éclipse dont la date est θ ait été observée lorsque la Terre était en T et Jupiter en opposition; s'il s'agit du quatrième satellite dont la révolution synodique est de 16j,753, l'éclipse suivante aura lieu à la date θ + 16j,753; la troisième à la date θ + 33j,506 et ainsi de suite. Pendant ce temps, la Terre avance dans son orbite, elle s'éloigne de plus en plus de Jupiter dont le mouvement est beaucoup plus lent; l'espace que la lumière doit parcourir pour nous atteindre va en augmentant. Il en résulte que les éclipses observées cessent de s'accorder avec le calcul où l'on n'a point tenu compte du temps dont la lumière a besoin pour franchir les intervalles croissants JT, JT′, JT″, JT‴; elles retardent donc de plus en plus jusqu'au moment de la conjonction. Alors la Terre étant en T‴, le retard des éclipses observées* sur les éclipses calculées atteint son maximum et monte à 16m 36s = 996s. C'est, comme on l'a vu, le temps que la lumière met à parcourir le diamètre T‴T de l'orbite terrestre ou 307 millions

ment pour son immersion dans le cône d'ombre; à cet instant, le satellite disparaît, puisqu'il cesse de recevoir et de réfléchir la lumière du Soleil; mais il ne cesse d'être visible pour nous qu'au moment où son dernier rayon nous arrive. Les deux phases de l'éclipse subissent donc le même retard, quand elles sont vues de la Terre ou de tout autre point très-éloigné du monde de Jupiter.

* En réalité les éclipses ne sont pas observables vers la conjonction (p. 343), à cause de la proximité du Soleil; c'est donc des retards correspondants aux éclipses vues de T, T′, T″ et non de T‴ que l'on déduit la vitesse de la lumière.

de kilomètres. La vitesse de la lumière est donc de $\frac{307000000}{996}=$ 307 000 kilomètres, ou 77 000 lieues par seconde, en supposant que son mouvement de propagation soit uniforme.

C'est ainsi que Rœmer découvrit à Paris, en 1675, la vitesse de la lumière. Il fallait opérer sur les énormes distances qui séparent les planètes, pour rendre sensibles les retards causés par une propagation si rapide; évidemment les distances terrestres eussent été insuffisantes *, puisque la lumière irait d'un bout à l'autre de la Terre en moins de $\frac{1}{30}$ de seconde.

Aberration. — Puisque la lumière parcourt en 498 secondes le rayon de l'orbite terrestre, que les astronomes ont coutume de prendre pour unité de longueur, elle franchira une distance quelconque Δ, exprimée à l'aide de cette unité, en un temps égal à $\Delta \times 498^s$. Tout phénomène céleste qui se produit à la distance Δ, ne sera visible pour nous que $\Delta \times 498^s$ après sa production. Aucun astre en mouvement, situé à la distance Δ, ne nous paraît donc, à un instant donné, en son lieu véritable, mais bien dans celui qu'il occupait $\Delta \times 498^s$ auparavant. La différence entre sa position réelle et la position apparente se nomme *aberration.*

Mais il ne faudrait pas conclure de là qu'au moment où un astre, placé à la distance Δ, paraît sur l'horizon, il y a déjà $\Delta \times 498^s$ qu'il est *levé* en réalité; car le lever et le coucher des astres ne sont point dûs à des mouvements réels de ces astres; ce ne sont point des phénomènes qui se passent dans le ciel à la distance Δ; c'est seulement l'horizon de notre station, qui, par l'effet du mouvement de rotation de la Terre, vient se placer dans la direction actuelle de leurs rayons.

Saturne. — Planète presque aussi grande, mais beaucoup moins brillante que Jupiter; sa lumière est terne et comme plombée; elle tourne en 10 heures autour d'un axe incliné de 74° sur le plan de l'orbite, avec lequel son équateur fait par conséquent un angle de 26°. Son aplatissement de $\frac{1}{10}$ est en rapport avec la rapidité de sa rotation diurne. Saturne est sillonné comme

* Cependant un habile physicien, M. Fizeau, est parvenu dans ces derniers temps à mettre en évidence et même à mesurer la vitesse de la lumière en opérant sur une base terrestre de quelques lieues.

Jupiter, de bandes alternativement sombres et lumineuses parallèles à son équateur. Selon quelques astronomes, ces bandes seraient produites par les vents alisés qu'une rotation diurne très-rapide doit faire régner dans les atmosphères de ces planètes. Mais les vents alisés ne dépendent pas seulement de la rotation; ils dépendent aussi de l'action calorifique du Soleil qui dilate les masses d'air équatoriales et en détermine l'ascension (p. 124). Or, à la distance de Jupiter ou de Saturne, la chaleur solaire a vingt-cinq fois ou cent fois moins d'intensité que pour la Terre (p. 333); les phénomènes dont il s'agit doivent donc se produire sur ces grandes planètes avec une énergie bien moindre, toutes choses égales d'ailleurs. En outre, les taches permanentes* qui se forment quelquefois au milieu de ces bandes n'ont rien de commun avec des formations passagères de nuages. D'ailleurs Mars qui présente bien plus d'analogie avec la Terre, qui tourne en 24 heures comme elle, et reçoit du Soleil une chaleur presque aussi intense, ne présente pas la moindre apparence de bandes parallèles à l'équateur, quoique des alisés règnent probablement dans son atmosphère.

Quand il s'agit de géométrie ou de mécanique céleste, il est permis de poursuivre les analogies jusque dans les moindres détails; mais, plus nous pénétrons dans les profondeurs du système solaire, plus il est nécessaire de prémunir le lecteur contre l'abus des inductions analogiques en fait de constitution et de particularités physiques des astres. Sous ce dernier rapport, il existe même une différence bien tranchée entre les planètes les plus voisines du Soleil (Mercure, Vénus, la Terre, Mars) et les grosses planètes beaucoup plus éloignées, telles que Jupiter, Saturne, Uranus, Neptune. Les premières sont excessivement compactes, jusque dans leurs couches extérieures dont la densité est double ou triple de celle de l'eau. Au contraire la densité moyenne des planètes du second groupe est extrêmement faible; et comme le degré de leur aplatissement indique que la densité doit aller en diminuant du centre à la surface, il en résulte que les matériaux qui y constituent les couches superficielles ne sont guère plus compactes que du bois blanc

* Cassini et Maraldi en ont observé une qui a duré cinquante ans.

ou même du liége. Quelle idée pourrions-nous donc nous former de la répartition des mers et des continents sur ces globes étranges? La théorie montre que l'équilibre des mers ne saurait être stable sur une planète dont la densité moyenne serait inférieure à celle de l'eau. Saturne est dans ce cas. En fait, rien ne ressemble moins à l'aspect général de la Terre ou de Mars que celui des grandes planètes avec leurs divisions presque géométriques en bandes parallèles à leur équateur.

Anneau de Saturne. — Saturne est entouré d'un anneau mince, plat, sans adhérence avec la planète, et incliné sur l'écliptique*. Quand Galilée aperçut pour la première fois, à l'aide de ses faibles lunettes, ce singulier satellite, il crut que la planète était triple (*Altissimum planetam tergeminum observavi*). Ce fut une énigme pendant 40 ans : on voyait Saturne muni de deux anses, comme une bombe, mais diamétralement opposées et de grandes dimensions. Ces anses variaient, s'ouvraient de plus en plus, se rétrécissaient ensuite et disparaissaient tous les 15 ans pendant quelques mois. Enfin Huyghens eut l'idée de suivre sur le disque de la planète la continuation très-marquée d'une des branches de l'anneau, et parvint ainsi à déchiffrer l'énigme de ces apparences qu'un observateur prévenu s'explique aujourd'hui du premier coup d'œil (fig. 110).

Voici les dimensions de la planète et de l'anneau :

Rayon équatorial de Saturne. . . .	64 000	kilomètres.
Rayon intérieur de l'anneau. . . .	94 000	—
Rayon extérieur de l'anneau. . .	142 000	—
Épaisseur de l'anneau.	inconnue.	

On suppose que l'anneau n'a pas 30 lieues d'épaisseur.

Ces dimensions s'obtiennent aisément : on mesure d'abord les diamètres angulaires; puis, comme on connaît très-bien la distance de Saturne, on en déduit la longueur absolue des objets qui, placés à cette distance, sous-tendent les angles observés.

L'anneau n'est pas simple, mais composé de plusieurs anneaux concentriques (de deux au moins), qui se trouvent presque exactement dans le même plan. Il est opaque, car la

* *Annulo cingitur*, disait Huyghens, *tenui, plano, nusquam cohærente, ad eclipticam inclinato.*

planète porte ombre sur lui et il porte ombre sur la planète. Probablement il est formé de matière fluide (liquide ou gazeuse) et non solide, car on voit les deux anneaux principaux se subdiviser de temps en temps en plusieurs anneaux secondaires, complétement détachés et séparés les uns des autres par des intervalles obscurs. Cette année même, on a découvert un troisième anneau intérieur, grisâtre, très-faiblement lumineux, qui ne s'est formé sans doute qu'aux dépens de la matière fluide des anneaux préexistants. De tels phénomènes ne pourraient guère se produire dans un anneau solide. En recherchant, par l'analyse, les conditions auxquelles doit satisfaire un pareil échafaudage pour se maintenir contre toutes les causes de destruction, Laplace a trouvé que les anneaux devaient être animés d'un mouvement de rotation dans leur propre plan, rotation dont la durée serait égale à la révolution d'un satellite placé dans la même région. L'observation a confirmé ce résultat : à l'aide de petites irrégularités que de puissants télescopes permettent de distinguer sur les anneaux, on a constaté qu'ils tournent autour de leur centre commun en 10 heures $\frac{1}{2}$ environ. C'est cette vitesse de rotation qui les conserve; sans elle, la matière dont ils sont composés céderait à l'attraction de Saturne et tomberait sur la planète.

Sous le rapport physique, il n'y a guère d'analogie entre notre système terrestre et les singuliers satellites annulaires de Saturne; mais sous le rapport mécanique ou géométrique, il en est autrement; tout ce que nous avons dit du parallélisme constant de l'axe et de l'équateur terrestre, à propos des saisons, se trouve réalisé sous nos yeux dans le transport de l'anneau qui circule avec sa planète autour du Soleil, sans cesser d'être parallèle à lui-même. Cet anneau nous indique à chaque instant la position de l'équateur de Saturne*, à peu près comme les cercles en bois qu'on place autour des globes célestes pour en désigner l'équateur. La figure 112, où Saturne et son anneau sont représentés dans quatre positions principales, devra être rapprochée par le lecteur de la figure 72 relative au globe terrestre. Aux équinoxes de Saturne, le plan de l'anneau prolongé passe par le Soleil; l'anneau n'est éclairé que par la tranche,

* Le plan de l'anneau coïncide avec le plan de l'équateur de la planète.

et, comme il est d'une minceur extrême, il devient invisible pour nous. On parvient cependant à le distinguer avec de très-puissants télescopes; il est alors réduit à un trait lumineux qui dépasse le disque de la planète. De l'équinoxe au solstice suivant, pendant 7 ans $\frac{1}{4}$ (la durée de la révolution est de 29 ans), l'anneau paraît sous forme d'une ellipse qui s'élargit de plus en plus; au solstice même, le petit axe de cette ellipse atteint son maximum et devient égal à la moitié environ du grand axe. La dernière disparition de l'anneau a eu lieu en 1848; elle se reproduira 15 ans plus tard. En 1855, la perspective elliptique de l'anneau aura sa plus grande largeur. Les trois petits dessins placés au-dessous de la figure 112 représentent Saturne à ces époques principales. Pour étudier les détails de ces phénomènes sur la figure 112, il ne faut pas perdre de vue que le rayon de l'orbite terrestre est bien plus petit que la distance de Saturne au Soleil, en sorte que les apparences sont à peu près les mêmes pour le point T et le point S. Ajoutons seulement que l'anneau devient invisible, non-seulement quand son plan passe exactement par le centre du Soleil, mais encore lorsqu'il passe entre le Soleil et la Terre. Dans ce dernier cas, on aperçoit non plus l'anneau, mais l'ombre qu'il porte sur le corps de la planète. Ces phénomènes curieux de disparition et de réapparition alternatives se reproduisent plusieurs fois pour nous vers les équinoxes de Saturne.

L'astronomie moderne, bien loin de se heurter à chaque pas, comme la science ancienne, contre des impossibilités nouvelles, ne rencontre dans l'étude du ciel que des vérifications frappantes. Tous les phénomènes, toutes les découvertes viennent se plier sans effort à une seule et même conception générale sur le système du monde, tandis que les anciens se voyaient forcés, pour chaque apparence nouvelle, d'imaginer une hypothèse de plus.

Quant aux huit satellites de Saturne, nous ne pourrions que répéter ici ce qui a été dit déjà sur ceux de Jupiter. Comme ils ne sont guère visibles sans de puissantes lunettes, leurs éclipses n'offrent pas d'intérêt au point de vue des applications.

Uranus. — Vue à l'œil nu, cette planète a l'aspect d'une petite étoile de sixième grandeur. Elle a été découverte, en 1781, par W. Herschel qui s'occupait alors d'une révision du ciel

dans laquelle les étoiles étaient soumises à un examen minutieux *, à l'aide d'un télescope assez puissant. Uranus lui apparut alors avec un disque rond, bien terminé, d'un éclat uniforme et un peu terne (fig. 110), qu'il était impossible de confondre avec le disque factice que les meilleurs instruments d'optique donnent aux étoiles (p. 291). Bientôt Herschel vit cet astre se déplacer peu à peu au milieu des étoiles voisines : c'était donc une planète dont le faible éclat avait échappé jusque-là aux astronomes. Son orbite fut calculée, son diamètre mesuré, ses satellites découverts; la théorie entière de la nouvelle planète fut complétée bien avant qu'elle eût achevé sa révolution.

Si on ne tenait compte que de l'action centrale du Soleil, il suffirait de déterminer les éléments de l'ellipse parcourue par une planète, pour être en état de calculer, à l'avance, la position qu'elle doit occuper dans le ciel à une date quelconque. Mais les attractions exercées par les autres planètes sont loin d'être négligeables; elles influent sur sa marche et la font dévier à chaque instant de l'orbite assignée par les lois de Képler. Ces effets se nomment *perturbations;* ils dépendent à la fois de la masse de l'astre *perturbateur* et de sa distance à la planète *troublée*.

Quand on a tenu compte des perturbations introduites dans les mouvements d'une planète quelconque par *tous* les autres corps secondaires de notre système **, le calcul doit s'accorder avec l'observation, la planète doit occuper à chaque instant le lieu que la théorie lui assigne dans le ciel. S'il en est autrement,

* Il s'agissait de rechercher des étoiles doubles.

** Les étoiles n'entrent point ici en ligne de compte, à cause de leur immense éloignement ; les astronomes calculent toujours comme si elles n'existaient pas. Quand bien même leurs attractions ne seraient pas absolument nulles, du moins elles s'exerceraient également sur toutes les parties du monde solaire, qui n'est qu'un point dans l'espace en comparaison des distances où se trouvent les étoiles. Les attractions stellaires ne pourraient donc troubler les mouvements intérieurs de notre système, mais seulement lui imprimer un simple mouvement général de translation auquel toutes les parties prendraient une égale part. Or ce sont les mouvements intérieurs ou relatifs qui seuls nous intéressent ; nous n'avons point à nous préoccuper du mouvement absolu qui peut emporter dans l'espace le Soleil avec tout son cortége de planètes.

il faut en conclure qu'il s'est glissé quelque erreur dans les calculs, ou bien que toutes les planètes dont l'influence perturbatrice est sensible n'ont pas été considérées. Ce cas s'est présenté pour Uranus. La théorie de cette planète était en désaccord croissant avec les observations et, pendant plus de vingt années, les prévisions des astronomes, toujours si sûres quand il s'agissait des autres planètes, se trouvaient cette fois continuellement démenties par les faits.

Neptune. — M. Le Verrier se chargea de résoudre l'alternative posée par cet échec inattendu. Après avoir démontré, de manière à ne laisser place à aucun doute, que la marche d'Uranus resterait inexplicable tant qu'on se bornerait à considérer les actions perturbatrices des planètes connues, le géomètre français entreprit de déterminer la position et même la masse de la planète inconnue dont son analyse venait de rendre l'existence irrécusable. Ce problème si nouveau dans la science a été résolu : le 31 août 1846, M. Le Verrier annonça aux astronomes que la planète perturbatrice devait être située par 326° 32′ de longitude. Quelques jours après, cette annonce hardie parvint à M. Galle, astronome distingué de Berlin ; M. Galle dirigea sa lunette vers le point indiqué : la planète se trouvait dans le champ étroit du télescope ! C'était, pour la science, un triomphe, et pour la France, une gloire de plus.

Région des petites planètes. — Depuis le commencement de ce siècle, les astronomes ont découvert un grand nombre de très-petites planètes télescopiques (invisibles à l'œil nu), qui circulent entre les orbites de Mars et de Jupiter. Elles sont toutes beaucoup plus petites que les moindres satellites des planètes principales. Leurs orbites étant fortement inclinées, en général, sur le plan de l'écliptique, les petites planètes ne restent pas toutes dans les anciennes limites de la zone zodiacale où s'exécutent les mouvements apparents des grandes planètes. D'autre part, leurs ellipses sont très-excentriques ; enfin leurs imperceptibles dimensions, leur accumulation dans un espace resserré, tandis que les orbites des grandes planètes sont séparées par des intervalles considérables, tout semble faire de ces petits astres un groupe à part dans le monde solaire ; groupe dont le nombre s'accroît rapidement, grâce aux persévérantes recherches de quelques astronomes distingués. Au point de vue cosmo-

graphique, le plus grand intérêt qu'ils nous présentent, c'est la variété qu'ils jettent dans notre système solaire où nous voyons les corps les plus différents en grandeur, en masse, en constitution physique, obéir toujours aux mêmes lois mécaniques. Pour rendre compte de cette singulière agglomération de petits astres au milieu de notre système, un célèbre astronome allemand, le docteur Olbers, auquel on doit la découverte de Pallas et de Vesta, avait imaginé qu'une planète semblable à tous les grands corps du monde solaire, circulant comme eux dans une orbite peu inclinée sur le plan de l'écliptique, avait pu se briser par l'effet de forces explosives soudainement développées dans sa masse, et produire, par ses fragments, toutes ces petites planètes que nous connaissons, et d'autres encore qu'il nous reste à découvrir (voy. la note III placée à la fin de cet ouvrage).

CHAPITRE V.

LES COMÈTES; LEURS ORBITES, LEUR ASPECT ET LEUR CONSTITUTION PHYSIQUE. — COMÈTES PÉRIODIQUES.

Ce qui constitue le monde du Soleil, ce qui en forme la partie essentielle et permanente, ce sont les planètes et leurs satellites qui circulent, dans un ordre déterminé et stable, autour de l'astre central. On ne peut affirmer que ce monde soit connu dans toute son étendue et dans tous ses détails; mais s'il reste encore des planètes à découvrir, on est désormais en droit d'affirmer qu'elles ne peuvent se trouver qu'aux limites extrêmes de ce monde (comme Neptune), à moins que leurs masses ne soient d'une petitesse excessive (comme les petites planètes). En effet, les Tables des mouvements planétaires, que les astronomes ont calculées en tenant compte des actions mutuelles de tous les corps connus, s'accordent avec les observations, les dernières discordances de quelque gravité ayant disparu depuis la brillante découverte de Neptune. L'accord désormais établi entre les prévisions théoriques et les faits prouve bien

que les planètes encore inconnues sont incapables d'exercer une influence sensible : elles sont, ou trop loin, ou trop petites.

Cependant on voit assez souvent apparaître dans le système solaire des astres nouveaux d'un volume énorme, d'un aspect étrange, qui s'approchent du Soleil en décrivant des orbites très-allongées, s'en éloignent ensuite de plus en plus et disparaissent presque tous à nos yeux pour ne plus revenir. Ce sont les comètes; leur origine et leur nature sont inconnues ; elles semblent venir en étrangères visiter un moment notre monde et former ainsi l'unique part que l'astronomie moderne ait laissée à l'imprévu. Ce que l'on sait des comètes se réduit à peu près à ceci : la matière dont elles se composent obéit aux lois de la mécanique, comme celle de tous les corps de notre système; leurs molécules attirent et sont attirées; mais leur masse est trop faible, malgré l'énorme volume qu'elles nous présentent souvent, pour exercer une influence sensible sur les mouvements des planètes dont elles s'approchent le plus.

Orbites des comètes. — Des trois lois de Képler, on déduit, comme nous avons vu (p. 130), que les planètes sont sollicitées par l'attraction solaire avec une énergie inversement proportionnelle au carré de la distance. Réciproquement, lorsqu'on recherche par l'analyse les lois du mouvement d'un corps animé d'une vitesse initiale quelconque, et soumis en même temps à l'attraction du Soleil, on retrouve les lois de Képler, mais sous une forme un peu plus générale. L'orbite décrite par le mobile n'est pas nécessairement une ellipse ; c'est une section conique dont le Soleil occupe un foyer *. Or les sections du cône comprennent l'ellipse et l'hyperbole, puis, comme cas particuliers, le cercle et la parabole **.

Quelle que soit la section conique parcourue par un astre qui

* La nature de la section conique est déterminée par le rapport entre la vitesse initiale et l'intensité de l'attraction solaire.

** Si le grand axe d'une ellipse reste constant, tandis que les deux foyers se rapprochent ; l'ellipse s'arrondit et dégénère finalement en un cercle quand les foyers se trouvent réunis au centre. Si, au contraire, la distance d'un des foyers au sommet voisin reste constante, tandis que l'autre foyer s'éloigne de plus en plus, l'ellipse s'allonge et tend à dégénérer en une parabole, courbe dont les branches ne se rejoignent pas, ou, si l'on veut, ne se rejoignent qu'à l'infini.

apparait dans le système solaire, toujours le Soleil en occupe un foyer et les aires décrites par le rayon vecteur croissent proportionnellement au temps. Mais il y a une différence essentielle entre les orbites fermées et celles dont les branches vont à l'infini, comme la parabole ou l'hyperbole. Le mouvement est *révolutif* dans le cercle et dans l'ellipse; il ne peut l'être dans les courbes à branches infinies. Tout astre qui décrit soit une parabole, soit une hyperbole, s'approche une seule fois du Soleil, et s'en éloigne ensuite de plus en plus sans jamais revenir, car la branche qu'il parcourt en s'éloignant ne va rejoindre nulle part la branche par laquelle il s'est approché.

Les orbites des comètes ne se déterminent pas autrement que celles des planètes; la nature de la section conique peut être différente, mais non celle des procédés d'observation ou de calcul. On commence par observer, à diverses époques, la position que l'astre occupe sur le ciel, et pour cela on en mesure, à l'aide des instruments méridiens*, l'ascension droite et la déclinaison. Notez que ces mesures n'apprennent rien sur la distance de l'astre; elles se réduisent à indiquer la position, par rapport à l'équateur ou à l'écliptique, du rayon visuel dirigé de l'observateur à l'astre. Les données du problème sont donc celles-ci : aux dates d, d', d'',... la comète se trouvait quelque part sur certaines lignes droites T,T',T''.. (fig. 108) dont les positions dans l'espace sont connues. On sait de plus que la comète parcourt, suivant les lois de Képler, une section conique quelconque dont le plan passe par le centre du Soleil. La solution du problème consistera donc à mener, par le centre du Soleil, un plan qui coupe ces droites T,T',T''... en des points tels qu'on puisse y adapter une section conique ayant son foyer au centre du Soleil. Et comme les aires des secteurs compris entre ces points doivent être proportionnelles aux temps écoulés, c'est-à-dire à $d'-d$, $d''-d'$,... il se trouve que trois observations de la comète suffisent ordinairement pour déterminer tous les éléments de l'orbite.

Les orbites des planètes sont des ellipses peu excentriques, presque des cercles; aussi avons-nous pu les considérer comme des cercles dans une première approximation (p. 171). Celles

* Ou de l'équatorial (p. 40).

des comètes sont des ellipses ou des hyperboles très-excentriques, presque des paraboles *, et cette dernière courbe étant, comme le cercle, beaucoup plus simple que l'ellipse, on trouve aussi beaucoup plus commode, pour le calcul, de supposer provisoirement que les comètes décrivent des paraboles dont le Soleil occupe le foyer. Presque toujours cette première approximation suffit, parce que les comètes n'étant plus visibles à de grandes distances du Soleil, la portion de la trajectoire elliptique ou hyperbolique qu'elles décrivent sous nos yeux est peu étendue et se confond sensiblement avec un arc de parabole.

Dans ce cas, les six éléments de l'orbite (p. 330) se réduisent à cinq :

1° L'*inclinaison* du plan de l'orbite sur l'écliptique ;

2° La direction de l'intersection de ces plans, c'est-à-dire de a ligne des nœuds (*longitude du nœud ascendant*) ;

3° La direction de l'axe de la parabole, ou la position de son sommet (*longitude du périhélie*) ;

4° La distance du sommet de la parabole à son foyer (*distance périhélie*) ;

5° L'époque où la comète a passé par le sommet de la parabole (*époque du passage au périhélie*).

Il faut de plus indiquer le sens (*direct* ou *rétrograde*) dans lequel la comète a parcouru son orbite. Une des différences les plus frappantes qu'on puisse signaler entre les planètes et les comètes, c'est que les premières sont toutes directes, tandis que sur 200 comètes connues, il y en a près de la moitié dont le mouvement est rétrograde.

Aspect des comètes. — Les comètes sont loin d'avoir une forme géométrique et invariable comme les planètes ou les satellites. Quand elles sont encore très-éloignées du Soleil, elles ne présentent qu'une vague nébulosité, ronde ou ovale (fig. 107), dont le faible éclat diminue plus ou moins rapidement du mi-

* Quoique des orbites hyperboliques soient théoriquement possibles, on n'a vu encore aucune comète parcourir une hyperbole bien caractérisée. La plupart des orbites cométaires sont des ellipses ou des hyperboles si allongées, si excentriques, qu'on peut les prendre sans inconvénient les unes et les autres pour de simples paraboles.

lieu vers les bords. La partie centrale plus brillante porte le nom de *noyau;* quand on l'examine avec une faible lunette, il donne en effet l'idée d'un corps solide et rond qui serait entouré de la nébulosité comme d'une gigantesque atmosphère. Mais si on examine ces prétendus noyaux cométaires à l'aide de lunettes un peu fortes, toute apparence de corps solide s'évanouit; on n'y voit jamais qu'une nébulosité plus condensée que le reste. Cette apparence de noyau est d'ailleurs un indice certain que les molécules des comètes exercent une attraction mutuelle et tendent à se rapprocher, à former un corps un peu plus compacte. La forme toujours globulaire des comètes très-éloignées confirme cette déduction. C'est en effet la forme vers laquelle doit tendre, en général, un amas de molécules libres de céder à leurs attractions mutuelles. Tant qu'une force étrangère ne vient pas troubler le jeu naturel des attractions intérieures, les diverses parties s'assemblent peu à peu, tout autour de leur commun centre de gravité, en couches concentriques plus ou moins homogènes dont la densité va en croissant vers le centre.

Dans les comètes, la matière est disséminée à un point dont aucune substance terrestre ne peut nous donner l'idée. La plus légère fumée, le brouillard même, la brume légère qui vogue dans l'air par une belle journée d'automne, sont incomparablement plus denses, car ils affaiblissent et éteignent toujours en partie les rayons de lumière qui les traversent; quelques centaines ou quelques milliers de mètres d'épaisseur transformeront toujours la moindre brume en un voile opaque. Mais les comètes, dont le volume énorme est bien plus comparable à celui du Soleil qu'à ceux des planètes, laissent passer la lumière sans affaiblissement notable; on voit luire comme à l'ordinaire les moindres étoiles à travers des épaisseurs de matière cométaire de plusieurs milliers de lieues. Si les comètes étaient formées d'un gaz très-transparent, comme l'air qui entoure notre globe, on s'expliquerait, jusqu'à un certain point, le peu d'obstacle qu'elles opposent à la transmission des rayons lumineux; mais alors il faudrait leur reconnaître un pouvoir réfringent quelconque, comme à l'air et à toutes les atmosphères formées de gaz ou de vapeurs. Or les comètes ne réfractent point les rayons de lumière qui les traversent, même dans cette partie plus dense

qu'on appelle noyau. On voit par là combien peu les effets mécaniques du choc d'une comète contre la Terre sont à redouter; la moindre toile d'araignée opposerait peut-être plus d'obstacle à une balle de fusil. A quel état physique faut-il donc rapporter la matière de ces astres singuliers qui ne sont ni solides, ni liquides, ni même gazeux? Nous l'ignorons complétement.

Cependant les comètes ne sont point de purs fantômes; elles sont formées d'une substance qui réfléchit la lumière du Soleil et qui obéit aux lois de la mécanique comme toute autre matière de notre système. Leur centre de masse ou de gravité, auquel s'appliquent les lois de Képler, est sans doute au milieu du noyau, c'est-à-dire dans la partie la plus brillante; c'est aussi ce point que l'on observe et dont on détermine la trajectoire.

A mesure qu'une comète se rapproche du Soleil, son éclat augmente; en même temps sa forme primitive s'altère. La nébulosité s'allonge de plus en plus, dans le sens du rayon vecteur, c'est-à-dire de la droite menée du centre du Soleil au noyau de la comète. C'est ainsi que le globe terrestre s'allonge sous l'influence de l'attraction lunaire ou solaire. Mais, à la différence des marées, qui se produisent en deux sens diamétralement opposés, l'allongement de la nébulosité ne s'effectue, en général, que dans la direction opposée au Soleil. Souvent cet allongement devient énorme : il se forme alors une *queue* (fig. 106) dont la longueur atteint des proportions gigantesques. Les queues des comètes prennent les formes les plus variées; les unes sont droites, d'autres sont recourbées; les unes ont partout la même largeur, d'autres s'épanouissent en éventail. Des comètes ont eu plusieurs queues divergentes, partant du point où se trouvait le noyau. On ne finirait pas de décrire toutes les variétés de forme que les comètes présentent dans leurs cours. Mais toutes ces queues ont ceci de commun : tant que la comète n'est pas trop allongée, elle offre l'aspect d'un corps dont les parties sont plus ou moins solidaires entre elles; dès que la queue paraît, cette solidarité est détruite; une partie de la nébulosité s'échappe ou s'écoule en fusant, pour ainsi dire, par le bout opposé au Soleil. Cette extrémité-là n'est jamais nettement terminée : elle s'efface peu à peu par dégradation insensible.

L'autre bout, où le noyau se trouve enveloppé dans la nébulosité, porte le nom de *tête* de la comète. La tête est la partie la plus brillante; elle a des contours moins vagues, et se dessine plus nettement sur le fond du ciel.

Cependant on voit quelquefois des comètes qui fusent par les deux bouts à la fois; la tête présente alors des aigrettes plus ou moins divergentes, assez semblables à la queue proprement dite. Les anciens donnaient à ces aigrettes le nom de *barbe;* ils appelaient *chevelure* la portion de nébulosité qui entoure le noyau.

La matière que les comètes disséminent ainsi par leurs queues, sur des espaces de 20, 30, 40 millions de lieues, cesse évidemment de faire corps avec elles, puisque la faible masse du noyau ne saurait exercer une attraction sensible à de telles distances. Mais cette matière ne reste point à vaguer au hasard dans les espaces célestes, comme feraient des grains de poussière dans l'air. Loin de là; chaque molécule poursuit isolément sa route, décrit sa parabole ou son ellipse particulière, et va se perdre (pour nos yeux) dans l'immensité de l'espace, sans cesser un moment d'obéir aux lois de Képler *.

Après s'être approchées du Soleil, en parcourant une des branches (CP, fig. 108) de leur trajectoire parabolique avec une rapidité croissante, les comètes s'éloignent avec une vitesse décroissante par l'autre branche (PC', fig. 108). Alors des phénomènes analogues se produisent en ordre inverse, et même on dirait que la chaleur solaire joue un rôle capital dans la formation des queues, car c'est ordinairement après leur passage au périhélie P que les comètes développent ces queues gigantesques qui causèrent autrefois tant d'épouvante. Mais, après comme avant le passage au périhélie, la queue est toujours à l'opposite du Soleil; elle suit la comète quand celle-ci se meut vers le Soleil; elle précède la comète quand celle-ci s'éloigne.

L'éclat des comètes diminue rapidement à mesure qu'elles s'éloignent du Soleil. Bientôt elles deviennent invisibles à l'œil nu; puis elles disparaissent, même pour l'œil armé des plus puissants télescopes. Il est peu d'exemples qu'une comète soit

* La marche du noyau doit être altérée par cette incessante déperdition de matière; mais c'est là une question encore peu étudiée.

restée visible à la distance de Jupiter, dans des régions où les planètes brillent encore d'un vif éclat. C'est une preuve de plus de l'extrême rareté de la matière dont ces astres sont formés.

Comètes périodiques. — Lorsque l'on calcule l'orbite d'une comète en la supposant d'avance parabolique, on renonce évidemment à connaître l'époque de son retour ; il ne s'agit alors que de déterminer le plan où elle se meut, sa plus courte distance au Soleil (distance périhélie), en un mot, la portion de sa trajectoire qui est la plus voisine de nous.

Si la comète revient, son orbite n'est point une parabole, mais une ellipse. Or ce n'est pas à l'aspect si variable d'une comète qu'il est possible de la reconnaître pour un astre déjà vu antérieurement; c'est par les éléments de l'orbite qu'elle décrit et le sens de son mouvement. En songeant à l'immensité de l'espace où les comètes se meuvent dans toutes les directions possibles, on sentira combien il est peu probable que deux comètes différentes suivent la même route en s'approchant du Soleil. Aussi, à chaque comète nouvelle, les astronomes s'empressent-ils d'en calculer les éléments paraboliques et de les comparer à ceux des comètes antérieures. S'il s'en trouve une qui ait déjà parcouru la même ligne, il y a lieu de croire que les deux comètes sont un seul et même astre. L'intervalle de temps compris entre les deux apparitions donne la durée de sa révolution, ou du moins un multiple de cette durée (plusieurs retours de la comète vers le Soleil peuvent avoir échappé aux observateurs); en ajoutant cette durée à la date du dernier retour de l'astre, on pourra annoncer, avec chance de succès, l'époque d'une apparition future.

On verra, par l'extrait suivant du catalogue des comètes, comment s'opèrent ces simples comparaisons.

Extrait du catalogue des comètes.

Éléments paraboliques.

ÉPOQUE du passage au périhélie.	LONGITUDE du nœud ascendant	INCLINAISON du plan de l'orbite.	LONGITUDE du périhélie.	DISTANCE périhélie.	SENS du mouvement.
1506 sept. 3. .	132° 50′	45° 1′	250° 37′	0,386	Rétrog.
Comète de Halley 1531 août 25.	45 30	17 0	301 12	0,580	Rétrog.
1585 oct. 7. .	37 58	5 25	9 51	1,080	Direct.
Comète de Halley 1607 oct. 26.	48 40	17 12	301 38	0,588	Rétrog.
Comète de Halley 1682 sept 14.	51 11	17 45	301 56	0,583	Rétrog.
1688 juil. 12.	173 18	83 48	86 31	0,553	Rétrog.
Comète de Halley 1759 mars 12.	53 50	17 37	303 10	0,585	Rétrog.
Comète de Biéla 1826 mars 18.	251 28	13 34	109 46	0,903	Direct.
Comète de Biéla 1832 nov. 26.	248 15	13 13	110 0	0,879	Direct.
Comète de Halley 1835 nov. 15.	55 10	17 45	304 32	0,587	Rétrog.
1843 fév. 27.	359 29	35 40	278 28	0,005	Rétrog.
Comète de Biéla 1846 fév. 11.	245 48	12 40	109 6	0,857	Direct.

Halley (astronome anglais du XVIIe siècle) calcula, d'après les méthodes de Newton, les orbites d'un grand nombre de comètes dont on avait conservé les observations; il fut frappé de l'analogie qui existait entre celles des comètes de 1531, de 1607 et de 1682. L'intervalle de ces apparitions successives étant d'environ 76 ans, il se hasarda à prédire le retour de cette comète pour la fin de l'année 1758, ou le commencement de l'année suivante. L'événement a confirmé sa prédiction.

Les comètes de 1826, 1832, 1846 sont encore des apparitions d'un seul et même astre, dont la révolution autour du Soleil est beaucoup plus rapide*. L'orbite de cette comète (découverte par le capitaine autrichien Biéla) perce le plan de l'écliptique très-près de l'orbite terrestre, à peu près comme la parabole de la figure 108. Si la Terre et la comète s'étaient trouvées *au même moment* dans les points voisins de leurs orbites respectives, peut-être la nébulosité ou la queue auraient-elles

* La durée de la révolution est de 6 ans ¾.

atteint notre globe ; mais, à l'époque où la comète de Biéla traversait le plan de l'écliptique, en 1832, la Terre était bien éloignée du point où la collision aurait pu avoir lieu. Cette faible chance de rencontre a même disparu actuellement, parce que les perturbations produites par les planètes dans la marche de la comète, ont eu pour effet d'en déplacer l'orbite et de l'écarter de celle de la Terre.

La comète de Biéla a présenté un singulier phénomène à son dernier retour en 1846. Elle s'était dédoublée pendant sa période d'invisibilité, en sorte qu'on revit deux comètes exactement semblables, très-voisines l'une de l'autre, mais sans communication apparente; du reste, elles décrivaient à peu près l'orbite que les calculs des astronomes avaient assignée d'avance à la comète de Biéla. L'une d'elles diminua peu à peu d'éclat, comme si sa matière était absorbée par l'autre. On ne sait à quelle cause attribuer ce dédoublement *.

Il y a encore une dizaine d'autres comètes périodiques, dont les retours s'effectuent à des intervalles de temps plus ou moins longs (la comète d'Encke revient tous les 3 $\frac{1}{3}$ ans).

Importance astronomique des comètes. — On voit maintenant combien le monde des comètes, si on peut se servir d'une telle expression, diffère profondément de celui des planètes. Les plans de leurs orbites ont toutes les inclinaisons possibles sur l'écliptique, de 0 à 90°. Les mouvements sont directs ou rétrogrades, indifféremment. Les ellipses cométaires les moins excentriques le sont encore au point qu'elles vont de l'orbite de Mercure à celle de Jupiter, de l'orbite de Vénus à celle d'Uranus ou de Neptune, etc... Aussi le monde des comètes ne participe-t-il en rien à la merveilleuse stabilité du système solaire. Une des conditions principales de cette stabilité est précisément la circularité ap-

* Si l'on voulait à toute force hasarder une conjecture, on pourrait attribuer ce dédoublement sans exemple à la rencontre de la comète de Biéla avec une des nombreuses planètes qui circulent entre Mars et Jupiter. Le passage d'un de ces très-petits astres à travers la nébulosité y déterminerait peut-être quelque modification de ce genre. En fait, la comète de Biéla qui passe si près de l'orbite de la Terre, vers le nœud descendant, s'en va traverser la région des petites planètes vers le nœud opposé de son orbite. Au prochain retour de cette comète (en 1852), nous verrons si cet étrange phénomène a persisté.

proximative et le grand écartement mutuel des orbites; il en résulte, en effet, que les planètes restant toujours très-éloignées l'une de l'autre, leurs attractions mutuelles sont toujours très-faibles, et se compensent d'ailleurs en partie. Mais les comètes, qui traversent comme au hasard le système solaire, peuvent passer près d'une grosse planète et éprouver alors dans leur marche des perturbations considérables, à ce point qu'une orbite, primitivement parabolique, sera transformée en une courte ellipse ou *vice versa*. Or l'observation fait connaître ces dérangements; ils sont proportionnels à la masse de la planète perturbatrice; ils peuvent donc, en certains cas, faire connaître cette masse avec plus d'exactitude que les faibles perturbations produites par cette planète sur une autre planète. C'est ainsi que la masse de Mercure a été déduite des dérangements qu'il cause dans la marche de la comète périodique d'Encke. Autrefois les comètes passaient, dans l'imagination des peuples, pour les avant-coureurs de quelque grand désastre; elles annonçaient, croyait-on, la peste, la guerre, la famine ou la mort des rois; aujourd'hui elles servent à faire connaître la masse de quelques planètes dépourvues de satellites.

Mais si elles éprouvent des perturbations considérables quand elles viennent à passer près d'une grosse planète, la réciproque n'est pas vraie : jamais planète n'a subi d'altération sensible dans sa marche par suite du voisinage d'une comète; d'où il suit que les masses des comètes observées jusqu'ici sont excessivement faibles, et que les astronomes ont raison de n'en tenir nul compte dans leurs calculs.

Absence de milieu résistant dans les espaces célestes. — Les comètes nous donnent la démonstration la plus décisive de ce fait capital (p. 130). La résistance qu'un mobile éprouve, de la part d'un milieu matériel, altère d'autant plus sa marche que la densité du mobile est plus faible. Si un milieu quelconque remplissait l'espace, ce serait surtout sur les comètes, dont la masse si faible occupe un si grand volume, que son influence se ferait sentir. Elles traversent l'espace en tous sens, avec toutes les vitesses imaginables, depuis quelques mètres par seconde, jusqu'à 10, 20, 40, 50 lieues par seconde; elles parcourent toutes les régions, depuis la surface même du Soleil dont quelques comètes se sont approchées au point de la raser

presque *, jusqu'aux confins du monde planétaire et au delà : or partout elles se meuvent comme si l'espace était vide **.

* La comète de 1843 a eu 0,0052 pour distance périhélie (tableau de la p. 360) : l'unité étant ici la distance de la Terre au Soleil, ou 24 068 rayons terrestres, la plus courte distance de cette comète au centre du Soleil était donc, le 27 février, de $24068 \times 0{,}0052 = 125.r$. Or la surface du Soleil est à $112.r$ du centre (p. 149); par conséquent le centre du noyau de la comète a passé à $13.r$ de la surface du Soleil. Celle de 1668 en a passé à 3 rayons terrestres de distance, c'est-à-dire à $\frac{1}{33}$ du rayon du Soleil lui-même. Tout porte à croire que ces deux comètes sont un seul et même astre.

** Cependant quelques astronomes attribuent à la résistance d'un milieu interplanétaire de petites irrégularités que la comète d'Encke a présentées dans sa marche; ce milieu hypothétique serait en tout cas incomparablement moins dense que les comètes dont la ténuité passe déjà toute idée.

LIVRE SIXIÈME.

LES ÉTOILES.

Jusqu'ici nous n'avons considéré les étoiles que comme des points fixes, répandus à profusion dans l'espace, et nous nous en sommes servis pour y rapporter, comme à des repères immobiles, les positions variables des astres du système solaire. A ce point de vue, ce sont les mouvements apparents des étoiles qui nous avertissent des mouvements réels dont notre globe est animé, de même que les mouvements apparents des arbres, ou des autres objets fixés au sol, avertissent le voyageur qu'emporte un navire ou un wagon de chemin de fer, du sens et de la vitesse actuelle de ses propres déplacements. Ainsi nous avons étudié déjà :

1° La rotation de la Terre, dans la rotation diurne de la sphère étoilée qui s'effectue en sens inverse autour des pôles célestes.

2° Le mouvement conique de l'axe terrestre, dans la lente rotation des étoiles qui s'effectue en sens inverse autour de l'axe de l'écliptique.

Il nous reste à rechercher un indice de la révolution annuelle de la Terre dans les petites ellipses parallactiques que les étoiles doivent paraître décrire en un an (p. 321). Et même, si le système solaire tout entier est animé d'un mouvement de translation générale en un sens quelconque, nous nous en apercevrons à d'autres mouvements apparents des étoiles qui devront paraître fuir en sens inverse, comme les arbres dont nous parlions plus haut.

Mais on peut aussi se proposer d'étudier les étoiles en elles-mêmes, en faisant abstraction de notre petit monde solaire. On peut mesurer l'intensité de leur lumière, rechercher celles dont l'éclat présente des variations, examiner leurs couleurs, tenir note des étoiles qui se sont éteintes ou des étoiles nouvelles qui ont apparu à diverses époques. On peut encore étudier les di-

vers groupes qu'elles forment, non pas fortuitement et par un simple effet de perspective, mais en réalité, dans l'espace infini où leur distribution n'est certes pas l'effet du hasard. Cette seconde branche de l'astronomie stellaire est de création récente; elle est née, en Angleterre, des travaux de sir W. Herschel, qui, le premier, construisit des télescopes d'une puissance extraordinaire et les appliqua systématiquement à l'étude du ciel étoilé. Peu avancée, malgré les brillants travaux de plusieurs astronomes contemporains, cette science naissante offre cependant déjà plusieurs résultats bien capables d'élargir le cercle de nos idées sur l'ensemble de la création.

CHAPITRE I.

PARALLAXE ET DISTANCE DES ÉTOILES; PREUVES DIRECTES DU MOUVEMENT DE TRANSLATION ANNUELLE DE LA TERRE. — ABERRATION.

Parallaxe des étoiles. — La distance d'une étoile se mesure, comme celle d'une planète, par une triangulation où l'on prend pour base le rayon ou le diamètre de l'orbite terrestre. Soient A l'étoile (fig. 113), T et T″ deux positions diamétralement opposées que la Terre occupe à peu près à 6 mois d'intervalle, dans l'orbite qu'elle décrit autour du Soleil S; TA, T″A les rayons visuels dirigés vers l'étoile à ces deux époques. L'observateur peut mesurer, avec une grande précision, les angles formés par ces deux lignes avec le diamètre TT″ de l'orbite terrestre * : ce sont les angles à la base du triangle TT″A. Quant à la base TT″, c'est le double de la distance de la Terre au Soleil. La résolution du triangle fera connaître les côtés TA, T″A ou SA. Mais pour que ce triangle existe, il faut que les droites TA, T″A ne soient pas parallèles, ou que les angles AT″*t*, AT*t* ne soient pas égaux, car c'est leur différence qui donne l'angle en A ou

---

* Il suffit de déterminer les coordonnées équatoriales (Æ et D) de l'étoile pour avoir la direction du rayon visuel TA; on calcule ensuite aisément, par les formules de la trigonométrie sphérique, l'angle de ce rayon avec une ligne quelconque TS tracée sur le plan de l'écliptique.

la parallaxe de l'étoile. Or les étoiles sont tellement éloignées, que les lignes TA, T″A, menées des deux extrémités d'une base de 76 millions de lieues, sont presque toujours sensiblement parallèles, l'angle A, parallaxe de l'étoile ou différence des angles à la base, étant de l'ordre des grandeurs dont on cesse de pouvoir répondre dans les mesures (au-dessous de 0″,1).

Voilà un premier résultat qu'il importe d'examiner de plus près. La parallaxe des étoiles étant toujours excessivement faible, plaçons-nous du moins dans les circonstances les plus favorables pour l'apprécier. Évidemment, de tous les diamètres terrestres que l'on peut prendre pour base, le plus avantageux est celui qui est perpendiculaire à SA. Soit TT″ ce diamètre *; SAT est l'angle sous lequel le rayon de l'orbite terrestre est vu de l'étoile A; c'est à cet angle qu'on donne spécialement le nom de parallaxe de l'étoile A. Afin de la distinguer de la parallaxe qui se rapporte au rayon du globe terrestre, on ajoute quelquefois l'épithète d'*annuelle*.

Cela posé, les observations de l'étoile A, faites à six mois de distance en T et en T″, feront connaître l'angle A ou le double de la parallaxe annuelle. Si cette parallaxe annuelle était de 1″, le rayon de l'orbite terrestre, vu de l'étoile, sous-tendrait un angle de 1″, et on en déduit aussitôt, sans calcul trigonométrique (voy. p. 147), que la distance de l'étoile au Soleil serait égale à 206 265 fois le rayon de l'orbite terrestre. Si la parallaxe est 2 fois, 3 fois ... plus petite, la distance sera 2 fois, 3 fois ... plus grande : en général, p étant la parallaxe d'une étoile, sa distance sera $\frac{206265}{p}$, expression dans laquelle l'unité est le rayon de l'orbite terrestre.

L'intensité de la lumière décroissant très-rapidement à mesure que la distance augmente (elle varie, comme l'attraction, en raison inverse du carré de la distance), il est à croire que les étoiles les plus brillantes sont aussi les plus rapprochées de nous. Cependant les astronomes n'en ont encore trouvé aucune dont la parallaxe ne soit inférieure à 1″.

* Dans la figure 113, T″T n'est pas le diamètre perpendiculaire à SA; mais le lecteur peut le supposer sans inconvénient, ou tracer lui-même une autre figure.

Comme on peut répondre de cette quantité dans les observations faites avec le soin convenable, il est permis de regarder la distance correspondante (206 265 fois le rayon de l'orbite terrestre) comme une limite en deçà de laquelle aucune étoile ne se trouve.

Pour se faire une idée de cette distance limite, il serait bien inutile de l'exprimer en kilomètres, en lieues ou même en rayons du globe terrestre *; les nombres qu'on obtiendrait ainsi seraient hors de toute proportion avec ceux dont la conception nous est habituelle : des millions de millions ne disent rien à l'esprit. Mais il est toujours possible d'adapter la grandeur des unités à celle des distances qu'on veut traduire en nombres. Nous avons quelque idée de l'énorme vitesse de la lumière, qui franchit en $8^m\,18^s$ le rayon de l'orbite terrestre (p. 344) : prenons pour unité de longueur, en fait de distances d'étoiles, le chemin que la lumière parcourt en un an. La distance limite, ou 206 265 rayons de l'orbite terrestre, est parcourue en $206\,265 \times 498^s$, et comme il y a $86\,400 \times 365{,}24\,222$ secondes dans une année tropique, le nombre cherché sera

$$\frac{206265 \times 498}{86400 \times 365{,}24222} = 3\tfrac{1}{4}.$$

Ainsi la lumière, qui parcourt 77 000 lieues par seconde, met plus de 3 ans $\frac{1}{4}$ à venir de l'étoile la plus voisine! Si cette étoile s'éteignait tout à coup, nous la verrions briller encore pendant plus de 3 ans $\frac{1}{4}$.

---

* On trouverait $206\,265 \times 38\,000\,000$ de lieues ou environ 8 millions de millions de lieues. En prenant le rayon de la Terre pour unité, cette distance sera exprimée par $206\,265 \times 24\,068 = 4\,964\,400\,000$. On voit combien nous étions loin d'exagérer quand nous disions dans l'Introduction (p. 61), que vouloir mesurer la distance des étoiles avec le diamètre du globe pour base, ce serait comme si un arpenteur prenait une base d'un demi-millimètre pour mesurer la distance d'un clocher éloigné d'une lieue ; nous pourrions dire maintenant : une base de $\frac{1}{[illegible]}$ de millimètre pour mesurer la distance de ce clocher. Si l'on voulait marquer sur la figure 1 les étoiles les plus proches du système solaire, en conservant l'échelle assignée à l'*orbite* terrestre (5^{mm} à peu près de rayon), il faudrait les placer à plus d'un quart de lieue. Cette simple remarque suffit pour donner une idée sensible de l'isolement de notre petit système solaire.

Distances de quelques étoiles. — Par les procédés de triangulation que l'on vient de lire, on est parvenu à déterminer la parallaxe de quelques étoiles dont voici le tableau :

NOMS des ÉTOILES.	PARAL-LAXE.	DISTANCE en rayons de l'orbite terrestre.	RETARD de la lumière.	DEGRÉ d'incertitude.
			ans.	
α du Centaure..	0",91	227000	3,6	à $\frac{1}{12}$ près.
61e du Cygne...	0 ,37	557500	9	à $\frac{1}{20}$ près.
Sirius.........	0 ,23	900000	14	incertaine.
α de la Lyre....	0 ,21	980000	15	à $\frac{1}{3}$ près.
Arcturus	0 ,13	1600000	25	incertaine.
La Polaire.....	0 ,11	1900000	30	à $\frac{1}{10}$ près.
La Chèvre......	0 ,05	4120000	65	très-incertaine

En général, l'incertitude augmente avec la distance.

Preuves matérielles du mouvement de translation de la Terre. — La parallaxe de chaque étoile est une preuve du déplacement de la Terre, car si notre globe restait en un même lieu de l'espace, comme les étoiles, on n'observerait point, à 6 mois d'intervalle, de changement de direction ou de parallaxe, dans le rayon visuel dirigé vers une étoile quelconque. Afin de mettre cette preuve dans tout son jour, il convient de se reporter à la théorie des mouvements apparents (p. 321); cette théorie montre que tout point fixe doit paraître décrire, en un an, une orbite égale et parallèle à celle de la Terre. Vue de la Terre, l'orbite apparente semble d'autant plus petite que le point qui la décrit est plus éloigné. En outre, sa perspective sur la voûte céleste est une ellipse très-étroite pour les étoiles peu distantes angulairement du plan de l'écliptique (celles dont la latitude est faible); elle n'apparaît sous sa véritable forme à très-peu près circulaire que pour les étoiles dont la latitude est près de 90°. Le mouvement de révolution annuelle de la Terre se manifeste donc, à nos yeux, par les ellipses imperceptibles que les étoiles semblent décrire en un an : constater l'existence de ces mouvements apparents, c'est démontrer, *ipso facto*, la réalité du mouvement de la Terre.

En mettant en œuvre des lunettes puissantes et des procédés d'observation d'une délicatesse extrême, Bessel et Struve réussirent les premiers à suivre deux étoiles (la 61e du Cygne et α de la Lyre) dans les ellipses qu'elles parcourent, sur la voûte céleste, à mesure que la Terre avance dans sa propre orbite. Lorsqu'on trace, de jour en jour, sur un dessin d'échelle suffisante, les positions observées de ces étoiles, et qu'on place, à côté, les ellipses qu'elles doivent décrire, d'après la théorie des mouvements apparents, si la Terre se meut, il est impossible de ne pas être frappé de leur identité : c'est comme si on voyait marcher la Terre. Le demi-grand axe de l'ellipse ainsi décrite par la 61e du Cygne est égal au rayon de l'orbite terrestre; mais, vu de la Terre, il ne sous-tend qu'un angle de 0″,37.

Aberration. — La vitesse de la lumière, si grande qu'elle soit, n'est pas hors de toute proportion avec celle du mouvement de translation de la Terre. Soit R le rayon de l'orbite terrestre que nous pouvons ici considérer comme un cercle : en 8m 18s, la lumière parcourt une distance égale à R, et, en un an de 365j,25638, la Terre parcourt la circonférence entière ou $2\pi R$. L'espace parcouru en 1s est $\frac{R}{498}$ pour la lumière, et $\frac{2\pi R}{365,25638 \times 86400}$ pour la Terre. Le rapport des deux vitesses est $\frac{2\pi \times 498}{365,25638 \times 86400}$ ou $\frac{1}{10000}$ à très-peu près*.

Cela posé, voyons ce qui résultera de la combinaison de ces deux vitesses. Si la Terre restait immobile en T (fig. 114), une étoile placée sur la ligne TE serait vue dans la direction de cette droite, quelle que puisse être la vitesse de la lumière; mais si la Terre se meut dans son orbite avec une vitesse 10 000 fois moindre, le mouvement de la lumière se composera avec celui de la Terre suivant la loi du parallélogramme des vitesses ou des forces, et au lieu de voir l'étoile suivant sa vraie direction TE, nous la verrons suivant une autre direction TE′ qu'il est facile de déterminer. Portez, sur le prolongement T*a* de l'élément rectiligne parcouru

* Il est facile de déduire des nombres précédents qu'en une seconde la lumière parcourt 77 000 lieues et la Terre 7,7 lieues environ.

actuellement par la Terre, une longueur quelconque, et sur TE, que la lumière de l'étoile parcourt, portez une longueur 10 000 fois plus grande : la diagonale TE′ du parallélogramme construit sur ces deux lignes sera la direction suivant laquelle l'étoile sera vue, lorsque la Terre est en T. Pour toute autre position T′ la construction serait la même. L'angle variable ETE′ dont une étoile est ainsi déviée de sa direction réelle, par la combinaison des vitesses de la lumière et de la Terre, se nomme angle d'*aberration*. Sa plus grande valeur est de 20″,45.

En réfléchissant aux effets de l'aberration, on verra qu'ils se réduisent à faire décrire, en une année, à l'étoile, un cercle de 20″,45 de rayon autour de sa position véritable. Le cercle d'aberration sera le même pour toutes les étoiles, car la lumière qui nous vient d'elles nous arrive toujours avec la même vitesse; mais ce cercle, parallèle à l'écliptique, étant vu sous différentes obliquités, d'après la position de l'étoile, il aura, en général, pour projection sur la voûte céleste, une ellipse d'autant plus aplatie que l'étoile sera plus rapprochée angulairement de l'écliptique. La différence principale entre l'ellipse d'aberration et l'ellipse parallactique, c'est que la première a toujours 20″,45 pour demi-grand axe, quelle que soit la distance de l'étoile, tandis que la seconde est d'autant plus petite que l'étoile est plus éloignée. Voilà une seconde preuve matérielle du mouvement annuel de la Terre. Si les anciens avaient eu des instruments assez puissants et assez précis pour discerner ces petits mouvements apparents que toutes les étoiles exécutent dans l'intervalle d'une année, il leur aurait été impossible d'en admettre la réalité, car ils n'auraient pu les expliquer, comme la rotation diurne et la précession, par un mouvement quelconque de la sphère étoilée. Ils auraient été forcément conduits à l'opinion des pythagoriciens. Mais, dans l'hypothèse où nous raisonnons, les analogies que nous avons souvent signalées auraient suffi pour les désabuser.

CHAPITRE II.

CLASSIFICATION DES ÉTOILES; NOMBRE DES ÉTOILES VISIBLES A L'ŒIL NU; ÉTOILES VARIABLES; ÉTOILES COLORÉES; ÉTOILES NOUVELLES; MOUVEMENTS PROPRES; ANALOGIES AVEC LE SOLEIL; ÉTOILES DOUBLES; NÉBULEUSES; VOIE LACTÉE.

Classification des étoiles. — Les astronomes les rangent par ordre d'éclat. Les étoiles les plus brillantes, celles qu'une vue ordinaire distingue aisément sans le secours des lunettes, sont réparties entre les 6 premiers ordres; les étoiles télescopiques forment les ordres suivants. Voici à peu près le nombre des étoiles qui se trouvent comprises dans les divers ordres d'éclat ou de grandeur *.

1re	grandeur	20	étoiles.
2e	»	65	»
3e	»	190	»
4e	»	425	»
5e	»	1100	»
6e	»	3200	»
7e	»	13000	»
8e	»	40000	»
9e	»	142000	»

La série de ces nombres ressemble un peu à une progression géométrique dont la raison serait 3.

Le ciel entier contient environ 5000 étoiles visibles à l'œil nu (de la 1re à la 6e grandeur inclusivement). On n'en voit à Paris que 4000; 1000 restent au-dessous de notre horizon.

Au delà du 9e ordre, viennent les étoiles, en nombre toujours croissant, du 10e ordre, du 11e, ... du 15e, du 16e, etc. Il n'y a apparemment d'autre limite que la puissance même des lunettes ou des télescopes; quand on se sert d'objectifs

* Terme dont les astronomes se servent, tout en en reconnaissant l'impropriété. L'éclat d'une étoile ne nous apprend rien sur sa grandeur absolue.

très-grands et de forts grossissements, on distingue des milliers de petites étoiles, là où des instruments plus faibles ne laissaient apercevoir qu'une vague nébulosité faiblement lumineuse.

Voici les noms des étoiles de 1re grandeur, en commençant par les plus brillantes; ce sont celles qu'il importe de savoir reconnaître sur le ciel (fig. 34).

Sirius	ou α du Grand Chien	
Canopus	ou α du Navire Argo*,	invisible en Europe.
»	α du Centaure,	invisible en Europe.
Arcturus	ou α du Bouvier.	
Rigel	ou β d'Orion.	
La Chèvre	ou α du Cocher.	
Véga	ou α de la Lyre.	
Procyon	ou α du Petit Chien.	
Béteigeuse	ou α d'Orion.	
Achernar	ou α de l'Éridan,	invisible en Europe.
Aldébaran	ou α du Taureau.	
»	β du Centaure,	invisible en Europe.
»	α de la Croix du Sud,	invisible en Europe.
Antarès	ou α du Scorpion.	
Ataïr	ou α de l'Aigle.	
L'Épi	ou α de la Vierge.	
Fomalhaut	ou α du Poisson austral.	
»	β de la Croix du Sud,	invisible en Europe.
Pollux	ou β des Gémeaux.	
Regulus	ou α du Lion.	

Étoiles colorées. — Les étoiles sont blanches pour la plupart. Parmi les étoiles colorées, les rouges sont en majorité : telles sont α d'Orion, Arcturus et Aldébaran. Puis viennent les étoiles jaunes (la Chèvre et α de l'Aigle). Parmi les étoiles d'un moindre éclat, on en trouve plusieurs d'une couleur verte ou bleue. En général, ces colorations si diverses ne sont pas très-tranchées, et par exemple la planète Mars est d'un rouge bien

* L'étoile η de la même constellation est actuellement de 1re grandeur ; mais c'est une étoile irrégulièrement variable dont l'éclat a considérablement augmenté dans ces derniers temps.

plus sensible que les étoiles rougeâtres que nous venons de citer.

Étoiles variables. — En fait de couleur, il n'y a guère que Sirius qui paraisse avoir varié. Il est aujourd'hui et depuis bien des siècles d'une blancheur parfaite; autrefois il était rougeâtre, car les anciens lui donnaient souvent l'épithète de *rubra* (*rubra canicula*). Sous le rapport de l'éclat, le nombre des étoiles variables actuellement connues s'élève à 20 ou 30. Les plus curieuses sont ο de la Baleine et β de Persée ou Algol. La première est quelquefois de 2ᵉ ou de 3ᵉ grandeur, pendant plusieurs jours; puis elle diminue rapidement d'éclat et finit par disparaître. Ses variations sont périodiques; après être restée plusieurs mois invisible, l'étoile reparaît, augmente d'éclat, mais elle ne revient pas toujours à sa grandeur première. La période de ces alternatives d'éclat est d'environ 332 jours. Après être restée invisible pendant tout l'hiver de 1851-1852, elle atteindra son maximum d'éclat vers le 5 juillet 1852. En ajoutant 332 jours à cette date, on aura celle d'un nouveau maximum d'éclat, et ainsi de suite. Ces prédictions ne peuvent être bien exactes, parce que les variations dont il s'agit ne sont pas très-régulières et qu'on en ignore absolument la cause et la loi.

Quant à β de Persée, la période de ses variations est seulement de $2^j\ 21^m$ à peu près, mais il ne disparaît point comme ο de la Baleine; son éclat ne fait qu'osciller (pendant 7 à 8 heures) de la 2ᵉ grandeur à la 4ᵉ. Pour expliquer ces changements périodiques d'éclat, on a supposé que de gros satellites opaques et obscurs circulent autour de l'étoile et nous la masquent de temps en temps, — ou qu'une partie de l'étoile est moins brillante que l'autre, en sorte qu'en tournant sur elle-même, cette étoile nous montrerait successivement sa face obscure et sa face lumineuse. Peut-être vaut-il mieux avouer notre ignorance et remettre à un plus ample informé toute tentative d'explication.

Étoiles nouvelles. — C'est précisément le caractère général d'immuabilité et de fixité de la voûte céleste qui rend plus frappants les moindres changements qu'une observation attentive parvient à y découvrir. L'apparition d'une étoile nouvelle n'est point un fait absolument rare : l'histoire a conservé le

souvenir de plusieurs faits de ce genre, parmi lesquels on peut citer, en première ligne, l'étoile nouvelle que l'on aperçut tout à coup, en 1572, dans la constellation de Cassiopée. D'après Tycho-Brahé, son éclat surpassait celui de toutes les autres étoiles et ne pouvait être comparé qu'à l'éclat maximum de Vénus. Elle diminua peu à peu et disparut au commencement de 1574.

C'était bien une étoile; on le reconnut à ces deux caractères décisifs : fixité absolue (elle conserva constamment la même place par rapport aux étoiles voisines), et absence de parallaxe. Cette apparition étonna, mais n'effraya personne. Elle est restée entièrement inexpliquée, ainsi que les autres phénomènes du même genre.

Étoiles doubles. — Quelques étoiles qui paraissent simples à l'œil nu ou avec des lunettes médiocres, se dédoublent lorsqu'on emploie de forts grossissements pour les examiner; elles paraissent alors composées de deux étoiles très-rapprochées, d'un éclat plus ou moins inégal, et quelquefois de couleurs différentes. Cette grande proximité de deux étoiles peut être apparente ou réelle; réelle, si les deux astres sont à la même distance de la Terre; apparente, si leurs distances sont inégales. Dans ce dernier cas, le rapprochement des deux étoiles est un pur effet de perspective fortuite qui tient à la place que le système solaire occupe dans l'univers : vues d'une autre station, les deux étoiles paraîtraient séparées. On les nomme étoiles *optiquement* doubles, ou couples *optiques*. Mais si les deux étoiles sont également éloignées de nous, si elles se trouvent en réalité sur le même plan, comme diraient les peintres, alors leur proximité est un fait réel dont les conséquences méritent de fixer notre attention *.

Par exemple, la 61e du Cygne, dont la parallaxe a été mesurée par Bessel, est une étoile double formée de deux étoiles à peu près égales; leur écartement angulaire est de 16″. A la distance où se trouve ce couple, une ligne égale au rayon de l'orbite

* Notez qu'ici il ne s'agit point de ces étoiles télescopiques de 15e ou de 16e grandeur et au-dessous qui pullulent dans certaines régions du ciel, mais d'étoiles beaucoup plus brillantes et très-probablement plus rapprochées de nous.

terrestre ne sous-tendrait pour nous qu'un angle de 0",37 (p. 369). Leur écartement angulaire de 16" étant $\frac{16}{0,37} = 43$ fois environ plus grand, il en résulte que la distance linéaire qui sépare les étoiles composantes de ce système est égale à 43 rayons de l'orbite terrestre. Or l'étendue de notre propre système solaire nous prouve que l'attraction du Soleil se fait sentir à des distances de cet ordre et même bien au delà. Si donc les étoiles sont douées, comme le Soleil et comme toute matière, d'une force d'attraction proportionnelle à leurs masses, les deux composantes de la 61ᵉ du Cygne doivent l'exercer l'une sur l'autre d'une manière très-sensible *, par conséquent tomber l'une vers l'autre avec une vitesse croissante, jusqu'à ce qu'elles se soient réunies en une seule masse. Or elles ne se sont point réunies ainsi en une seule masse : donc elles circulent l'une autour de l'autre. Il n'y a point d'autre alternative, et la conclusion est forcée. Cette conclusion est justifiée par les faits. Depuis qu'on observe les positions relatives de ces deux étoiles voisines, on a constaté des changements qui ne permettent plus de douter qu'elles ne forment un système analogue à celui du Soleil et d'une planète, ou d'une planète et d'un satellite. La seule différence, c'est qu'il s'agit ici de deux soleils à peu près égaux qui circulent l'un autour de l'autre, ou plutôt autour de leur centre de gravité commun. Si leurs attractions mutuelles varient, comme dans le système solaire, en raison inverse du carré de la distance, les courbes décrites par ces soleils autour de leur centre de gravité seront, en vertu des lois de Képler, des ellipses semblables dont ce point occupera un foyer, et les aires décrites par les rayons vecteurs croîtront proportionnellement au temps. En raisonnant dans cette hypothèse, suggérée par les analogies les plus naturelles, un astronome français, feu M. Savary, est parvenu à soumettre au calcul les mouvements d'une étoile double (ξ de la Grande-Ourse), à déterminer le temps de la ré-

* A moins que leurs masses ne soient excessivement faibles. Mais cette supposition est incompatible avec l'idée que les analogies les mieux fondées nous autorisent à nous former des étoiles.

Il est inutile d'ajouter que si les étoiles ne sont doubles qu'optiquement, elles n'exerceront l'une sur l'autre aucune action sensible, et ne présenteront point de mouvements de révolution autour d'un centre commun.

volution, la forme des ellipses décrites, la position de leur plan commun et de leur grand axe, enfin tous les éléments que nous avons mentionnés si souvent à propos des planètes, des satellites et des comètes de notre monde. Voici les principaux éléments des orbites des systèmes binaires les mieux étudiés : ils ont été calculés par M. Yvon Villarceau, astronome de l'Observatoire de Paris, d'après les observations de W. Herschel et de M. Struve (célèbre astronome russe).

NOM de L'ÉTOILE DOUBLE.	GRANDEURS des étoiles composantes.	DEMI GRAND AXE	EXCENTRICITÉ.	DURÉE de la révolution.
				ans.
ξ de la Grande-Ourse..	4ᵉ et 5ᵉ	2″,44	0,43	61,6
p d'Ophiucus........	4ᵉ et 6ᵉ	4 ,97	0,44	92,3
ζ d'Hercule..........	3ᵉ et 6ᵉ	1 ,25	0,45	36,4
η de la Couronne......	5ᵉ et 6ᵉ	1 ,11	0,47	66,3
γ de la Vierge	3ᵉ et 3ᵉ	3 ,45	0,87	153,8
α du Centaure.......	1ʳᵉ et 2ᵉ	12 ,13	0,72	78,5

Quand on connaîtra la distance qui nous sépare de ces étoiles, on pourra déterminer la grandeur linéaire des axes de leurs orbites, et calculer, comme nous l'avons fait déjà pour les corps du système solaire, la quantité dont elles tombent l'une vers l'autre en 1ˢ; cette quantité est évidemment proportionnelle à la somme de leurs attractions mutuelles, et par conséquent à la somme de leurs masses. C'est ainsi qu'on est parvenu à savoir que les masses réunies des deux étoiles de α du Centaure forment environ 0,38, et celles de la 61ᵉ du Cygne 0,30 de la masse du Soleil. N'est-il pas merveilleux que l'on puisse peser en quelque sorte ces étoiles éloignées, tout comme les astres de notre propre monde?

Mouvements propres des étoiles. — Les étoiles ne sont pas fixes dans le sens absolu du mot; elles se déplacent, mais à cause de leurs distances énormes, les effets de ces déplacements restent, en général, inaperçus. L'un des plus rapides, ou plutôt des moins lents, est celui de la 61ᵉ du Cygne, qui parcourt dans une direction constante environ 5″,12 par an. A la distance où

se trouve cette étoile, un petit arc de 0″,37, mesuré sur la voûte céleste, représente une grandeur linéaire égale au rayon de l'orbite de la Terre, en sorte que la 61ᵉ du Cygne parcourt pour le moins chaque année $\frac{5,12}{0,37} = 13,8$ de ces rayons. C'est une vitesse de 16 lieues de poste par seconde.

On ignore la cause et la nature de ces mouvements qui peuvent, dans la suite des siècles, faire varier sensiblement les distances angulaires des étoiles et modifier un peu l'aspect actuel des constellations.

Analogies entre le Soleil et les étoiles. — Éloignons par la pensée notre Soleil jusqu'à la distance de Sirius, c'est-à-dire à 1 000 000 fois environ sa distance actuelle. Son diamètre apparent qui, pour nous, est de 32′ ou de 1920″, se trouvera réduit à $\frac{1920''}{1000000} = 0'',001920$. Il serait de 0″,01 à la distance de α du Centaure. Or nous savons déjà (p. 291) que les diamètres apparents des plus belles étoiles sont moindres que 0″,06; donc, sous ce rapport, le Soleil nous ferait absolument le même effet que les étoiles, s'il était placé à la même distance; nous le verrions dans nos lunettes comme un simple point brillant, sans dimensions appréciables.

Sir John Herschel a trouvé, par des mesures très-délicates, que le Soleil nous envoie 22 000 millions de fois plus de lumière que α du Centaure. Or, l'intensité de la lumière variant en raison inverse du carré de l'éloignement, si nous supposons le Soleil placé à la distance de α du Centaure, c'est-à-dire 200 000 fois environ plus loin de nous, sa lumière deviendra $200\,000^2$ ou 40 000 millions de fois plus faible. D'où l'on conclut qu'il nous paraîtrait deux fois environ moins brillant que α du Centaure. Ainsi, sous le rapport de l'éclat, le Soleil produirait encore le même effet, à peu près, que les étoiles d'une grandeur moyenne, s'il était placé parmi elles.

Il en serait tout autrement des autres astres de notre monde; ceux-là n'émettent point de lumière propre; ils réfléchissent celle du Soleil. La Lune, par exemple, qui est 400 fois moins éloignée que le Soleil, est cependant 800 000 fois moins brillante quand elle est pleine. Transportée à la distance des étoiles, elle serait invisible.

Il est donc permis de croire que les étoiles sont des soleils éloignés, brillant de leur propre lumière, entourés peut-être de planètes qui nous resteront toujours inconnues.

Amas d'étoiles et nébuleuses. — Les Pléiades forment un amas d'étoiles où une bonne vue distingue aisément six étoiles très-voisines. Les personnes dont la vue est courte ne voient guère dans les Pléiades qu'une masse confuse de lumière assez semblable à une nébulosité brillante; mais une lunette médiocre fait disparaître cette apparence et décompose la nébulosité en étoiles parfaitement distinctes, séparées les unes des autres par d'assez grands intervalles. En même temps elle fait voir, dans le même groupe, beaucoup d'autres étoiles plus petites qui échappent à l'œil nu.

Il existe dans le ciel un très-grand nombre d'amas d'étoiles bien plus serrées, bien plus nombreuses que les Pléiades; vues avec de faibles lunettes, ils offrent aussi l'apparence de vagues nébulosités assez semblables aux comètes, avec lesquelles il arrive parfois qu'on les confond un moment. Mais un instrument plus puissant les décompose encore en étoiles pressées, dont le nº 1 de la figure 115 peut donner une idée.

Les nébuleuses sont des amas d'étoiles que les plus puissants télescopes ne peuvent parvenir à décomposer. On a cru longtemps qu'elles n'étaient point réellement formées d'étoiles distinctes, mais bien d'une matière homogène, continue, brillant par elle-même, à laquelle on donnait le nom de matière cosmique. On supposait que cette matière, en se condensant peu à peu autour d'un ou de plusieurs centres, donnait naissance à des étoiles distinctes.

La nébuleuse située dans la constellation d'Andromède (nº 2 de la figure 115), a passé pour un de ces amas de matière cosmique, jusqu'au jour où la puissante lunette de l'Observatoire de Cambridge (États-Unis) fit voir enfin que c'était encore un essaim d'innombrables étoiles, plus serrées, plus condensées que dans les autres amas.

Parmi les nombreuses nébuleuses que les plus puissants télescopes n'ont pu résoudre jusqu'à présent, on rencontre les formes les plus variées, les plus singulières. Le nº 4 de la figure 115 représente une nébuleuse annulaire; le nº 3, une nébuleuse ronde, assez semblable au disque d'une planète. Tous

ces objets sont d'une faiblesse d'éclat extrême. S'ils sont composés d'étoiles accumulées, leur distance doit être prodigieuse, et ce serait sans doute par milliers d'années qu'il faudrait compter le temps que la lumière met à la parcourir.

Enfin on a pensé, et c'est assurément une idée hardie et brillante, que la Voie lactée n'est autre chose qu'une grande nébuleuse dont notre Soleil fait partie.

Voie lactée. — C'est une zone brillante, irrégulière, qui divise la sphère céleste en deux parties à peu près égales, et dont l'éclat est dû à l'agglomération d'un nombre incalculable de petites étoiles. Prises isolément, ces petites étoiles seraient invisibles à l'œil nu, mais, accumulées sur une zone étroite de la voûte céleste, elles donnent à cette zone l'aspect d'une nébulosité blanchâtre tout à fait analogue à celui des amas d'étoiles ou des nébuleuses dont il vient d'être question.

Supposez que les étoiles qui nous entourent soient disséminées, comme les planètes, à peu près sur un même plan, ou du moins dans l'espace compris entre deux plans indéfinis et parallèles, de manière à former une sorte de couche d'étoiles, très-aplatie dans un sens, mais très-étendue dans tous les autres. Un spectateur, placé au milieu de cette couche, verra un très-grand nombre d'étoiles accumulées dans toutes les directions peu inclinées aux plans qui la limitent, tandis qu'il en verra fort peu dans la direction perpendiculaire à la couche. La perspective générale de cette couche, sur la sphère céleste dont le spectateur occupe le centre, présentera donc une zone où les étoiles seront accumulées en grand nombre; partout ailleurs le ciel semblera pauvre et dégarni. On peut dire que la Voie lactée est le zodiaque des étoiles (p. 334). Supposons maintenant que le spectateur s'éloigne de cette immense couche, au milieu de laquelle nous l'avions d'abord placé; la perspective changera un peu : au lieu de dessiner un grand cercle de la voûte céleste, la Voie lactée ne paraîtra plus former qu'un petit cercle, dont le rayon sphérique ira en diminuant à mesure que le point de vue s'éloignera. Enfin, si la distance devient très-grande par rapport aux dimensions de cet amas d'étoiles, sa perspective se réduira à une nébulosité circulaire assez semblable à celle du n° 3 de la figure 115. Faut-il donc conclure de là que la Voie lactée est *notre* Voie lactée, et que les habitants de la nébuleuse

n° 3 ou n° 4 en ont une autre, dont nos étoiles ne font pas partie? Rien ne s'y oppose, rien ne peut contredire catégoriquement ces spéculations grandioses, auxquelles il suffit que l'espace soit illimité, les étoiles innombrables, et la puissance du Créateur infinie. Mais après avoir un instant contemplé ces Voies lactées, le lecteur aimera, je pense, à revenir à l'étude plus fructueuse de notre monde solaire, dont la grandeur n'effrayera plus désormais son imagination.

FIN.

NOTES.

NOTE I.

PROJECTION STÉRÉOGRAPHIQUE.

DÉMONSTRATION DES TROIS PROPRIÉTÉS DE LA PROJECTION STÉRÉOGRAPHIQUE QUI ONT ÉTÉ ÉNONCÉES PAGE 98.

Lemme. — Toute section *antiparallèle* d'un cône oblique à base circulaire est un cercle.

Soit AFB (fig. 146) la base circulaire d'un cône oblique dont le sommet est S. Soit encore SAB un plan perpendicnlaire à la base et passant par le centre du cercle AFB. Si on mène une ligne CD faisant, avec les génératrices SA, SB, les mêmes angles que AB, mais dans un autre ordre, CD sera antiparallèle à AB, et il suffira de retourner le triangle SCD et de l'appliquer de nouveau sur SAB, pour que CD devienne parallèle à AB. Le plan mené par CD perpendiculairement au plan SAB déterminera la section antiparallèle DFC.

Soit EF la ligne d'intersection du plan de cette section avec le plan de la base; BFA étant un cercle, EF est une moyenne proportionnelle entre AE et EB, ou

$$\overline{EF}^2 = AE \times EB.$$

Mais les triangles AEC, DEB sont semblables, puisqu'ils ont les mêmes angles; on a donc la proportion $\frac{AE}{EC} = \frac{ED}{EB}$; d'où il suit que $AE \times EB = ED \times EC$; EF est donc aussi une moyenne proportionnelle entre les deux segments ED, EC, et, par suite, DFC est un cercle.

On répondra d'ailleurs aisément à toutes les difficultés si on se rappelle que les sections *parallèles* d'un cône quelconque sont des courbes semblables, de même que les sections parallèles d'une pyramide sont des polygones semblables.

1er Théorème. — Dans la projection stéréographique, tout cône qui projette un cercle de la sphère est coupé antiparallèlement par le plan du tableau, et par conséquent suivant un cercle.

Soit AB le cercle de la sphère (fig. 117). Par son centre, et par le point de vue S, faisons passer un plan perpendiculaire au plan du tableau EF, et qui coupe la sphère suivant le grand cercle SEAF. L'angle BAS a pour mesure $\frac{1}{2}$ BE + $\frac{1}{2}$ ES = $\frac{1}{2}$ BE + $\frac{1}{2}$ SF ; il est donc égal à l'angle ABS qui a même mesure. Donc le plan du tableau coupe antiparallèlement le cône projetant SAB ; donc la perspective *ab* du cercle AB est elle-même un cercle.

2° Théorème. — Les courbes tracées sur la sphère se coupent sous le même angle que leurs projections stéréographiques.

Il suffit de démontrer la proposition pour le cas de deux grands cercles, car s'il s'agit de deux courbes quelconques tracées sur la sphère, on peut toujours leur substituer deux arcs de grand cercle qui leur soient tangents au point d'intersection.

Prenons d'abord le cas où l'un des grands cercles SEIF a son plan perpendiculaire au plan du tableau, et passe par conséquent par le pôle S de la projection. Soient IT et It des tangentes en I aux arcs de grand cercle qui se croisent en ce point. Leur plan sera tangent en I à la sphère, et par suite perpendiculaire au plan du grand cercle SEIF ; il coupera donc le plan du tableau suivant une droite *tT* perpendiculaire au plan du grand cercle SEIF. Or les angles à la base du triangle TI*i* sont égaux, car ils ont pour mesure, l'un $\frac{1}{2}$ (IE + ES), l'autre $\frac{1}{2}$ (IE + SF), et SF = ES. Ce triangle est donc isocèle ; par suite le triangle *tIi* l'est aussi. Il en résulte que les triangles TI*t* et T*it* sont égaux, et que l'angle *i* est égal à l'angle I dont il est la projection.

Il est facile de généraliser la démonstration, puisque l'angle de deux grands cercles, ou des deux courbes qu'ils remplacent, est évidemment égal à celui de leurs tangentes.

3° Théorème. — Si on considère un élément plan infiniment petit de la sphère, les figures qui y seront tracées auront les mêmes angles que leurs projections ; elles seront d'ailleurs décomposables, comme celles-ci, en un même nombre de triangles semblables et disposés dans le même ordre. Par à peu près, on peut donc dire que les très-petites figures tracées sur la sphère ont des figures semblables pour projections stéréographiques.

NOTE II.

SUR L'ÉQUATION DU TEMPS, PAGE 181.

De deux astres, ou de deux points de la voûte céleste, c'est celui dont l'ascension droite est la plus petite qui passe le premier au méridien ou par un plan horaire quelconque. Puisqu'on *ajoute* l'équation du temps

$E+R_0$ à l'ascension droite du Soleil moyen pour avoir celle du Soleil vrai, c'est le Soleil moyen qui passe le premier au méridien. Ainsi midi moyen précède midi vrai; quand il est midi vrai, l'heure moyenne est donc midi *plus* quelque chose. Ce qu'il faut *ajouter* à l'heure vraie pour avoir l'heure moyenne correspondante, c'est évidemment la différence d'ascension droite des deux Soleils vrai et moyen*, c'est l'équation du temps. Donc le temps moyen est égal au temps vrai *plus* l'équation du temps. Il est inutile d'ajouter que cette manière de raisonner est indépendante du signe de l'équation du temps : on prend ici les mots *ajouter* et *précéder* dans le sens algébrique.

NOTE III.

RÈGLE MNÉMONIQUE DE BODE.

C'est un moyen assez simple de retrouver à peu près les distances des planètes au Soleil, et de les graver dans la mémoire. Ce qu'elle offre de plus curieux, c'est assurément son histoire. Depuis que l'on connaît les distances des planètes au Soleil (p. 326), on a cherché souvent si ces distances ne suivraient pas entre elles quelque ordre régulier, et il n'y a guère de tâtonnement, d'hypothèse, de formule empirique qu'on n'ait essayés, mais sans succès. Après la découverte d'Uranus, on voyait bien que les distances de Jupiter, de Saturne et d'Uranus allaient en doublant à peu près; mais il était impossible de faire rentrer dans la même progression le groupe des quatre premières planètes dont les distances au Soleil suivent une progression différente. D'ailleurs, ces deux groupes, dont nous avons signalé (p. 346) la dissemblance physique, sont séparés par un grand vide, par une espèce de lacune contre laquelle venaient échouer tous les essais. On trouva cependant que la formule empirique $\frac{1}{10}(4+3\times 2^{n-2})$, où n représente le rang des planètes à partir du Soleil, reproduisait assez bien leurs distances, pourvu qu'on intercalât une planète fictive entre Mars et Jupiter, afin de combler la lacune. Chose singulière, la première petite planète qui ait été découverte (1er janvier 1801), occupait précisément la région que l'on avait assignée à cette planète fictive. Bientôt après on en découvrit une seconde, puis une troisième, etc., toujours entre Mars et

---

* Ce Soleil moyen est un second Soleil fictif, analogue à celui que nous avions déjà imaginé, page 176. Tous deux ont une marche uniforme; mais le Soleil fictif S' de la page 176 et suivantes parcourait l'écliptique, tandis que le Soleil moyen est censé se mouvoir uniformément dans l'équateur céleste. L'ascension droite du Soleil moyen est toujours égale à la longitude du Soleil fictif S'.

Jupiter, et, quoique les distances au Soleil de ces astres nouveaux différassent beaucoup entre elles, cependant la moyenne de ces distances ne cadrait pas trop mal avec la formule. Telle est l'origine de l'hypothèse par laquelle Olbers rattachait ces petits astres à la planète fictive qu'ils remplacent, et dont ils seraient les débris (p. 352). Mais la découverte de Neptune a détruit sans retour l'intérêt qui commençait à s'attacher à la règle empirique de Bode : pour cette planète-là, la discordance est par trop forte. Voici, du reste, les distances des planètes calculées d'après cette formule, et comparées avec les distances réelles : on sent qu'il ne s'agit pas ici d'exactitude astronomique, comme pour les *lois* de Képler, mais seulement d'à-peu-près fort grossiers.

NOMS des PLANÈTES.	NUMÉROS d'ordre ou valeurs de *n*.	$4+3.2^{n-2}$.	DISTANCES d'après la formule.	DISTANCES réelles.	DIFFÉRENCES.
Mercure	1	4 + 1,5	0,55	0,39	+ 0,16
Vénus.......	2	4 + 3	0,7	0,72	— 0,02
La Terre.....	3	4 + 6	1,0	1,00	0,00
Mars........	4	4 + 12	1,6	1,52	+ 0,08
Planète fictive.	5	4 + 24	2,8	2,56	+ 0,24
Jupiter......	6	4 + 48	5,2	5,20	0,00
Saturne......	7	4 + 96	10,0	9,54	+ 0,46
Uranus......	8	4 + 192	19,6	19,18	+ 0,42
Neptune.....	9	4 + 384	38,8	30,04	+ 8,76

Le nombre 2,56, qui répond ici à la planète fictive, est la moyenne des distance des 15 petites planètes (p. 331).

Si la formule empirique de Bode se rattachait par un lien réel à la constitution du monde solaire, on en déduirait quelques indications plus ou moins vagues sur son étendue, et sur les planètes encore inconnues dont il se compose : il suffirait d'attribuer à l'unique variable *n* de nouvelles valeurs. Or, du côté du Soleil, la formule s'accorde assez bien avec les faits ; elle donne, il est vrai, une infinité de planètes situées entre Mercure et le Soleil, mais en leur assignant la même distance à peu près qu'à Mercure (0,48 ; 0,44 ; 0,42 ; 0,41 ; 0,40, puis toujours 0,40). Ainsi la formule n'indique point de planètes à découvrir de ce côté ; Mercure représenterait la réunion de toutes les planètes *possibles*, qui, autrement, n'auraient pu subsister qu'à l'état d'anneau comme celui de Saturne, ou d'éparpillement dans une zone étroite comme les petites planètes. Ce serait un cas inverse de celui de la planète fictive qui se trouve remplacée par un grand

nombre de très-petits corps : ici Mercure remplacerait un foule de petites planètes. Dans le sens opposé, l'espace est indéfini : il pourrait y avoir des planètes situées aux distances 77,2 ; 154,0 ; 307,6, etc.... Par malheur, l'énorme désaccord que la formule présente déjà pour Neptune est décourageant.

Mais ce sont-là des jeux d'esprit plutôt que des aperçus scientifiques. La *loi* des distances des planètes au Soleil dépend de ce qui s'est passé à l'origine même du monde solaire ; sans doute elle se dérobera à toute nos tentatives.

NOTE IV.

LUMIÈRE ZODIACALE.

Il était difficile de placer ce que nous avons à dire sur ce phénomène dans le corps de l'ouvrage, car sa nature et sa cause sont encore parfaitement inconnues. Bornons-nous à la décrire et à dire ce qu'elle n'est pas.

La lumière zodiacale est une lueur très-faible qui, dans certaines saisons, apparaît à l'ouest après le crépuscule du soir, ou le matin, à l'est, avant l'aurore. Elle dessine sur la voûte du ciel une sorte de triangle scalène incliné, sans contours bien nets, dont la base large de 20° à 30° repose sur l'horizon, et dont le sommet s'élève quelquefois à 50° de hauteur. Une ligne ou plutôt un arc de grand cercle mené du sommet au milieu de la base, coïncide à peu près avec l'écliptique, en sorte que l'axe de cette lueur se trouve couché pour ainsi dire sur le zodiaque ; de là vient son nom.

Le trait caractéristique de cette lueur, c'est en effet sa situation oblique sur l'horizon. Si c'était un phénomène d'illumination de l'atmosphère éclairée par les rayons réfléchis ou réfractés du Soleil, comme le crépuscule du soir ou du matin, cette lueur devrait affecter une certaine symétrie par rapport au plan vertical qui passe par le Soleil ; car ce plan, passant à la fois par le centre de la Terre et par celui du Soleil, divise l'horizon et le segment atmosphérique qui est au-dessus de nos têtes en deux parties symétriques. La courbe qui termine la région crépusculaire est toujours divisée symétriquement par ce plan ; et il en serait de même de toutes les lueurs que les rayons du soleil, déviés par l'atmosphère, pourraient jeter pendant la nuit sur l'horizon.

La position exacte de la lumière zodiacale, par rapport à un grand cercle de la sphère céleste, est impossible à déterminer avec exactitude. Cepen-

dant il paraît certain, à 1° ou 2° près, que sa direction est celle de l'écliptique, et non, comme on l'a dit, celle de l'équateur du Soleil.

Dans nos climats, elle se voit, en général, le soir pendant les mois de mars et d'avril, et le matin en septembre et octobre. Dans les régions équatoriales, on la voit toute l'année. Deux circonstances paraissent en effet décider de sa visibilité : 1° la brièveté du crépuscule ; 2° la position plus ou moins verticale de l'arc de l'écliptique sur lequel la lumière zodiacale se projette. Les époques les plus favorables, sous ces deux rapports, sont celles que nous venons de citer, et l'on peut s'en convaincre aisément à l'aide d'un globe céleste.

NOTE V.

CALENDRIER ECCLÉSIASTIQUE.

L'importance de ce calendrier, son exactitude qui le rend applicable à plusieurs sortes de recherches scientifiques, et surtout l'occasion qu'il offre au lecteur de se familiariser avec les principales périodes et même avec la construction des Tables astronomiques, tels sont les motifs qui m'ont décidé à en exposer ici les points principaux.

Pour indiquer une date, on peut indifféremment assigner :

1° Le n° d'ordre de l'année et le quantième ;

2° Le n° d'ordre de la semaine et le jour de la semaine ;

3° Le n° d'ordre de la lunaison et l'âge de la lune, c'est-à-dire le nombre de jours écoulés à partir de la dernière nouvelle lune.

Le premier comput se rapporte aux usages civils, parce qu'il concorde avec les vicissitudes des saisons, avec les retours des journées d'une température et d'une longueur déterminées (p. 204).

Le deuxième décide la succession régulière des jours de travail et des jours consacrés au repos, condition fondamentale de toute activité bien ordonnée (p. 212).

Le troisième a pour objet de régler, d'après les traditions de l'Église, la commémoration des principaux événements de l'ordre religieux (p. 268).

Il s'agit donc de pouvoir établir à tout instant la concordance de ces trois computs, c'est-à-dire de résoudre le problème suivant :

Étant donnée une date civile, trouver le jour de la semaine et l'âge de la lune qui lui correspondent.

Les artifices auxquels on a recours pour résoudre ce double problème sont : 1° les cycles ou périodes solaire et lunaire ; 2° les lettres dominicales

et les épactes; 3° le calendrier perpétuel. Nous allons les examiner successivement, en invitant le lecteur à parcourir d'abord les chapitres relatifs aux calendriers solaire et lunaire.

Cycle solaire. — En divisant 365 jours par 7, on trouve que l'année commune contient 52 semaines plus 1^j, et que l'année bissextile est égale à 52 semaines plus 2^j.

Prenons d'abord l'année commune de 365^j, et supposons que les années se succèdent ainsi sans intercalation, comme dans le calendrier des Égyptiens (c'est l'année vague). Si la première semaine d'une année commence par un samedi, la semaine suivante commencera aussi par samedi, et ainsi de suite pour les 52 semaines de cette année. Le dernier jour commencera la 53° semaine; il sera donc encore un samedi. Donc toute année commune (de 365 jours) commence et finit par un jour de même dénomination. L'année suivante débutera par le jour qui suit samedi, par un dimanche.

En raisonnant de la même manière sur l'année suivante, on voit qu'elle finit comme elle a commencé, par un dimanche; la troisième année débute donc par le jour suivant ou par lundi, et ainsi de suite, indéfiniment, tant qu'il ne sera question que d'années communes de 365 jours.

Au bout de 7 ans, les premiers jours de chaque année auront épuisé le cycle entier de la semaine, et la 8° commencera, comme la première, par un samedi. Cette 8° année peut être elle-même considérée comme la première d'une nouvelle série de 7 années communes, qui commenceront successivement par tous les jours de la semaine à partir du samedi.

Cette période de 7 années, que les Hébreux auraient nommée une semaine d'années, serait le *cycle solaire* si notre calendrier ne contenait que des années communes de 365^j; l'intercalation vient troubler cet ordre; voici comment.

Pour fixer les idées, ou plutôt pour généraliser, désignons les 7 jours de la semaine, comptés dans leur ordre naturel de succession, par les lettres de l'alphabet A, B, C,... A signifiera indifféremment samedi, dimanche, etc., mais alors B signifiera le jour suivant, dimanche ou lundi, etc. Les années commenceront successivement par:

ABCDEFGABCDEFGABCDEFGA....

Dans la suite de ces années, que nous avons supposées communes ou de 365^j, intercalons une bissextile, c'est-à-dire une année de 366^j, ou de 52 semaines plus 2^j. Le premier jour de l'année suivante, au lieu d'avancer d'un rang, comme tout à l'heure, dans l'ordre de la semaine, avancera de deux rangs. Par exemple, si l'année bissextile commence par samedi, ou A, le 365° jour sera encore un samedi, ou A, le 366° sera dimanche, ou B, et le 367°, qui est le 1er de l'année suivante, sera un lundi, ou C. Ainsi chaque

bissextile dont le premier jour est A, sera suivie d'une année dont le 1[er] jour ne sera pas B, mais C. Il faut sauter une lettre après chaque bissextile. Or l'intercalation julienne, adoptée par le concile de Nicée en 325, se reproduit de 4 ans en 4 ans. Donc, pour en tenir compte et savoir comment les jours initiaux se succèdent d'année en année dans le vieux style, il suffit, après 4 lettres de la série précédente, d'en rayer une, comme il suit :

A B C D ~~E~~ F G A B ~~C~~ D E F G ~~A~~ B C D E F G A B C ~~D~~ E F G A ~~B~~ C D E F ~~G~~ A B,...
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30,...

Et après 7 suppressions de ce genre, faites de 4 en 4 années, on aura ôté les 7 lettres employées, en sorte qu'après 28 ans, on retombera nécessairement sur l'ordre primitif ABCDEFG.... La période de 28 ans qui ramène ainsi les initiales de chaque année dans le même ordre, c'est le *cycle solaire.*

Quand il ne s'agit que des jours de la semaine, les 28 almanachs d'une série quelconque de 28 années successives, pourront servir pour la série des 28 années suivantes, pourvu qu'on ajoute 28 au millésime. On n'a pas besoin de s'enquérir de la dénomination du premier de l'an en 1851, par exemple ; on peut être certain que le calendrier de cette année-là est bon pour 1879, 1907,..., ou pour 1823, 1795, etc.

Ces remarques n'auraient pas une grande utilité, si on n'en tirait un moyen bien simple de résoudre le problème dont il s'agit ici : à quel jour de la semaine répond une date donnée? C'est à cela que servent le calendrier perpétuel et la lettre dominicale dont nous allons parler maintenant.

Calendrier perpétuel, lettre dominicale. — Imaginons un calendrier ordinaire où on aurait remplacé partout les jours de la semaine par les 7 lettres ABCDEFG, indéterminées dont l'ordre seul n'est point arbitraire. Écrivons ces lettres, en les répétant dans le même ordre depuis le 1[er] janvier jusqu'au 31 décembre : nous aurons le calendrier perpétuel (p. 397), où le millésime de l'année n'est point marqué, non plus que la correspondance des lettres aux jours. Pour appliquer ce calendrier à une année quelconque, à l'an 1, par exemple, il suffit de savoir le nom du premier jour de cette année-là. C'était un samedi : admettons donc que A représente samedi ; B représentera dimanche, C lundi, et ainsi de suite. Partout où vous verrez un A vis-à-vis d'une date, cette date répondra à un samedi ; partout où il y aura un B, ce sera un dimanche, etc.... Cette année-là, la lettre B est *dominicale.* En l'an 2, le 1[er] de l'an est un dimanche ; la première lettre du calendrier perpétuel, c'est-à-dire la lettre A, sera donc dimanche, B lundi, C mardi, etc..., la dominicale est A. De même, en l'an 3, le jour de l'an est un lundi : A est donc lundi pour tout le cours de l'année ; G est dimanche ; partout où vous verrez G sur le ca-

lendrier perpétuel, ce sera dimanche pour l'an 3. De même, en l'an 4, A représente mardi, par conséquent la dominicale est F. Mais l'an 4 est bissextile ; le 1er de l'an 5 commencera, non plus par mercredi, mais par le jour suivant, jeudi ; la lettre A du calendrier perpétuel répondra donc à jeudi, et D sera la dominicale de l'an 5.

Il est donc facile de déterminer, de proche en proche, les dominicales des 28 premières années, c'est-à-dire de toutes les années qui composent le 1er cycle solaire. Pour les 28 années suivantes, les mêmes lettres dominicales reviendront dans le mêmo ordre, et ainsi de suite, indéfiniment. A l'aide de ce tableau, qui se déduit de ce qui précède,

Rang de l'année dans le cycle solaire.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	....	28,
Lettre dominicale....	B	A	G	FE	D	C	B	AG	F	E	D	.....	DG,

vous pourrez aisément déterminer la dominicale d'une année quelconque ; il suffira de chercher quel rang cette année-là occupe dans le cycle solaire dont elle fait partie. Par exemple, l'an 29 est la 1re année du second cycle ; sa lettre dominicale est donc B. L'an 1851 est la 3e année du 67e cycle ; sa lettro dominicale est donc G. On n'a qu'à diviser le millésime par 28 ; le reste de la division indiquera le rang de l'année dans le cycle solaire, puis, en consultant le tableau précédent, on aura la lettre dominicale. Si le reste est nul, comme pour l'an 28, ou l'an 56, etc., cèla voudra dire que l'année est la dernière ou la 28 de son cycle.

On voit que les lettres dominicales vont en rétrogradant (contre l'ordre de l'alphabet), d'une année à l'autre. Nous avons conservé la lettre sautée à chaque année bissextile pour uno raison qui sera indiquée plus tard.

Lettre dominicale (vieux style). — Ce n'est pourtant pas tout à fait là le système adopté par le concile de Nicée. Afin de tout régulariser, on pensa qu'il fallait prendre pour première année du 1er cycle, non pas l'année 1 qui commence un samedi, mais l'année 9 avant J. C. qui commence un lundi, parce que lundi est le premier jour de la semaine chez les chrétiens. On a donc prolongé le tableau ci-dessus vers la gauche, de 9 années, en abandonnant les 9 années placées vers la droite. On a trouvé ainsi :

Numéro du cycle solaire.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Lettre dominicale.......	GF	E	D	C	BA	G	F	E	DG	B	A	G	FE	D

Numéro du cycle solaire.	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28.
Lettre dominicale......	C	B	AG	F	E	D	CB	A	G	F	ED	C	B	A.

Il suffit d'écrire A sous 28 ; puis les autres lettres B C D sous les chiffres précédents en allant à gauche, et en doublant les lettres de 4 en 4 années.

Puisque le comput des cycles solaires commence 9 années avant notre

ere, il faut, pour s'y conformer, ajouter 9 au millésime de l'année dont on veut avoir le numéro d'ordre. Voici le calcul pour 1851 :

```
 1851
    9
 1860 | 28
 168    66
  180
  168
   12
```

Le reste 12 est le numéro d'ordre dans le cycle solaire, et, par le tableau précédent, la lettre dominicale est G.

Mais c'est la lettre dominicale dans le vieux style, tel que le conserve encore l'Église d'Orient ; la réforme grégorienne a modifié l'intercalation, et, par suite, les jours de la semaine qui répondent au premier de chaque année. Il faut donc encore montrer comment on détermine la lettre dominicale dans le nouveau style.

Lettre dominicale (nouveau style). — Or la réforme porte exclusivement sur les dates, et non sur les noms des jours de la semaine : le 7 janvier 1851 vieux style est un dimanche, puisque la lettre dominicale est G (voir le calendrier perpétuel) ; donc le 19 janvier 1851, nouveau style, est aussi un dimanche, puisque ces deux manières de dater doivent indiquer le même jour (p. 210). Dans le calendrier perpétuel, E répond au 19 janvier ; ainsi E est la dominicale de 1851 dans le nouveau style. Les computistes ont donné d'autres règles ; on peut, je crois, s'en tenir à ce que je viens de dire. Il suffit de connaître la différence des dates dans les deux styles, et pour cela voyez la formule de la page 210.

Double lettre dominicale. — Si, dans les années bissextiles, on plaçait à la fin le jour additionnel, ces années-là n'auraient qu'une lettre dominicale, comme les autres. Mais comme on a adopté l'usage romain d'ajouter le jour intercalaire au mois de février, il en résulte, à première vue, que deux calendriers perpétuels sont nécessaires, l'un pour les années communes ; l'autre pour les années bissextiles. Ces deux calendriers ne différeraient du reste qu'en ce que les lettres seraient toutes avancées d'un rang à partir du mois de mars.

Reproduisons-les ici dans la partie où commencerait leur différence.

Année commune.			Année bissextile.		
Février	27	B	Février	27	B
	28	C		28	C
Mars	1	D		29	D
	2	E	Mars	1	E
	3	F		2	F
	4	G		3	G

En 1844, année bissextile, la lettre dominicale est G ; le 3 mars sera donc un dimanche, d'après la seconde colonne ; mais si l'on veut se servir de la première colonne, c'est-à-dire du calendrier des années communes, on voit que le 3 mars qui doit avoir la lettre dominicale répond, non plus à G, mais à F. Il suffit donc de changer la dominicale G qui a été employée depuis le 1er janvier jusqu'au jour intercalaire, en une autre F moins avancée d'un rang, qui servira depuis le jour intercalaire jusqu'à la fin de l'année. C'est précisément la lettre qui a été supprimée et barrée dans les séries de la page 388, et qui ne devait point servir de dominicale; on en tire parti, comme nous venons de le voir, en l'affectant à la partie de l'année bissextile qui suit le jour intercalé. L'Église place ce jour après la Saint-Mathias, c'est-à-dire après le 24, comme le faisaient les Romains, et non après le 28, comme nous l'avons supposé ici.

Résumé. — Quel est le numéro du cycle solaire et les lettres dominicales de l'an 1852 ? On ajoute 9 à 1852, puis on divise la somme 1861 par 28 : le reste 13 est le nombre du cycle solaire. Les lettres dominicales, dans le vieux style, sont donc F E; F comptant pour janvier et février, le 6 janvier, vieux style, est un dimanche. En ajoutant 12, on a la date grégorienne de ce dimanche-là ; c'est le 18 janvier. Or on trouve, dans le calendrier perpétuel, la lettre D vis-à-vis du 18 janvier. Donc D est la première dominicale de 1852, et la précédente C est la seconde dominicale.

Cycle lunaire. — La correspondance des dates aux âges de la lune s'obtient par une voie tout à fait analogue. Les procédés seraient même identiques, si le cycle lunaire de 19 ans (p. 270) comprenait juste 235 lunaisons, de même que le cycle hebdomadaire comprend juste 7 jours. Mais il s'en faut de 0,003 de lunaison, et comme la lunaison est de 29j,5, l'erreur, au bout de 19 ans, est de 0j,0884, ou de 1 jour environ au bout de 200 ans.

Supposons d'abord que le cycle lunaire de 19 ans soit rigoureux, et qu'une lunaison contienne 29 jours ½. Si la lune est nouvelle au commencement du 1er janvier, comme cela a eu lieu l'année qui a précédé notre ère, le 2 janvier, elle aura pour âge 1 jour; le 3 janvier, elle sera âgée de 2 jours, et ainsi de suite jusqu'au 31, où elle sera âgée de 30 jours : alors la lunaison étant accomplie, la lune est redevenue nouvelle le 31, et repasse par des phases identiques les jours suivants. L'âge de la lune joue ici le même rôle que les jours de la semaine, sauf qu'il y a 30 âges différents, 30 unités dans la période au lieu de 7. Donnons-leur les noms ou symboles suivants :

$$\star, \text{I}, \text{II}, \text{III}, \text{IV}, \ldots, \text{XXIX};$$

que nous inscrirons dans le calendrier perpétuel à partir du 1er janvier[1]. La durée de la lunaison étant de 29j,5, et non de 30 jours, on évite la fraction

[1] Ils y sont inscrits en ordre inverse : nous en verrons bientôt la raison.

en donnant alternativement 30 et 29 jours à la période des âges ou phases de la lune, et pour cela, on cumule tous les deux mois deux chiffres romains sur un seul jour [1].

Cela posé, tous les jours du calendrier marqués d'un *, la lune sera nouvelle; elle aura pour âge III ou trois jours, à toutes les dates qui auront le signe III en regard. En un mot, on voit d'un coup d'œil, sur le calendrier perpétuel, l'âge de la lune qui répond à une date donnée, et il en sera ainsi chaque fois que l'année commencera avec une nouvelle lune. Il s'agit de faire servir ce calendrier quel que soit l'âge de la lune au commencement de l'année. Tel est le but de la méthode des épactes combinées avec le cycle lunaire de 19 ans.

Or l'année commune renferme 365 jours ou onze jours de plus que 12 lunaisons de $29^j,5$, qui ne font que 354 jours. Au bout de l'année, on trouve, par le calendrier lui-même, qu'une 13e lunaison est entamée, et que, le 31 décembre, la lune a pour âge X jours. Le 1er janvier suivant elle aura pour âge XI; notons en passant que, du 1er janvier d'une année au 1er janvier de la suivante, l'âge de la lune augmente de 11 unités; cette remarque nous servira bientôt. Toutefois le calendrier perpétuel, qui suppose toujours l'âge * ou la nouvelle lune au premier de l'an, ne paraît pas devoir servir pour l'année suivante, puisqu'elle débute par une phase différente. Raisonnez cependant comme il suit : Si l'âge est XI le 1er janvier, 19 jours après (ou XXX moins XI) la lune sera nouvelle; or 19 jours après le 1er, c'est le 20 du mois qui porte précisément pour signe XIX. La nouvelle lune correspondra donc cette année-là au signe XIX, non-seulement dans le mois de janvier, mais partout où le signe XIX se trouvera répété. Quand on connaît ainsi les jours de nouvelle lune, pour trouver les jours de pleines lunes il suffit d'ajouter 13 unités à la date des premières. Ainsi le calendrier perpétuel indiquera, pour une année quelconque, les lunes nouvelles et pleines, pourvu qu'on connaisse l'*épacte* de cette année, c'est-à-dire l'âge de la lune au 1er janvier. La règle sera celle-ci : Retranchez l'épacte de XXX, le reste sera l'indice des nouvelles lunes, toute l'année, sur le calendrier perpétuel. Afin d'éviter cette soustraction, on a imaginé d'inscrire les âges de la lune I, II, III,.... XIX, XXX ou *, en ordre rétrograde, en sorte que la règle devient celle-ci : L'épacte d'une année quelconque étant connue, pour avoir les nouvelles lunes de cette année, à l'aide du calendrier perpétuel, prenez les jours auxquels répond le signe de cette épacte. En 1854, l'épacte est XXVIII; on voit d'un coup d'œil que les nouvelles lunes tombent le 3 janvier, le 2 février, le 3 mars, etc. Par suite les pleines lunes répondront au 3 + 13 ou 16 janvier, ou 15 février, ou 16 mars, etc.

La question se trouve donc ramenée à la détermination de l'âge de la

---

[1] Les mois où tombe ce cumul se nomment mois *caves*, les autres se nomment *mois pleins*.

lune, au 1er janvier d'une année quelconque. Nous raisonnerons encore ici comme pour les jours de la semaine. Le 1er janvier de l'année qui précéda notre ère était un jour de nouvelle Lune : l'épacte de cette année-là était * : dix-neuf ans après, les phases de la Lune se reproduisent dans le même ordre, avec les dates de l'année (p. 270); par conséquent, l'épacte redevient encore *, et ainsi de suite, de dix-neuf ans en dix-neuf ans : les épactes de chacune des années du premier cycle deviennent celles des années de même rang, dans les cycles suivants.

Or nous avons vu (p. 392) que si l'on ajoute 11 ou XI à l'épacte de l'année, on a celle de l'année suivante; l'épacte de la première année du 1er cycle est *; celle de la deuxième année sera donc XI; celle de la troisième année sera XXII; celle de la quatrième sera XXXIII ou III, en retranchant XXX, car dire que la Lune est âgée de trente-trois jours, c'est dire qu'elle a accompli une lunaison entière, plus trois jours [1]; c'est dire qu'elle est devenue nouvelle dans l'intervalle, et qu'elle est actuellement âgée de trois jours. En ajoutant continuellement XI à l'épacte précédente, on forme le tableau suivant :

N° du cycle lunaire ou nombre d'or.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Épacte..............	*	XI	XXII	III	XIV	XXV	VI	XVII	XXVIII	IX
Nombre d'or.........	11	12	13	14	15	16	17	18	19	
Épacte..............	XX	I	XII	XXIII	IV	XV	XXVI	VII	XVIII	

[1] La soustraction de ces XXX jours se répète six fois dans la formation du tableau des épactes. Pour passer de l'épacte XVIII de la dernière année du premier cycle à l'épacte de la première année du cycle suivant, on lui ajoute encore XI, ce qui fait XXIX, mais on retranche ces 29 jours, pour que le cycle suivant commence, comme le premier, par l'épacte zéro ou *. On voit par là qu'en passant d'un cycle à l'autre, on a supprimé six fois XXX et une fois XXIX, c'est-à-dire un total de 209 jours qui représentent précisément la différence entre 19 années de 365 jours et 19 collections de 12 mois lunaires de $29^j \frac{1}{2}$. Tout se retrouve donc d'accord au bout de 19 ans : les lunaisons recommencent dans le même ordre par rapport aux dates. Les six mois de XXXj et celui de XXIXj dont on tient compte, afin de ramener le commencement de l'année lunaire de 354 jours (12 lunaisons de $29^j \frac{1}{2}$) au premier jour de l'année solaire, ont été nommés mois *embolismiques* (intercalaires).

A première vue, il semble que ces règles ne puissent être exactes, car nous avons toujours raisonné dans l'hypothèse où l'année civile aurait 365 jours juste, et la lunaison $29^j \frac{1}{2}$. D'une part on néglige l'intercalation grégorienne dont l'effet monte en moyenne, pour 19 années consécutives, à $19 \times \frac{1}{4} = 4^j,60$, de l'autre, on néglige, sur chacune des 228 lunaisons non embolismiques du cycle lunaire, la fraction $0^j,0306$ qu'il faut ajouter à $29^j,5$ pour avoir la durée du vrai mois lunaire. L'erreur commise, de ce dernier chef, est de $228 \times 0,0306 = 6^j,98$. Une partie se trouve compensée par l'omission des bissextiles; le reste l'est par les 7 mois embolismiques auxquels on donne 209^j au lieu de $7 \times 29,5306 = 206^j,71$. Ces deux erreurs réunies forment en effet $4^j,60 + 2^j,29 = 6^j,89$ qui répare presque exactement celle de $6^j,98$. La différence n'est que de $0^j,09$. En s'accumulant de cycle en cycle, elle produirait pourtant près de 1 jour au bout de 11 cycles (au bout de 209 ans). C'est pour éviter cette erreur que l'on a introduit, dans le calcul des épactes, les deux corrections nommées *proemptose* et *métemptose*, dont il sera question plus bas.

Ce tableau fait connaître l'épacte d'une année quelconque, dès qu'on en connaît le nombre d'or, c'est-à-dire le numéro d'ordre dans le cycle lunaire. Or la première année du premier cycle est celle qui précède l'an 1. Pour compter les années, à partir de cette origine, il faut augmenter de 1 le millésime ordinaire. Voici le calcul du nombre d'or pour 1851 :

$$\begin{array}{r|l} 1851 & \\ 1 & \\ \hline 1852 & 19 \\ 171 & \overline{97} \\ \hline 142 & \\ 133 & \\ \hline 9 & \end{array}$$

En divisant 1851 plus 1 par 19, on a pour quotient 97 et pour reste 9 ; ainsi cette année répond à 97 cycles écoulés, plus 9 années du 98ᵉ : le nombre d'or est 9, et l'épacte, d'après le tableau précédent, est XXVIII.

Résumé. — Pour avoir le nombre d'or d'une année, ajoutez 1 à son millésime et divisez par 19 ; le reste de la division sera le nombre d'or (si le reste est 0, le nombre d'or sera 19). Avec ce nombre, le petit tableau des épactes de la page 393, fera connaître l'épacte. Entrez avec l'épacte de l'année dans le calendrier perpétuel ; tous les jours qui auront cette épacte seront des nouvelles lunes ; ajoutez 13 unités à la date d'une nouvelle lune, et vous aurez la date de la pleine lune suivante.

Fête de Pâques. — La fête de Pâques, sur laquelle se règlent les autres fêtes mobiles de l'année, doit être célébrée le dimanche qui *suit* le jour de la première pleine lune du printemps. Le concile supposait que l'équinoxe auquel le printemps commence tombe toujours le 21 mars, dans le calendrier qu'il avait institué, en sorte que la règle précédente se formule ainsi : La première pleine lune du printemps, ou la lune pascale, est celle qui tombe le 21 mars ou immédiatement après.

Les épactes donnent directement sur le calendrier perpétuel les nouvelles lunes et non les pleines ; en ajoutant 13 à la date d'une nouvelle lune on obtient celle de la pleine lune suivante. Il résulte de là que la nouvelle lune pascale tombe, au plus tôt, 13 jours avant le 21 mars, c'est-à-dire le 8 mars. Appliquons ces prescriptions à 1851, dont l'épacte est XXVIII et la lettre dominicale E. On cherchera dans le calendrier perpétuel, en commençant par le 8 mars, l'épacte XXVIII ; on arrivera ainsi au 2 avril, qui se trouve ainsi jour de nouvelle lune. En ajoutant 13 à cette date, on obtient celle de la pleine lune pascale, c'est-à-dire le 15 avril. Il ne reste plus qu'à chercher le premier dimanche *qui suit* le

15 avril ; à l'aide de la dominicale E[1] on trouve que ce premier dimanche, c'est-à-dire le jour de Pâques tombe le 20 avril.

Limites de la fête de Pâques. — Pâques peut arriver le 22 mars, si la première pleine lune du printemps tombe le 21 et si le dimanche suivant est le 22. Il est évident que cette fête ne peut arriver plus tôt que le 22 mars. L'autre limite est le 25 avril. Quand une pleine lune tombe le 20 mars, ce n'est pas la pleine lune pascale; celle-ci ne peut plus arriver que le trentième jour suivant (en commençant par le 20 mars), c'est-à-dire le 18 avril. Or il peut se faire que ce jour-là soit un dimanche; Pâques se trouvera donc reporté au dimanche suivant, c'est-à-dire au 25 avril.

En appliquant les règles précédentes, on trouvera pour 1818 et 1886 :

	1818	1886
Cycle solaire	7	19
Lettre dominicale	D	C
Cycle lunaire (nombre d'or)	14	6
Épacte	XXIII	XXV
Pâques	le 22 mars	le 25 avril.

Corrections des épactes. — On a vu (p. 394) que les épactes donneraient, au bout de 200 ans environ, une erreur de 1j sur les dates des nouvelles lunes, parce que 19 années tropiques ne sont pas équivalentes à 235 lunaisons justes, mais à 235 lunaisons plus 2 heures. Afin d'harmoniser la correction nécessaire avec la règle de l'intercalation grégorienne, on s'est trouvé forcé de la diviser en deux. A chaque année séculaire non bissextile, c'est-à-dire 3 fois en 400 ans, on diminue d'une unité les épactes du tableau de la p. 393; c'est la correction dite équation solaire ou *métemptose* (recul). De trois siècles en trois siècles (en 1500, 1800, 2100....) on avance les épactes d'une unité; c'est la seconde correction dite équation lunaire ou *proemptose*. Au bout de 12 siècles, il se trouve que les épactes ont rétrogradé de 5 unités ou de 0j,83 en 200 ans, ce qui est presque juste et ce qui le devient tout à fait quand on applique la proemptose suivant les règles du calendrier ecclésiastique.

Ces deux corrections s'annulent dans le XVIIIe et le XIXe siècle. C'est pour cela que nous avons pu nous servir du tableau des épactes de la p. 393. En 1900, ces épactes devront rétrograder d'une unité, mais elles ne subiront pas d'autre changement jusqu'en 2200. La méthode des épactes a été introduite par la réforme grégorienne. Auparavant on ne se servait que des nombres d'or, à la manière des anciens. Le vieux calendrier était d'un usage plus simple, mais moins exact.

[1] Quand il y a deux dominicales D, C comme en 1852, c'est de la seconde qu'il faut se servir, puisqu'elle compte à partir du jour intercalaire de février.

Différences entre la lune ecclésiastique et la lune vraie. — De même que la mesure du temps est fondée sur la marche du soleil moyen, pour les usages civils, de même la règle du calendrier ecclésiastique est fondée sur la marche de la lune moyenne. Les motifs qui ont fait substituer une lune fictive à la lune vraie, dont elle s'écarte un peu, tantôt dans un sens, tantôt dans l'autre, sont précisément les mêmes qui ont fait adopter le passage d'un soleil fictif, au méridien supérieur ou inférieur, pour marquer le milieu ou la fin du jour civil.

Notez que le but de l'Église a été d'obtenir les dates des pleines lunes avec une exactitude suffisante. Elle y a parfaitement réussi [1]. Quant aux nouvelles lunes ecclésiastiques, elles diffèrent de ce que les astronomes nomment nouvelles lunes. Celles-ci sont invisibles, puisque la Lune est alors en conjonction avec le Soleil, tandis que les premières répondent à la phase qui suit de deux jours la conjonction, et marquent les époques où la Lune, dégagée des rayons du Soleil, devient visible pour la première fois, à la chute du jour, sous forme d'un mince croissant De là vient la prescription qui consiste à ajouter 13 unités seulement à la date de la nouvelle lune ecclésiastique pour avoir celle de la pleine lune. Il en faudrait 15 s'il s'agissait de la nouvelle lune astronomique.

Indiction romaine. — Le cycle d'indiction n'a d'importance qu'au point de vue de la chronologie. Il est de 15 ans. Ajoutez 3 unités au millésime d'une année quelconque ; divisez la somme par 15, le reste de la division sera le n° d'ordre de l'année dans ce cycle. Si le reste est zéro, on le remplacera par 15. Le produit du nombre d'années 28, 19, 15, qui forment les cycles solaire, lunaire et d'indiction, constituent la *période julienne* de 7980 ans. La première année de notre ère est la 4714e de ce cycle. Une année est aussi bien désignée par son rang dans ces trois cycles que par son millésime ; car, en 7980 ans, il ne peut s'en trouver deux qui aient à la fois même nombre d'or, même cycle solaire et même indiction romaine.

---

[1] Voir, sur l'exactitude remarquable de ce calendrier, les mémoires de la Société royale astronomique de Londres (Notices de 1851).

FIN DES NOTES.

CALENDRIER PERPÉTUEL

DES ÉPACTES ET DES LETTRES DOMINICALES,

OU

CALENDRIER GRÉGORIEN,

POUR TROUVER LES NOUVELLES LUNES, LES JOURS DE LA SEMAINE ET LES FÊTES MOBILES.

JOURS DU MOIS.	JANVIER.		FÉVRIER.		MARS.		AVRIL.		MAI.		JUIN.	
	Let. dom.	Épactes.	Let. dom.	Épactes.	Let. dom.	Épactes.	Let. dom.	Épactes.	Let. dom.	Épactes.	Let. dom.	Épactes.
1	A	*	D	XXIX	D	*	G	XXIX	B	XXVIII	E	XXVII
2	B	XXIX	E	XXVIII	E	XXIX	A	XXVIII	C	XXVII	F	25. XXVI
3	C	XXVIII	F	XXVII	F	XXVIII	B	XXVII	D	XXVI	G	XXV XXIV
4	D	XXVII	G	25. XXVI	G	XXVII	C	25 XXVI	E	25.XXVI	A	XXIII
5	E	XXVI	A	XXV.XXIV	A	XXVI	D	XXV.XXIV	F	XXIV	B	XXII
6	F	25. XXV	B	XXIII	B	25. XXV	E	XXIII	G	XXIII	C	XXI
7	G	XXIV	C	XXII	C	XXIV	F	XXII	A	XXII	D	XX
8	A	XXIII	D	XXI	D	XXIII	G	XXI	B	XXI	E	XIX
9	B	XXII	E	XX	E	XXII	A	XX	C	XX	F	XVIII
10	C	XXI	F	XIX	F	XXI	B	XIX	D	XIX	G	XVII
11	D	XX	G	XVIII	G	XX	C	XVIII	E	XVIII	A	XVI
12	E	XIX	A	XVII	A	XIX	D	XVII	F	XVII	B	XV
13	F	XVIII	B	XVI	B	XVIII	E	XVI	G	XVI	C	XIV
14	G	XVII	C	XV	C	XVII	F	XV	A	XV	D	XIII
15	A	XVI	D	XIV	D	XVI	G	XIV	B	XIV	E	XII
16	B	XV	E	XIII	E	XV	A	XIII	C	XIII	F	XI
17	C	XIV	F	XII	F	XIV	B	XII	D	XII	G	X
18	D	XIII	G	XI	G	XIII	C	XI	E	XI	A	IX
19	E	XII	A	X	A	XII	D	X	F	X	B	VIII
20	F	XI	B	IX	B	XI	E	IX	G	IX	C	VII
21	G	X	C	VIII	C	X	F	VIII	A	VIII	D	VI
22	A	IX	D	VII	D	IX	G	VII	B	VII	E	V
23	B	VIII	E	VI	E	VIII	A	VI	C	VI	F	IV
24	C	VII	F	V	F	VII	B	V	D	V	G	III
25	D	VI	G	IV	G	VI	C	IV	E	IV	A	II
26	E	V	A	III	A	V	D	III	F	III	B	I
27	F	IV	B	II	B	IV	E	II	G	II	C	*
28	G	III	C	I	C	III	F	I	A	I	D	XXIX
29	A	II			D	II	G	*	B	*	E	XXVIII
30	B	I			E	I	A	XXIX	C	XXIX	F	XXVII
31	C	*			F	*			D	XXVIII		

CALENDRIER PERPÉTUEL

DES ÉPACTES ET DES LETTRES DOMINICALES,

OU

CALENDRIER GRÉGORIEN,

POUR TROUVER LES NOUVELLES LUNES, LES JOURS DE LA SEMAINE ET LES FÊTES MOBILES.

JOURS DU MOIS.	JUILLET.		AOUT.		SEPTEMBRE.		OCTOBRE.		NOVEMBRE.		DÉCEMBRE.	
	Let. dom.	Épactes.	Let. dom.	Épactes.	Let. dom.	Épactes.	Let. dom.	Épactes.	Let. dom.	Épactes.	Let. dom.	Épactes.
1	G	XXVI	C	XXV.XXIV	F	XXIII	A	XXII	D	XXI	F	XX
2	A	25. XXV	D	XXIII	G	XXII	B	XXI	E	XX	G	XXIX
3	B	XXIV	E	XXII	A	XXI	C	XX	F	XIX	A	XXVIII
4	C	XXIII	F	XXI	B	XX	D	XIX	G	XVIII	B	XXVII
5	D	XXII	G	XX	C	XIX	E	XVIII	A	XVII	C	XVI
6	E	XXI	A	XIX	D	XXVIII	F	XVII	B	XVI	D	XV
7	F	XX	B	XVIII	E	XVII	G	XVI	C	XV	E	XIV
8	[illegible]	XIX	C	XVII	F	XVI	A	XV	D	XIV	F	XIII
9	A	XVIII	D	XVI	G	XV	B	XIV	E	XIII	G	XII
10	B	XVII	E	XV	A	XIV	C	XIII	F	XII	A	XI
11	C	XVI	F	XIV	B	XIII	D	XII	G	XI	B	X
12	D	XV	G	XIII	C	XII	E	XI	A	X	C	IX
13	E	XIV	A	XII	D	XI	F	X	B	IX	D	VIII
14	F	XIII	B	XI	E	X	G	IX	C	VIII	E	VII
15	G	XII	C	X	F	IX	A	VIII	D	VII	F	VI
16	A	XI	D	IX	G	VIII	B	VII	E	VI	G	V
17	B	X	E	VIII	A	VII	C	VI	F	V	A	IV
18	C	IX	F	VII	B	VI	D	V	G	IV	B	III
19	D	VIII	G	VI	C	V	E	IV	A	III	C	II
20	E	VII	A	V	D	IV	F	III	B	II	D	I
21	F	VI	B	IV	E	III	G	II	C	I	E	*
22	G	V	C	III	F	II	A	I	D	*	F	XXIX
23	A	IV	D	II	G	I	B	*	E	XXIX	G	XXVIII
24	B	III	E	I	A	*	C	XXIX	F	XXVIII	A	XXVII
25	C	II	F	*	B	XXIX	D	XXVIII	G	XXVII	B	XXVI
26	D	I	G	XXIX	C	XXVIII	E	XXVII	A	25 XXVI	C	25. XXV
27	E	*	A	XXVIII	D	XXVII	F	XXVI	B	XXV.XXIV	D	XXIV
28	F	XXIX	B	XXVII	E	25.XXVI	G	25.XXV	C	XXIII	E	XXIII
29	G	XXVIII	C	XXVI	F	XXV.XXIV	A	XXIV	D	XXII	F	XXII
30	A	XXVII	D	XXV	G	XXIII	B	XXIII	E	XXI	G	XXI
31	B	25. XXVI	E	XXIV			C	XXII			A	19. XX

TABLE DES MATIÈRES.

LIVRE TROISIÈME.

LIVRE QUATRIÈME.

LIVRE CINQUIÈME.

LIVRE SIXIÈME.

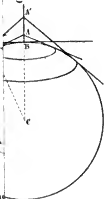
FIN DE LA TABLE.

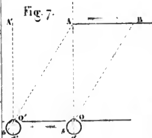
DE L'IMPRIMERIE DE CRAPELET, RUE DE VAUGIRARD, 9.

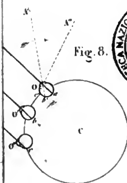
ERRATA.

Page	9,	ligne	20,	*au lieu de*	A',	*lisez*	A".
»	11,	»	7,	»	AH,	»	AH'.
»	20,	»	31,	»	A'a,	»	A'a'.
»	21,	»	8,	*supprimez*	ou faisceaux de lignes parallèles.		
»	27,	»	23,	*au lieu de*	Pb, PTb,	*lisez*	Pa, PTa.
»	29,	»	11,	»	N le nadir,	»	N' le nadir.
»	30,	»	2,	»	C,	»	c.
»	36,	»	5,	*après*	l'étoile A,	*ajoutez*	(fig. 16).
»	39,	»	12,	*au lieu de*	la,	*lisez*	les.
»	44,	»	3,	»	*eOEe'*,	»	*eOe'E*.
»	44,	»	33,	»	*aAa*,	»	*aAa'*.
»	63,	»	4,	»	*se*,	»	Se.
»	63,	»	5,	»	*se*, *Zc*,	»	Se, *Ze*.
»	72,	»	33,	»	NOS,	»	NbS.
»	74,	»	11,	»	AC,	»	AO.
»	74,	»	16,	»	ON,	»	CN.
»	83,	»	35,	»	(fig. 39),	»	(fig. 38).
»	89,	»	15,	*après*	d'un point A,	*ajoutez*	(fig. 40).
»	89,	»	19,	*au lieu de*	de,	*lisez*	du.
»	89,	»	21,	»	*a'V*,	»	*a*V.
»	89,	»	31,	»	*p*V,	»	*p*U.
»	90,	»	2,	»	Es,	»	ES.
»	101,	»	33,	»	*ak*, *b'k*,	»	*a*K, *b'*K.
»	122,	»	26,	*après*	HAP,	*ajoutez*	(fig. 54).
»	130,	»	16,	*au lieu de*	(p. 14),	*lisez*	(p. 114).
»	132,	»	3,	»	quel que,	»	quelles que.
»	149,	»	14,	»	AS,	»	TS.
»	206,	»	17,	»	pas encore au,	»	qu'au.





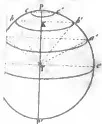






Gravé par F. Wormser

Fig. 10.





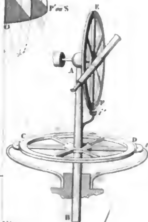


Fig. 18.



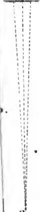
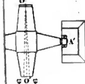
Fig. 17.



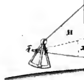
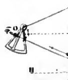
Fig. 21.



Gravé par E. Wormser

Fi

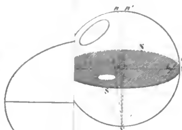

... 3 r. Hautefeuille à Paris

Fig. 36.

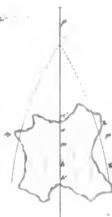




Fig. 42.







Gravé par E. Wormser

44.

TERRESTR

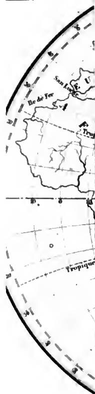




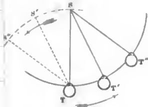
Fig. 56.

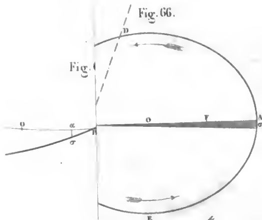
Fig. 57.

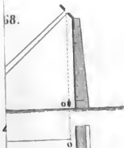
Gravé par E. Wormser.



g. 58.



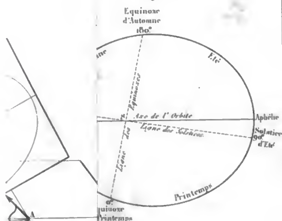


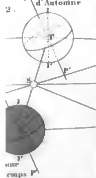


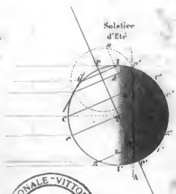


Gravé par E. Wormser.











Gravé par I. Wormser

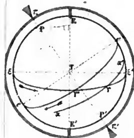


Fig. 77.



Fig. 79.



Fig. 84.

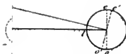


Fig. 85.



Gravé par E. Wormser

Pl. XI.



Gravé par E. Wormser.

PI. XII.

Fig. 97.

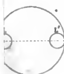
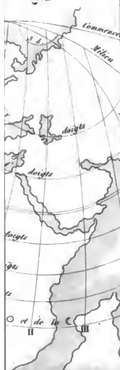




Fig. 98.





(1)



(2)



(3)



Gravé par E. Wormser

Pl. XIII

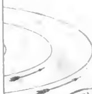
Fi



Fig. 105.



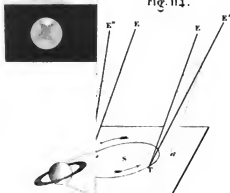


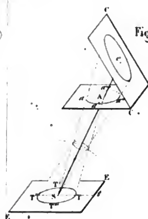




Gravé par E. W...

Mars ♂





J.

4 3 T



Gravé par E. Wormser